

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего профессионального образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»

Кафедра «Высшая математика»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор ФГБОУ ВПО «КнАГТУ»



Куделько А.Р.

(Фамилия И.О.)

2012 года

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения»  
основной образовательной программы подготовки бакалавров  
по направлению: 080500.62 – «Бизнес-информатика»

Форма обучения	очная
Технология обучения	традиционная
Трудоемкость дисциплины	3 зачетных единицы

Комсомольск-на-Амуре 2012

Рабочая программа разработана, обсуждена и одобрена на заседании кафедры «Высшая математика»


Заведующий кафедрой «ВМ»

подпись


  
И.О. Фамилия  
«26» 03 2012 года

СОГЛАСОВАНО:


Начальник учебно-методического управления

  
подпись  
«03» 04 2012 года  
И.О. Фамилия

Декан факультета компьютерных технологий

  
подпись  
«02» 04 2012 года  
И.О. Фамилия

Заведующий выпускающей кафедрой «ИС»

  
подпись  
«28» 03 2012 года  
И.О. Фамилия

Рабочая программа рассмотрена, одобрена и рекомендована к использованию методической комиссией факультета компьютерных технологий

Председатель методической комиссии

  
подпись  
«02» 04 2012 года  
И.О. Фамилия

Автор рабочей программы  
канд. физ.-мат. наук, доцент

  
подпись  
«20» марта 2012 года  
И.О. Фамилия

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>4</b>
<b>1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.....</b>	<b>5</b>
1.1. Предмет, цели, задачи, принципы построения и реализации дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» .....	5
1.2. Роль и место дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» в структуре реализуемой основной образовательной программы.....	7
1.3. Характеристика трудоемкости дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» и ее отдельных компонентов.....	9
<b>2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ».....</b>	<b>10</b>
<b>3. КАЛЕНДАРНЫЙ ГРАФИК ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ».....</b>	<b>12</b>
3.1. Лекции.....	15
3.2. Практические занятия.....	17
3.3. Характеристика трудоемкости, структуры и содержания самостоятельной работы студентов, график ее выполнения.....	20
3.3.1. Необходимость и перечень теоретических разделов дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» для самостоятельного изучения.....	21
3.3.2. Цели, структура, тематика и примеры содержания индивидуальных домашних заданий и контрольных работ.....	21
3.3.3. Перечни теоретических вопросов, тематика и примеры практических заданий, выносимых на тестирование.....	23
3.3.4. График самостоятельной работы студентов.....	27
<b>4. ТЕХНОЛОГИИ И МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОНТРОЛЯ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ.....</b>	<b>29</b>
4.1. Технологии и методическое обеспечение контроля текущей успеваемости студентов.....	29
4.2. Технологии и методическое обеспечение промежуточной аттестации.....	31
4.3. Технологии, методическое обеспечение и условия отложенного контроля знаний, умений, навыков обучающихся и компетенций выпускников, сформированных в результате изучения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения».....	34
<b>5. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ».....</b>	<b>35</b>
5.1. Список основной учебной и учебно-методической литературы.....	35
5.2. Список дополнительной учебной, учебно-методической, научной и другой литературы и документации.....	35

## ВВЕДЕНИЕ

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» предназначена для подготовки бакалавра в области бизнес-информатики, составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) по направлению подготовки 080500.62 – «Бизнес-информатика». Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» является компонентом базовой (федеральной) части математического и естественнонаучного цикла основной образовательной программы. Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» рассчитана на 36 аудиторных часов.

Дифференциальные уравнения позволяют выразить соотношения между изменениями различных величин (используется геометрический и физический смысл производной), поэтому математическое моделирование многих физических, экономических, биологических и других процессов приводит к появлению дифференциальных уравнений. Курс «Дифференциальные и разностные уравнения» дает обучающемуся представление об основных понятиях и методах решения дифференциальных и разностных уравнений; о составлении математических моделей физических и экономических процессов, нахождении решения этих моделей и исследовании полученного решения.

Знания, умения и навыки, приобретенные при изучении дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» необходимы для успешного освоения основных и дополнительных образовательных программ, реализуемых ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», в первую очередь для освоения моделирования бизнес-процессов, безопасности жизнедеятельности, программирования. С другой стороны, в курсе «Дифференциальных и разностных уравнений» используются сведения из курса математического анализа, аналитической геометрии, экономики и физики.

Курс «Дифференциальных и разностных уравнений» разбит на 3 логически завершенных модуля – дидактических единицы (ДЕ), изучение которых требует определенной последовательности. Степень изучения студентами каждого модуля контролируется выполнением индивидуальных домашних заданий или аудиторной контрольной работой.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена. В процессе обучения используется рейтинговая система, формирующая экзаменационную оценку студента.

# 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

## 1.1. Предмет, цели, задачи, принципы построения и реализации дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения»

Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» обеспечивает подготовку слушателей по одной из фундаментальных математических дисциплин, являющейся мощным орудием исследования многих задач естествознания и техники. Содержание дисциплины имеет многочисленные приложения и является одним из фундаментов будущей практической и научной деятельности. Дифференциальные уравнения являются одним из основных математических понятий, наиболее широко применяемых при решении практических задач. Причина этого состоит в том, что при исследовании физических процессов, решении различных прикладных задач, как правило, не удается непосредственно найти законы, связывающие величины, характеризующие исследуемые явления. Обычно легче устанавливаются зависимости между теми же величинами и их производными или дифференциалами. Соотношения такого рода и называются дифференциальными уравнениями.

*Целью* преподавания дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» является формирование у обучающихся современных теоретических знаний в области обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений, ознакомление студентов с начальными навыками математического моделирования. То есть освоение необходимого математического аппарата, с помощью которого разрабатываются и исследуются теоретические и экспериментальные модели объектов профессиональной деятельности (архитектура предприятия; методы и инструменты создания и развития электронных предприятий и их компонент; информационные системы (ИС) и информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) управления бизнесом; методы и инструменты управления жизненным циклом ИС и ИКТ; инновации и инновационные процессы в сфере ИКТ).

*Основные задачи* изучения дисциплины:

- 1) выработка умения классифицировать уравнения;
- 2) развитие навыков интегрирования простейших дифференциальных и разностных уравнений;
- 3) выработка умения ставить и исследовать задачу Коши;
- 4) овладение студентами навыками моделирования практических задач дифференциальными и разностными уравнениями.

Для успешного изучения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» обучающийся должен владеть методами математического анализа.

После изучения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» студент должен *знать*:

- основные понятия и определения дисциплины;
- основные теоремы существования и единственности решения уравнения;
- теоремы о свойствах решений линейных дифференциальных уравнений;
- теоремы о структуре общего решения линейных дифференциальных и разностных уравнений;

должен *уметь*:

- решать основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка;
- ставить и решать задачу Коши;
- решать уравнения, допускающие понижение порядка;
- решать линейные дифференциальные и разностные уравнения и системы с постоянными коэффициентами;

должен *владеть*:

- навыками решения и анализа основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений;
- техникой доказательства основных теорем теории дифференциальных уравнений.

Рабочая учебная программа дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» построена на *принципах*:

- принцип соответствия установленным требованиям ФГОС;
- строгость изложения изучаемого материала: чёткие определения вводимых понятий, доказательства основных теорем;
- системность и логическая последовательность представления учебного материала и его практических приложений;
- принцип доступности изучаемого материала: постепенное повышение уровня абстракции;
- от общего к частному: от общего знакомства с дисциплиной, ее теоретическими приложениями и их практическими приложениями к изучению конкретных проблем с одновременной реализацией принципа «от простого к сложному»;
- принцип модульного построения дисциплины: курс разбит на 3 дидактических единицы, каждая из которых имеет логическую завершенность по отношению к установленным целям и результатам воспитания и обучения;

- принцип постоянного контроля, оценки и стимулирования учебных достижений обучающихся: достигается использованием рейтинговой системы обучения студентов, при которой знания студентов оцениваются в течение всего семестра. Контроль над работой студентов осуществляется путём проведения аудиторных контрольных работ, индивидуальных домашних заданий, коллоквиумов, которые проводятся строго по графику контроля.

## 1.2. Роль и место дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» в структуре реализуемой образовательной программы

В результате изучения «Дифференциальных и разностных уравнений» формируются знания, умения и навыки (ЗУН) обучающихся (табл. 1), общекультурные компетенции (ОК) и профессиональные компетенции (ПК) выпускников программы (табл. 2), которые необходимы для успешного освоения следующих далее дисциплин и в будущей практической деятельности.

Таблица 1

Знания, умения и навыки, формируемые дисциплиной  
«Дифференциальные и разностные уравнения»

№	Наименование формируемых ЗУН	Коды
<b>1. Знания, умения и навыки, необходимые для успешного освоения следующих далее дисциплин и в будущей практической деятельности</b>		
1.1	Представление о математике как особом способе познания мира, общности ее понятий и представлений, о роли математики при принятии управленческих решений в экономике, о фундаментальном единстве наук, незавершенности естествознания и возможности его дальнейшего развития, применения новых математических методов, использующихся в естественнонаучных дисциплинах, в инженерных и экономических исследованиях.	ЗУН-1
1.2	Знание основных понятий и методов «Дифференциальных и разностных уравнений».	ЗУН-2
1.3	Понимание, сохранение в памяти и воспроизведение фактов науки, понятий, правил, законов, теорий.	ЗУН-3
1.4	Умение задавать вопрос; формулировать определения, теоремы, гипотезы; определение целей и параметров задачи.	ЗУН-4
1.5	Умение применять логические приемы мышления, проводить классификацию явлений, понятий, математических и физических величин.	ЗУН-5
1.6	Умение быстро отыскивать нужную информацию; умение выделять главное в текстах учебной и научной литературы, самостоятельно	ЗУН-6

	делать обобщающие выводы.	
1.7	Постоянный контроль своей текущей деятельностью и анализ ее с точки зрения правильности; коррекция, возможное перепланирование и включение пересмотренных целей; самопроверка результатов собственных действий.	ЗУН-7
1.8	Навык употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов.	ЗУН-8
1.9	Знание геометрического, физического и экономического смысла основных понятий математики.	ЗУН-9
<b>2. Знания, умения и навыки, необходимые для успешного освоения дисциплины</b>		
2.1	Умение определять классификацию обыкновенных дифференциальных уравнений.	ЗУН-10
2.2	Знание основных методов интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, способов понижения порядка для уравнений высших порядков.	ЗУН-11
2.3	Умение находить общее и частное решение дифференциальных и разностных уравнений.	ЗУН-12
2.4	Умение строить фундаментальную систему решений линейного однородного дифференциального уравнения $n$ -го порядка.	ЗУН-13
2.5	Навык решения линейных однородных и неоднородных дифференциальных и разностных уравнений с постоянными коэффициентами.	ЗУН-14
2.6	Умение использовать дифференциальные и разностные уравнения в записи математических соотношений и моделировании экономических зависимостей.	ЗУН-15

Таблица 2

**Список общекультурных компетенций, в формировании которых участвует дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения»**

№	Наименование формируемых компетенций	Коды
1	Выпускник должен быть способен к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства;	ОК-9
2	выбирать рациональные ИС и ИКТ - решения для управления бизнесом;	ПК-3
3	проводить анализ инноваций в экономике, управлении и ИКТ;	ПК-4
4	использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования;	ПК-19
5	использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.	ПК-20



### 1.3. Характеристика трудоемкости дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» и ее отдельных компонентов

В этом разделе представлена характеристика трудоемкости изучения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» в целом и в разрезе отдельных видов учебной деятельности студентов, включая все виды аудиторных занятий, самостоятельную работу, текущую и промежуточную аттестацию (табл. 3). Значения трудоемкости характеризуются как в академических часах, так и в зачетных единицах трудоемкости (зет).

Таблица 3

Характеристика трудоемкости дисциплины  
«Дифференциальные и разностные уравнения»

Наименования показателей	семестры	Значение трудоемкости						
		зет	Всего		в том числе:			
			часы		аудиторные занятия, часы		самостоятельная работа в часах	промежуточная аттестация (экзамен) в часах
			всего	часов в неделю	всего	часов в неделю		
1. Трудоемкость дисциплины в целом (по рабочему учебному плану программы)	--	3	108	--	36	--	36	36
2. Трудоемкость дисциплины в каждом из семестров (по рабочему учебному плану программы)	2	3	108	6	36	2	36	36
3. Трудоемкость по видам аудиторных занятий:	2	--	--	--	18	1	--	--
- лекции;								
- практические занятия	2	--	--	--	18	1	--	--
4. Промежуточная аттестация (число начисляемых зет):	2	--	--	--	--	--	--	--
4.1. Зачеты								
4.2. Экзамены	2	3	--	--	--	--	--	36

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» определяет общий объем знаний, а не порядок изучения предмета. Учебный процесс проводится так, чтобы у студента сложилось целостное представление об основных этапах становления современной математики и ее структуре, об основных математических понятиях и методах, о роли и месте дисциплины в решении прикладных задач.

Рабочая программа имеет следующую *структуру*: разделы математики, соответствующие данной программе, содержат лекции, практические занятия в аудитории, индивидуальные занятия студентов с преподавателем (консультации) и самостоятельную работу студентов. Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» изучается во втором семестре обучения. По итогам изучения предусмотрен экзамен.

Структура и содержание дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» приводится в таблице 4.

Таблица 4

Структура и содержание курса  
«Дифференциальные и разностные уравнения»

№ п/п	Названия дидактических единиц (ДЕ)	Содержание дидактических единиц (ДЕ)	Трудоемкость ДЕ, академические часы	Основные результаты изучения ДЕ	
				Знания, умения, навыки	Компетенции
1	Обыкновенные дифференциальные уравнения (ДУ) первого порядка	ДУ первого порядка: с разделяющимися переменными; однородные; линейные; в полных дифференциалах; уравнение Бернулли. Задачи на составление ДУ.	29	ЗУН 1-9 ЗУН 10-12 ЗУН-15	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
2	ДУ высших порядков и системы ДУ	ДУ высших порядков: допускающие понижение порядка; линейные однородные и неоднородные с постоянными коэффициентами. Системы ДУ.	30	ЗУН 1-9 ЗУН 10-15	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
3	Разностные уравнения	Понятие разностного уравнения, примеры.	13	ЗУН 1-9 ЗУН 14-15	ОК-9 ПК 3-4

	Линейные однородные и неоднородные разностные уравнения			ПК 19-20
<b>Итого во втором семестре</b>		<b>72</b>		
<b>Трудоемкость промежуточной аттестации во втором семестре</b>		<b>36</b>		
<b>В целом по курсу</b>		<b>108</b>		

На рисунке 1 представлена блок-схема структуры и результатов обучения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения». Она характеризует как логическую последовательность изучения отдельных дидактических единиц дисциплины, так и ожидаемых результатов ее изучения, в виде формируемых отдельными компонентами и дисциплиной в целом знаний, умений, навыков обучающихся и компетенций выпускников.

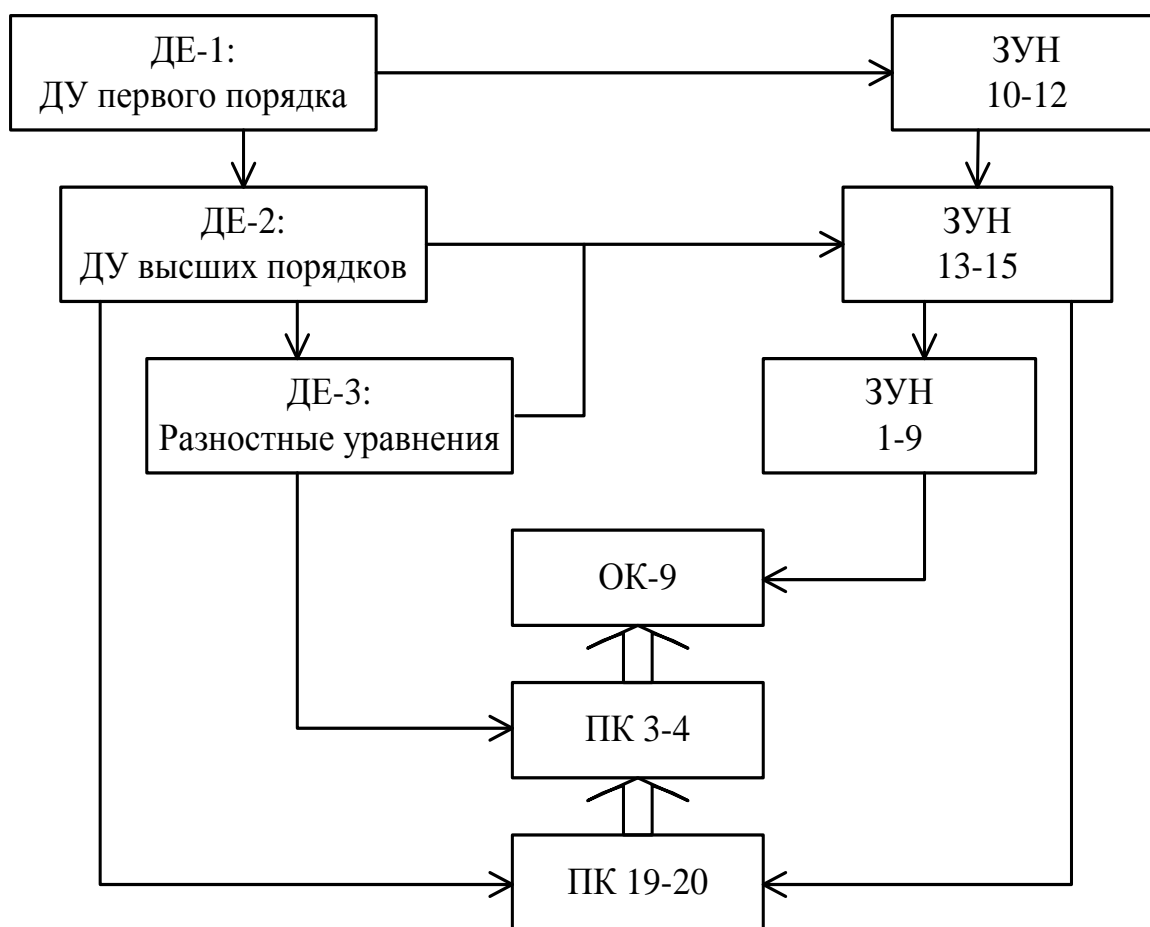


Рисунок 1. Блок-схема структуры и результатов изучения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения»

### 3. КАЛЕНДАРНЫЙ ГРАФИК ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

#### 3.1. Лекции

Лекция – вид аудиторного учебного занятия, цель которого состоит в рассмотрении теоретических и проблемных вопросов математики в концентрированной, логической форме, а также состояния и перспектив практического использования теоретических концепций дисциплины.

Для активизации образовательного процесса на соответствующих лекционных занятиях используются активные методы обучения, которые составляют 20% аудиторных занятий (согласно ФГОСу 3-го поколения).

Методом активного обучения называется совокупность педагогических действий и приёмов, создающая специальными средствами условия, мотивирующие обучающихся к самостоятельному, инициативному и творческому освоению учебного материала в процессе познавательной деятельности.

В учебном процессе можно выделить 4 функции, для реализации которых применение активных методов представляется наиболее целесообразным. К этим функциям относятся:

- **сообщение учебной информации (задача пополнения знаний).** Эта функция реализуется в основном в форме лекционных занятий. Здесь возникают следующие дидактические задачи: разрушить неверные стереотипы, заинтересовать, убедить, побудить к самостоятельному поиску и активной мыслительной деятельности, помочь совершить мысленный переход от теоретического уровня к прикладным знаниям и др.;
- **формирование и совершенствование профессиональных умений и навыков.** Здесь решается целая гамма дидактических задач, как неспецифических (закрепить полученные знания, сформировать умение применять их на практике), так и специфических, с учетом особенностей обучаемого контингента, в числе которых формирование и совершенствование умения работать с информацией, анализировать и обобщать, принимать и обосновывать решения, аргументировано их защищать в дискуссии, взаимодействовать, управлять процессом в динамике его развития и т. д.;
- **активизация освоения передового опыта, обмена знаниями и опытом.** Основные дидактические задачи, стоящие перед преподавателями состоят в том, чтобы заинтересовать опытом, убедить в его прогрессивности, сформировать конструктивную позицию в отношении нововведений, пробудить чувство нового, выработать

творческий подход к использованию чужого опыта, вызвать рефлексивную (критическую) самооценку собственной практики и т.п;

- **контроль результатов обучения.** К данной функции относятся такие способы контроля, которые активизируют учебно-познавательную деятельность. Дидактические задачи: проверить умение оперировать полученными знаниями, умение применять их при решении практических задач, умение самостоятельно анализировать, обобщать и делать практически значимые выводы, побудить к самоконтролю, самооценке и развитию собственных знаний, реализовать непосредственный переход от получения знаний к их применению в профессиональной деятельности. К этой группе относится такой метод контроля, как *тестирование*.

Активные методы обучения делятся на имитационные и неимитационные.

***Неимитационные методы:***

- лекция,
- практические занятия,
- учебная дискуссия,
- исследовательский метод,
- самостоятельная работа с обучающей программой,
- самостоятельная работа с книгой,
- игровые упражнения – викторины, состязания, кроссворды и

пр.

Характерной чертой неимитационных методов является отсутствие модели изучаемого процесса или деятельности. Активизация обучения осуществляется через прямые и обратные связи между обучающими и обучаемыми (студентами).

***Имитационные методы:***

*а) неигровые:*

- анализ конкретных ситуаций,
- решение ситуационных задач,
- выполнение индивидуальных практических заданий,

*б) игровые:*

- имитация деятельности с помощью математической модели,
- разыгрывание ролей с элементами деловой игры,
- деловая игра.

Имитационные методы наиболее эффективны при усвоении материала, так как в этом случае достигается существенное приближение учебного процесса к практической профессиональной деятельности.

При планировании следует помнить, что применение активных методов обучения требует **значительного** времени.

Для активизации образовательного процесса на лекционных занятиях рекомендуются следующие методы активного обучения.

*Метод «Лекция вдвоём».* Заключается в том, что вторым лектором наряду с преподавателем становится студент (студенты) лекционного потока. Второму лектору заранее выдаётся задание для подготовки фрагмента лекции: доказательство теоремы, вывод формулы, решение задачи и т.п. При проведении лекции вдвоём присутствуют все признаки активного метода обучения: проблемность, взаимообучение, индивидуализация, самостоятельность, усиление мотивации, эмоциональное воздействие. Помимо этого, студенты получают наглядное представление о культуре дискуссии, способах ведения диалога, совместного поиска и принятия решений.

*Метод «Лекция с запланированными ошибками».* Заключается в том, что преподаватель при чтении лекции сознательно совершает ошибки, задача студентов – выявление и исправление этих ошибок (студенты заранее ставятся в известность о проведении подобной лекции).

*Метод «Лекция – конференция».* На лекции проводится обсуждение докладов ежегодной научной студенческой конференции КНАГТУ о применении математических методов при решении прикладных задач.

Большая часть методов активного обучения имеет многофункциональное значение в учебном процессе. Например, разбор конкретной ситуации может быть применен для решения, по меньшей мере, трех дидактических задач: закрепление новых знаний (полученных на лекции); совершенствование некоторых профессиональных умений; активизация обмена знаниями и опыта.

График реализации теоретической части дисциплины «Математический анализ» представлен в таблице 5.

Таблица 5

## Программа лекций

№	Тематика лекций	Трудоемкость (академические часы)		Ориентация материала лекции на формирование:	
		Лекции в це- лом	в том числе с использованием активных методов обучения	знаний, умений, навыков обучающихся	Компетенций выпускников
1	<b>Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.</b> Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Теорема Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.	2		ЗУН 1-9 ЗУН 10-11 ЗУН-15	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
2	Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольного постоянного. Метод Бернулли.	2		ЗУН 1-9 ЗУН 10-11	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
3	Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Дифференциальное уравнение показательного роста.	2	0,6	ЗУН 1-9 ЗУН 10-11	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
4	Математические модели экономического роста: модель естественного роста, логический	1	1	ЗУН 1-9 ЗУН-15	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20

	рост, неоклассическая модель роста, динамическая модель Кейнса. <b>Дифференциальные уравнения высших порядков.</b> Основные понятия. Уравнения, допускающие понижение порядка.	1		ЗУН 1-9 ЗУН 10-11	
5	Линейные однородные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка. Основные свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений. Линейно независимая система функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения.	2	0,5	ЗУН 1-9 ЗУН-10 ЗУН 13-14	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
6	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка. Теорема о структуре общего решения. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Метод неопределенных коэффициентов.	2	0,5	ЗУН 1-9 ЗУН-14	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
7	Принцип наложения решений. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод исключения неизвестных.	2		ЗУН 1-9 ЗУН-14	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
8	<b>Разностные уравнения.</b> Основные понятия. Примеры разностных уравнений: признаки арифметической	2		ЗУН 1-9 ЗУН 14-15	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20



	и геометрической прогрессии; модель делового цикла Самуэльсона-Хикса.				
9	Линейные однородные и неоднородные разностные уравнения порядка $l$ .  Тестирование по теме «Дифференциальные уравнения»	1  1	1	ЗУН 1-9 ЗУН-14	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
<b>Итого</b>		<b>18</b>	<b>3,6</b>		

### 3.2. Практические занятия

Практические занятия – это форма учебного занятия, имитирующего реальные условия решения конкретных практических задач с использованием теоретических концепций дисциплины, ориентированного на формирования навыков самостоятельно работы обучающихся, приобретения и развития у них умений и навыков практической деятельности.

Для активизации образовательного процесса на практических занятиях используются следующие активные методы обучения (20% аудиторных занятий).

*Метод «Анализ проблемных ситуаций»* включает в себя следующие этапы:

1. введение в изучаемую проблему (актуальность, сложность и значение решения);
2. постановку задачи (определяются круг задач, границы анализа и поиски решений, устанавливается режим работы);
3. групповую работу над ситуацией;
4. групповую микродискуссию (обсуждение точек зрения и решений, формирование единого подхода к проблемам, выбор лучшего решения в данной ситуации);
5. итоговую беседу (подведение итогов с опорой на заранее разработанный «ключ» анализа ситуации — оптимальный вариант решения проблемы).

Проблемные ситуации позволяют приблизить учебную деятельность к естественному процессу познания. В результате решения проблемных задач обучаемые значительно быстрее изменяют неактуальные профессиональные установки на актуальные.

Виды проблемных ситуаций:

1) проблемные ситуации, возникающие в случае невозможности объяснить новые факты, явления, осознать новый материал при помощи уже имеющихся знаний;

2) проблемные ситуации, возникающие в случае появления противоречий между теоретическими знаниями, полученными и занятиях, и реальной практикой.

В рамках данного метода преподаватель должен сталкивать мнения, находить противоречия в высказываниях, следить, чтобы участники дискуссии не отходили от выбранной проблемы. Ведущий дискуссию должен подвергнуть анализу ложные высказывания, отвечать на реплики, формулировать вывод и подводить итог.

*Метод «Мини-зачет».* Форма работы – групповая, по 4 человека. Цель зачета – проверка усвоения знаний и вычислительных навыков по дидактической единице. Карточки с практическими заданиями получает каждый студент. На решение дается 10-12 минут. Затем студенты рассказывают ход решения друг другу, тем самым проверяя правильность решения (10 – 12 минут). Если при проверке пропущена ошибка, то оценка снижается всем на 1 балл. В конце занятия работы сдаются на проверку преподавателю.

*Метод «Кто быстрее».* Учебная группа делится на подгруппы из четырёх студентов по уровням обучения: III уровень - высокий, II - средний, I- низкий. Каждой группе даются задания, соответствующие уровню усвоения материала данной группой. На доске чертится таблица, в которую после решения каждого примера, один из членов группы вносит ответ. Побеждает та команда, которая первой заполнит таблицу.

*Метод «Тестирование».* Контроль результатов обучения проводится в виде тестирования. При этом используются различные формы тестовых заданий:

1. задания на выбор одного или нескольких правильных ответов;
2. задания открытого типа (ввод ответа);
3. задания на упорядочивание;
4. задания на соответствие.

Все задания теста должны иметь различный уровень сложности (легкие, средней сложности, трудные).

При проведении учебного процесса преподаватель может использовать как описанные выше, так и другие методы активного обучения, творчески обобщая опыт, накопленный педагогической практикой преподавания математики.

График проведения аудиторных практических занятий представлен в таблице 6.

Таблица 6

## Программа практических занятий

№ п/п	Тематика практических занятий	Трудоемкость (академические часы)		Ориентация материала практики на формирование:	
		Лекции в целом	в том числе с использованием активных методов обучения	знаний, умений, навыков обучающихся	Компетенций выпускников
1	Решение уравнений с разделяющимися переменными. Решение однородных дифференциальных уравнений.	2		ЗУН 1-9 ЗУН 10-12	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
2	Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка.	2	0,5	ЗУН 1-9 ЗУН 10-12	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
3	Решение уравнений Бернулли. Решение уравнений в полных дифференциалах.	2		ЗУН 1-9 ЗУН 10-12	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
4	Задачи на составление дифференциальных уравнений.	1	1	ЗУН 10-12 ЗУН-15	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
	Решение уравнений, допускающих понижение порядка.	1		ЗУН 1-9 ЗУН 10-12	
5	Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.	2	0,5	ЗУН 13-14	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
6	Решение линейных	2		ЗУН 13-14	ОК-9

	неоднородных дифференциальных уравнений $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.				ПК 3-4 ПК 19-20
7	Задачи на составление дифференциальных уравнений.	1	1	ЗУН-15	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
	Системы дифференциальных уравнений.	1		ЗУН-14	
8	Решение линейных разностных уравнений порядка $l$ с постоянными коэффициентами.	2	0,6	ЗУН-14	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
9	Контрольная работа по теме «Решение линейных разностных уравнений».	2		ЗУН-14	ОК-9 ПК 3-4 ПК 19-20
<b>Итого</b>		<b>18</b>	<b>3,6</b>		

### **3.3. Характеристика трудоемкости, структуры, содержания самостоятельной работы студентов и график ее выполнения**

Самостоятельная работа студентов, реализуемая вне рамок аудиторных занятий, имеет следующую структуру:

- подготовка к лекциям;
- подготовка к практическим занятиям – теоретическая, выполнение домашних практических заданий;
  - подготовка, оформление и защита индивидуальных домашних заданий (ИДЗ);
  - самостоятельное изучение отдельных теоретических разделов дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения»;
  - подготовка к аудиторным самостоятельным и контрольным работам, тестированию.

### **3.3.1. Необходимость и перечень теоретических разделов дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» для самостоятельного изучения**

В процессе обучения студент должен самостоятельно изучить некоторые разделы, не вошедшие в аудиторный учебный процесс. Такой вид самостоятельной работы формирует:

- умение работать с информационными источниками;
- умение выделять главное в информационных материалах учебной и научной направленности, самостоятельно делать выводы;
- умение применять логические приемы мышления, проводить классификацию явлений, понятий, математических и физических величин;
- умение формулировать вопросы по существу обсуждаемой проблемы, участвовать в дискуссии.

Перечень теоретических разделов курса для самостоятельного изучения:

1. Уравнения, сводящиеся к однородным дифференциальным уравнениям..
2. Интегрирующий множитель.
3. Уравнения Лагранжа и Клеро.

### **3.3.2. Цели, структура, тематика и примеры содержания индивидуальных домашних заданий и контрольных работ**

В результате освоения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» студент должен знать основные понятия и методы решения дифференциальных уравнений; уметь решать дифференциальные и разностные уравнения и системы дифференциальных уравнений; решать задачи на составление дифференциальных уравнений. Такие знания, умения и навыки обучающийся может получить при подготовке и выполнении индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) и аудиторной контрольной работы (КР). В таблице 7 представлена структура и тематика подлежащих выполнению индивидуальных заданий и контрольной работы.

Таблица 7

Структура и тематика ИДЗ и КР

Код	Тема
ИДЗ–1	Дифференциальные уравнения первого порядка
ИДЗ–2	Дифференциальные уравнения высших порядков
КР	Разностные уравнения

## Примерная структура аудиторной контрольной работы

### КР «Разностные уравнения»

1. Решить уравнение: а)  $x_{n+2} + 5x_{n+1} - 6x_n = 0$ ,  
б)  $x_{n+2} - 2x_{n+1} + 4x_n = 0$ ,  
в)  $x_{n+2} + 6x_{n+1} + 9x_n = 0$ .
2. Решить уравнение:  $x_{n+2} + 4x_{n+1} - 5x_n = 32 \cdot 3^n$ .

## Примерная структура индивидуальных домашних заданий

### ИДЗ №1 «Дифференциальные уравнения первого порядка»

1. Найти общее (частное) решение дифференциального уравнения первого порядка:

- 1)  $2x + 2xy^2 + \sqrt{2 - x^2} y' = 0$ ,
- 2)  $y' - \frac{y}{x} = x^2, \quad y(1) = 0$ ,
- 3)  $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$ ,
- 4)  $y^2 dx + (e^{2/y} + x) dy = 0$ ,
- 5)  $y' + xy = (x+1)e^{-x} y^2, \quad y(0) = 1$ .

2. Считая, что прирост трудовых ресурсов пропорционален самим трудовым ресурсам с коэффициентом пропорциональности 0,1 (годовой прирост трудовых ресурсов), найти трудовые ресурсы через десять лет, если в начале наблюдения они были равны 1000.

3. Найти линию, проходящую через точку (2, 3) и обладающую тем свойством, что отрезок ее касательной, заключенный между координатными осями, делится пополам в точке касания.

### ИДЗ №2 «Дифференциальные уравнения высших порядков»

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + \frac{2x}{x^2 + 1} y' = 2x.$$

2. Найти решение задачи Коши:

$$4y^3 y'' = y^4 - 1, \quad y(0) = \sqrt{2}, \quad y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

3. Найти частное решение линейного однородного дифференциального уравнения:

$$y''' - y'' = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = -1.$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y''' - y'' = 6x^2 + 3x.$$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' = 2 \operatorname{ch} 2x.$$

6. Найти решение задачи Коши, используя метод вариации произвольных постоянных:

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{e^x}{1 + e^{-x}}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

7. Решить систему дифференциальных уравнений: 
$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 + y_2, \\ y_2' = 3y_1 + 4y_2. \end{cases}$$

### 3.3.3. Перечни теоретических вопросов, тематика и примеры практических заданий, выносимых на тестирование

Контроль уровня усвояемости материала и остаточных знаний по каждой дидактической единице (ДЕ) осуществляется при помощи тестирования. Применение тестирования в учебном процессе позволяет оценить уровень знаний основных понятий, определений, формул, формулировок теорем; умения их применения при решении простейших задач «Дифференциальных и разностных уравнений».

На тестирование (Т) выносятся следующие теоретические вопросы.

Вопросы теста «Дифференциальные уравнения»:

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Формы записи уравнения.
2. Решение дифференциального уравнения первого порядка. Формы записи решения.
3. Теорема Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Задача Коши. Геометрический смысл.
4. Классификация дифференциальных уравнений первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Метод решения.
6. Однородные функции. Однородные дифференциальные уравнения. Равносильные определения. Метод решения.
7. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Методы решения.
8. Уравнение Бернулли. Метод решения.

9. Уравнение в полных дифференциалах. Признак уравнения. Метод решения.
10. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи уравнения.
11. Решение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Формы записи решения.
12. Теорема Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Задача Коши.
13. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Классификация. Методы решения.
14. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Свойства решений уравнения.
15. Линейно зависящая система функций. Определитель Вронского. Условие линейной независимости системы функций. Фундаментальная система решений линейных однородных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка.
16. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
17. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего решения и фундаментальной системы решений в зависимости от характера корней характеристического уравнения.
18. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
19. Метод неопределенных коэффициентов. Метод вариации произвольных постоянных.
20. Принцип наложения решений.
21. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения неизвестных.

На тестирование выносятся практические задания, соответствующие всем теоретическим вопросам и заданиям ИДЗ.

### Примерная структура билетов тестирования

#### Тест «Дифференциальные уравнения»

**Вопрос 1.** Указать, какие из данных уравнений являются дифференциальными уравнениями:

- 1)  $\sqrt{x}dx + \sqrt{y}dy = 0$ , 2)  $y + 2x + 1 = 0$ , 3)  $y^2 = x^2$ , 4)  $y'y^3 = 1 + y^2$ , 5)  $y''' = \ln x$ .



**Вопрос 2.** Расставить дифференциальные уравнения по возрастанию порядка:

$$1) y^4 + 1 = xy', \quad 2) y(y''')^2 = 1, \quad 3) y'' - xy' = x^2.$$

**Вопрос 3.** Установить соответствие между дифференциальным уравнением первого порядка и его формой записи:

- |                            |   |
|----------------------------|---|
| 1) общая форма,            | A) $y \sin x dx + x \cos y dy = 0$ ,        |
| 2) нормальная форма,       | B) $y' = 2x - \operatorname{tg} \sqrt{y}$ , |
| 3) дифференциальная форма. | C) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = x - 3y'$ ,        |
|                            | D) $dx = dy$ ,                              |
|                            | E) $y' = 0$ .                               |

**Вопрос 4.** Дано дифференциальное уравнение  $y' = F(x, y)$  и  $y(x_0) = y_0$ . Функция  $Y(x, y, C_0) = 0$  является его...

**Варианты ответа:**

- |                      |                        |
|----------------------|------------------------|
| 1) общим решением,   | 2) общим интегралом,   |
| 3) частным решением, | 4) частным интегралом. |

**Вопрос 5.** Дифференциальное уравнение  $y' + xy = \sqrt{y}$  является...

**Варианты ответа:**

- 1) уравнением с разделяющимися переменными,
- 2) однородным уравнением,
- 3) линейным уравнением первого порядка,
- 4) уравнением Бернулли,
- 5) уравнением в полных дифференциалах.

**Вопрос 6.** Установить соответствие между дифференциальным уравнением первого порядка и методом его решения:

- |                                       |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|
| 1) однородное уравнение,              | A) $y = u(x) \cdot v(x)$ , |
| 2) уравнение в полных дифференциалах. | B) $u(x, y) = C$ ,         |
|                                       | C) $y = u(x) \cdot x$ .    |

**Вопрос 7.** Указать частное решение уравнения  $(x^2 + 1)y' = 2xy$  при  $y(2) = 5$ .

**Варианты ответа:**

- |                                     |                                    |                    |
|-------------------------------------|------------------------------------|--------------------|
| 1) $y = x^2 + 1$ ,                  | 2) $y = \frac{x^2 - 2}{x^2 - 5}$ , | 3) $y = x^2 + 2$ , |
| 4) $y = \ln x^2 + 1  - \ln 5 + 5$ , | 5) $y = 5x$ .                      |                    |

**Вопрос 8.** Используя текстовые фрагменты, продолжить предложение: «условие  $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$  для уравнения  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$  носит название ...»

- 1) в, 2) уравнение, 3) полный, 4) признак, 5) дифференциал.

**Вопрос 9.** Сформулировать теорему о линейной независимости решений ЛОДУ  $n$ -го порядка.

**Вопрос 10.** Указать последовательность решения уравнения с разделяющимися переменными:

- 1) разделить переменные;
- 2) записать уравнение в дифференциальной форме;
- 3) проинтегрировать уравнение с разделенными переменными.

**Вопрос 11.** Указать общее решение дифференциального уравнения  $y'' = -4x$ .

**Варианты ответа:**

- 1)  $-\frac{2x^3}{3}$ ,                      2)  $-2C_1 \frac{x^3}{3} + C_2$ ,                      3)  $-\frac{2x^3}{3} + C_1x + C_2$ ,  
4)  $-\frac{2x^3}{3} + C_1 + C_2$ ,                      5)  $-\frac{2x^3}{3} + Cx$ .

**Вопрос 12.** Указать соответствие между дифференциальным уравнением и его общим решением (интегралом):

- |                           |  |
|---------------------------|--|
| 1) $y'' = 4yy'$ ,         | A) $y = -\frac{C_1}{4}(x+1)^2 + C_2$ ,   |
| 2) $2(x+1)y'' + y' = 0$ . | B) $y = 2C_1\sqrt{x+1} + C_2$ ,  |
|                           | C) $y = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + C_1x + C_2$ ,  |
|                           | D) $\frac{1}{\sqrt{2C_1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}y}{\sqrt{C_1}} = x + C_2$ , |
|                           | E) $y = -\frac{1}{2x+C}$ .   |

**Вопрос 13.** Функции  $e^x, e^{-x}, -e^{-x}$  ...

**Варианты ответа:**

- 1) линейно-зависимые, 2) линейно-независимые.

**Вопрос 14.** Записать общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения  $k_1 = -2, k_2 = -2$ .

**Вопрос 15.** Решить дифференциальное уравнение  $y''' - 9y' = 0$  и записать общее решение.

**Вопрос 16.** Функция  $y = 2\sin x$  является частным решением дифференциального уравнения  $y'' + 4y = 6\sin x$ . Указать общее решение данного уравнения.

**Варианты ответа:**

- |  |  |
|--|--|
| 1) $C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + 2\sin x$ , | 2) $C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + 2\sin x$ , |
| 3) $C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}$ ,         | 4) $C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + 6\sin x$ , |
| 5) $C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + 6\sin x$ . |  |

**Вопрос 17.** Записать общий вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с правой частью  $f(x) = \operatorname{arctg} 3x$ , если корни характеристического уравнения  $k_1 = -2$ ,  $k_2 = -2$ .

**Вопрос 18.** Записать общий вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с правой частью  $f(x) = (x+1)e^x \cos x$ , если корни характеристического уравнения  $k_1 = -2$ ,  $k_2 = -2$ .

### 3.3.4. График самостоятельной работы студентов

В таблице 8 представлены графики самостоятельной работы студентов по семестрам, где введены обозначения: ИДЗ – индивидуальное домашнее задание, КР – аудиторная контрольная работа, Т – тестирование. Каждый график характеризует объемы (трудоемкость в часах) каждого из видов самостоятельной работы и их распределение по 18 неделям семестра. Место расположения указанных обозначений в таблице определяет неделю семестра, в течение которой выдается задание или рекомендуется начать подготовку к соответствующему контрольному мероприятию. Знаком «+» обозначается неделя, в течение которой рекомендуется сдать и защитить соответствующее задание или когда состоится контрольное мероприятие (контрольная работа, тест).

Таблица 8

## График выполнения самостоятельной работы студентов

Виды самостоятельной работы	Число академических часов в неделю																		Итого по видам работ
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
Подготовка к лекциям	0,2		0,3		0,3		0,3		0,3		0,3		0,3		0,3		0,2		2,5
Подготовка к практическим занятиям		0,5		0,5		0,5		0,5		0,5		0,5		0,5		0,5		0,5	4,5
Подготовка, оформление и защита индивидуальных заданий	<b>ИДЗ №1</b>	1	1	1	1	2	1	+ 1	<b>ИДЗ №2</b>	1	1	1	1	2	1	1	+		16
Подготовка к контрольным мероприятиям							<b>Т</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	<b>1</b> <b>КР</b>	+ 2	+ 2	13
<b>ИТОГО за курс</b>	<b>0,2</b>	<b>1,5</b>	<b>1,3</b>	<b>1,5</b>	<b>1,3</b>	<b>2,5</b>	<b>1,3</b>	<b>2,5</b>	<b>1,3</b>	<b>2,5</b>	<b>2,3</b>	<b>2,5</b>	<b>2,3</b>	<b>3,5</b>	<b>2,3</b>	<b>2,5</b>	<b>2,2</b>	<b>2,5</b>	<b>36</b>

## **4. ТЕХНОЛОГИИ И МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОНТРОЛЯ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ**

Данный раздел описывает виды контроля текущей, промежуточной и итоговой аттестации по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения», так же в нём приводятся общие требования и примерные варианты заданий аттестации.

### **4.1. Технологии и методическое обеспечение контроля текущей успеваемости студентов**

Проведение контроля текущей успеваемости, с одной стороны, позволяет получать адекватную информацию о степени усвоения учебного материала, с другой стороны, стимулирует ритмичность учебной деятельности.

Контроль текущей успеваемости проводится в следующих видах – контрольная работа (КР), индивидуальные домашние занятия (ИДЗ) и тест (Т).

Индивидуальные задания служат целью закрепления и углубления навыка практического решения задач, самостоятельного поиска решений. В каждое задание, помимо теоретических задач, обязательно входит практическая (текстовая) задача, формирующая навык решать задачи в практической (реальной) плоскости, строить на основе описания математическую модель, находить и обосновывать ее решение.

Индивидуальные домашние задания способствуют лучшему освоению практических навыков по данному предмету. Студент получает задания в начале изучаемого раздела, а сдает выполненное задание после прохождения всех практических занятий по данному разделу. Качество освоения учебного материала и выполнения ИДЗ контролируется преподавателем в виде защиты ИДЗ.

Контрольная работа, с одной стороны, закрепляет полученные студентом знания, с другой стороны, является фактическим подтверждением степени их усвоения. Контрольная работа должна охватывать все ключевые вопросы раздела, содержать задания различной сложности. Желательно задания разделять на три группы: обязательные, необходимые и дополнительные. Студент, претендующий на оценку «отлично» должен за отведенное время выполнить все задания из всех групп.

Тест определяют степень усвоения теоретического материала дисциплины и навыков решения простейших теоретических задач.

На основе результатов контрольной работы, защит индивидуальных заданий и теста может быть сформирована рейтинговая система. Рейтинговая система оценки знаний стимулирует систематическую работу студентов в течение всего семестра, а также даёт им возможность ещё до сессии получить экзаменационную оценку, не сдавая экзамена. По этой системе оценивается

каждый вид работы в баллах (табл. 9). Оценивается также и деловая активность, самостоятельность работы студентов на практических занятиях (ПЗ).

Таблица 9

Рейтинг по «Дифференциальным и разностным уравнениям»

	Задание	Тема	Срок выдачи	Срок сдачи	Баллы
1	ИДЗ №1	Дифференциальные уравнения первого порядка.	1	8	15
2	ИДЗ №2	Дифференциальные уравнения высших порядков.	8	17	15
3	Т	Дифференциальные уравнения.		17	20
4	КР	Решение линейных разностных уравнений.		18	20
5	ПЗ			9 18	15 15
Итого баллов					100

Итоговое число баллов  $J$ , начисляемых за выполнение ИДЗ, находится по формуле:

$$J = B \cdot K_1 \cdot K_2$$

где  $B$  – число баллов за задание,  $K_1$  – коэффициент качества выполнения задания,  $K_2$  – коэффициент ритмичности выполнения задания.

Критерии оценки качества выполнения ИДЗ:

$$K_1 = 1,0 \quad (\text{оценка «5»}),$$

$$K_1 = 0,8 \quad (\text{оценка «4»}),$$

$$K_1 = 0,6 \quad (\text{оценка «3»}).$$

Критерии оценки сроков сдачи ИДЗ:

$$K_2 = 1,2 \quad (\text{досрочно}),$$

$$K_2 = 1,0 \quad (\text{в срок}),$$

$$K_2 = 0,9 \quad (\text{1-я неделя после срока}),$$

$$K_2 = 0,8 \quad (\text{2-я неделя после срока}),$$

и т.д.

По результатам рейтинга ежемесячно подводятся итоги работы студентов, и даётся её оценка. Студент может повысить свою текущую оценку, набирая дополнительные баллы за досрочную сдачу ИДЗ, а также за доказательство теорем, не входящих в программу данного курса, за решение во время аудиторной контрольной работы дополнительных задач олимпиадного характера. Рейтинг оканчивает своё действие в последний день семестра. В результате рейтинга формируется оценка за текущий семестр следующим образом:

Баллы (%)	Оценка
0 - 60	неудовлетворительно
61 - 75	удовлетворительно
76 - 90	хорошо
91 - 100	отлично

Оценка выставляется при условии сдачи и защиты всех ИДЗ, выполнения контрольной работы. Если студента не устраивает оценка, полученная по результатам рейтинга, то он может повысить её, сдавая экзамен. Студент допускается до экзамена при условии сдачи и защиты всех ИДЗ и выполнения контрольной работы.

#### **4.2. Технологии и методическое обеспечение промежуточной аттестации**

Рабочим учебным планом по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения» предусмотрено во втором семестре проведение промежуточной аттестации в форме экзамена. Форма проведения экзамена – письменная индивидуальная. Вопрос разрешения или запрещения использования литературы и конспекта лекций остается на усмотрение экзаменатора.

Экзаменационный билет включает два теоретических вопроса и две практические задачи. Ответы на теоретические вопросы являются обязательными для получения любой положительной оценки. Оценку «отлично» получает студент, решивший правильно обе задачи и правильно проведя все доказательства теоретических вопросов. Если же в доказательствах были допущены неточности, то оценка - «хорошо». Если же доказательства не были проведены или решена только одна задача, то оценка «удовлетворительно».

#### **Теоретические вопросы и темы практических заданий экзамена**

На экзамен выносятся следующие теоретические вопросы.

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Формы записи уравнения.
2. Решение дифференциального уравнения первого порядка. Формы записи решения.
3. Теорема Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Задача Коши. Геометрический смысл.
4. Классификация дифференциальных уравнений первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Метод решения.

6. Однородные функции. Однородные дифференциальные уравнения. Равносильные определения. Метод решения.
7. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Методы решения.
8. Уравнение Бернулли. Метод решения.
9. Уравнение в полных дифференциалах. Признак уравнения. Метод решения.
10. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формы записи уравнения.
11. Решение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Формы записи решения.
12. Теорема Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Задача Коши.
13. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Классификация. Методы решения.
14. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Свойства решений уравнения.
15. Линейно зависящая система функций. Определитель Вронского. Условие линейной независимости системы функций. Фундаментальная система решений линейных однородных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка.
16. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
17. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего решения и фундаментальной системы решений в зависимости от характера корней характеристического уравнения.
18. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
19. Метод неопределенных коэффициентов. Метод вариации произвольных постоянных.
20. Принцип наложения решений.
21. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения неизвестных.
22. Понятие разностного уравнения. Примеры разностных уравнений.
23. Линейные однородные разностные уравнения.
24. Линейные неоднородные разностные уравнения.

На экзамен выносятся практические задания, соответствующие всем теоретическим вопросам.



## Примерная структура экзаменационных билетов

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего профессионального образования  
«Комсомольский–на–Амуре государственный технический университет»

Кафедра "Высшая математика"

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1 по дифференциальным и разностным уравнениям

1. Уравнения с разделенными переменными.
2. Доказательство теоремы о линейной зависимости системы функций.
3. Найти линию, проходящую через точку (2, 0) и обладающую тем свойством, что отрезок касательной между точкой касания и осью ординат имеет постоянную длину, равную двум.
4. Проинтегрировать дифференциальное уравнение:

$$y'' - \frac{y'}{x} + x^2 = 0.$$

Зав. кафедрой «Высшая математика» \_\_\_\_\_ (А.В. Бобков)

#### 4.3. Технологии и методическое обеспечение контроля выживания знаний, умений и навыков, сформированных при изучении дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения»

Выживаемость полученных при изучении дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» знаний, умений, навыков обучающихся и компетенций выпускников по истечении определенного времени после аттестации по дисциплине можно оценить при помощи тестирования.

На тестирование выносятся основные разделы (дидактические единицы):

- Дифференциальные уравнения первого порядка (задания 1-2);
- Дифференциальные уравнения высших порядков (задания 3-4).

Тест считается пройденным, если по каждой дидактической единице решено не менее одной задачи.

#### Примерное содержание теста «Дифференциальные уравнения»

**Указания:** Все задания имеют 5 вариантов ответа, из которых правильный только один. Номер выбранного Вами ответа обведите кружочком в бланке для ответов.

1. Дифференциальное уравнение  $y' + xy = \sqrt{y}$  является...

- 1) уравнением с разделяющимися переменными,
- 2) однородным уравнением,
- 3) линейным уравнением первого порядка,
- 4) уравнением Бернулли,
- 5) уравнением в полных дифференциалах.

2. Частное решение при  $y(0)=1$  дифференциального уравнения  $(x^2 + 1)y' = 2x(4 - y)$  имеет вид ...

- 1)  $4 - \frac{3}{x^2 + 1}$ , 2)  $\frac{4x^2 + 1}{x^2 + 1}$ , 3)  $4 + \frac{1}{x^2 + 1}$ , 4)  $-4 + \frac{5}{x^2 + 1}$ , 5)  $\frac{4x^2}{x^2 + 1}$

3. Указать общее решение дифференциального уравнения  $y'' = -4x$ .

- 1)  $-\frac{2x^3}{3}$ , 2)  $-2C_1 \frac{x^3}{3} + C_2$ , 3)  $-\frac{2x^3}{3} + C_1x + C_2$ ,  
4)  $-\frac{2x^3}{3} + C_1 + C_2$ , 5)  $-\frac{2x^3}{3} + Cx$ .

4. Функция  $y = 2\sin x$  является частным решением дифференциального уравнения  $y'' + 4y = 6\sin x$ . Указать общее решение данного уравнения.

- 1)  $C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + 2\sin x$ , 2)  $C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + 2\sin x$ ,

3)  $C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}$ ,

4)  $C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + 6 \sin x$ ,

5)  $C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + 6 \sin x$ .

## **5. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

### **5.1. Список основной учебной и учебно-методической литературы**

1. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. В 2-х ч. Ч. 1. / Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. – М.: ОНИКС 21 век: Мир и образование, 2003. – 304 с.
2. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. В 2-х ч. Ч. 2. / Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. – М.: ОНИКС 21 век: Мир и образование, 2003. – 416 с.
3. Камке, Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. - СПб.: Лань, 2003. – 576 с.
4. Колесников, А.Н. Краткий курс математики для экономистов: учебное пособие / А.Н. Колесников. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 208 с.
5. Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты): учебное пособие для вузов / Л.А. Кузнецов. – СПб.: Лань, 2005. – 240 с.
6. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: учебное пособие для вузов / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, А.В. Босов. – М.: Высшая школа, 2001. – 376 с.
7. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: учебное пособие. В 3 ч. Ч. 2. / А.П. Рябушко [и др.]; под ред. А.П. Рябушко. – Минск: Академическая книга, 2005. – 352 с.
8. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М.В. Федорюк.- СПб.: Лань, 2003. – 448 с.
9. Шестаков, А.А. Курс высшей математики / А.А. Шестаков, И.А. Малышев, Д.П. Полозков. – М.: Высшая школа, 1987.
10. Шипачев, В.С. Высшая математика: учебник для вузов / В.С. Шипачев. – М.: Высшая школа, 2005. – 480 с.

### **5.2. Список дополнительной учебной, учебно-методической научной и другой литературы и документации**

1. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука. Физматлит, 1998. – 608 с.
2. Выгодский, М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – М. Астрель: АСТ, 2004. – 992 с.

3. Данилов, Н.Н. Курс математической экономики / Н.Н. Данилов. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2002. – 304 с.
4. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: учебное пособие для вузов по эконом. спец. / Ю.В. Васильков, Н.Н. Василькова. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 256 с.
5. Математические методы моделирования экономических систем: учебное пособие для вузов / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 368 с.
6. Сборник задач по математике для вузов. Специальные курсы: учебное пособие для вузов / Э.А. Вуколов, А.В. Ефимов, В.Н. Земсков [и др.]; под ред. А.В. Ефимова. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1984. – 608 с.
7. Солодовников, А.С. Математика в экономике. В 2 ч. Ч. 1: учебник / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 224 с.
8. Солодовников, А.С. Математика в экономике. В 2 ч. Ч. 2: учебник / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, И.Г. Шандра. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 376 с.
9. Фомин, Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности: учебник для вузов / Г.П. Фомин. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 544 с.