Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»

Е. Г. Кравченко

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В МАШИНОСТРОЕНИИ

Утверждено в качестве учебного пособия
Учёным советом Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего профессионального образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»

Комсомольск-на-Амуре
2014

УДК 62-192(07)
ББК 30.14+34я7
К772

Рецензенты:
Лаборатория «Химические и фазовые превращения в материалах»
ФГБУН Института машиноведения и металлургии Дальневосточного
отделения Российской академии наук (ИМиМ ДВО РАН),
зав. лабораторией канд. техн. наук. доцент С. Г. Жилин;
С. А. Симакин, зам. начальника цеха по подготовке производства
Филиала ОАО «Авиационная холдинговая компания «Сухой» «Комсомольский-на-Амуре авиационный завод имени Ю. А. Гагарина»

Кравченко, Е. Г.
К772 Надежность технических систем в машиностроении : учеб. пособие / Е. Г. Кравченко. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2014. – 126 с.
ISBN 978-5-7765-1085-4

В учебном пособии изложены основные понятия, определения и критерии, используемые в теории надежности. Рассмотрены общие методы расчета надежности технических систем в машиностроении различного назначения как нерезервированных, так и резервированных.

Пособие предназначено для студентов всех машиностроительных специальностей и направлений, может быть полезно студентам старших курсов других специальностей и инженерно-техническим работникам, интересующимся вопросами надежности технических систем.

УДК 62-192(07)
ББК 30.14+34я7

ISBN 978-5-7765-1085-4

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Характерной особенностью современного развития техники является широкое внедрение методов и средств автоматики и телемеханики, вызванное переходом на автоматизированное и автоматическое управление различными производственными и технологическими процессами в машиностроении, создание гибких производственных модулей, систем, комплексов и т.п. В условиях современной экономики автоматизация является одним из основных направлений технического прогресса. И, конечно, улучшение эффективности и качества проектируемых АСУ, САУ, ГПМ, ГПС и т.д. невозможно без повышения надежности технических средств управления (ТСУ). Таким образом, вышеизложенное является **первой причиной** возрастания фактора надежности в современных условиях развития техники и, в частности, в проектировании технических систем (ТС) различного назначения в машиностроении.

Второй причиной, требующей повышения надежности, является возрастание сложности ТС, аппаратуры их обслуживания, жесткости условий их эксплуатации и ответственности задач, которые на них возлагаются. Недостаточная надежность ТС приводит к увеличению доли эксплуатационных затрат по сравнению с общими затратами на проектирование, производство и применение этих систем. При этом стоимость эксплуатации ТС может во много раз превзойти стоимость их разработки и изготовления. Кроме того, отказы ТС приводят к различного рода последствиям: потерям информации, простоям сопряженных с ТС других устройств и систем, авариям и т.д. Таким образом, **третьей причиной** повышения роли надежности в современных условиях является экономический фактор.

И, наконец, последнее. В конечном счете, надежность ТС определяется надежностью комплектующих элементов. Поэтому знание основных вопросов надежности элементной базы является в настоящее время необходимым условием успешной работы в области машиностроения и особенно это относится к будущим специалистам – разработчикам аппаратуры автоматики и телемеханики, разработчикам ТС и ТСУ.

1. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1. Основные понятия и определения теории надежности

Теория надежности опирается на совокупность различных понятий, определений, терминов и показателей, которые строго регламентируются в государственных стандартах. Все термины и определения даются применительно к техническим объектам целевого назначения, рассматриваемым в периоды проектирования, производства, эксплуатации и испытания на надежность.

Система – это технический объект, предназначенный для выполнения определенных функций.

Отдельные части системы (как правило, конструктивно обособленные) называются *элементами*.

Однако необходимо заметить, что один и тот же объект в зависимости от той задачи, которую хочет решить конструктор (исследователь, проектировщик, разработчик), может рассматриваться как система или как элемент. Например, радиостанция обычно рассматривается как система. Однако она может стать элементом более крупного объекта – радиорелейной линии, рассматриваемой, как система. Следовательно, можно дать еще одно более полное определение элемента.

Элемент – это объект, представляющий собой простейшую часть системы, отдельные части которой не представляют самостоятельного интереса в рамках конкретного рассмотрения.

При проектировании система (устройство) должна удовлетворять всем техническим требованиям. Эти требования можно разделить:

- на основные, обеспечивающие выполнение заданных функций;
- вспомогательные, связанные, с удобством эксплуатации, внешним видом и т.д.

В соответствии с этим все элементы системы делят на основные и вспомогательные (рис. 1.1).

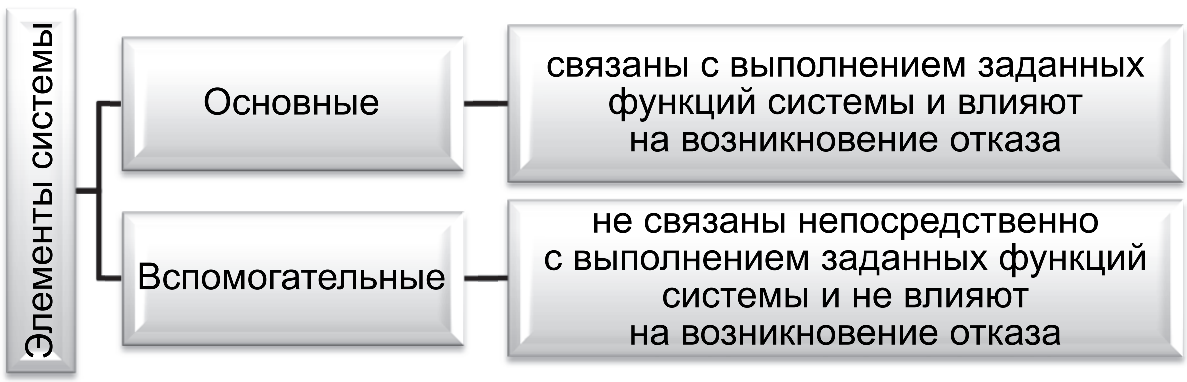


Рис. 1.1. Классификация элементов ТС

При построении логической структуры ТС, предназначенной для исследования надежности, для упрощения расчетов имеет смысл принимать во внимание только основные элементы.

С точки зрения теории надежности любой технической объект (система, устройство, элемент) можно охарактеризовать его свойствами, техническим состоянием и приспособленностью к восстановлению после потери работоспособности (рис. 1.2). При этом важнейшим комплексным свойством ТС является его надежность.

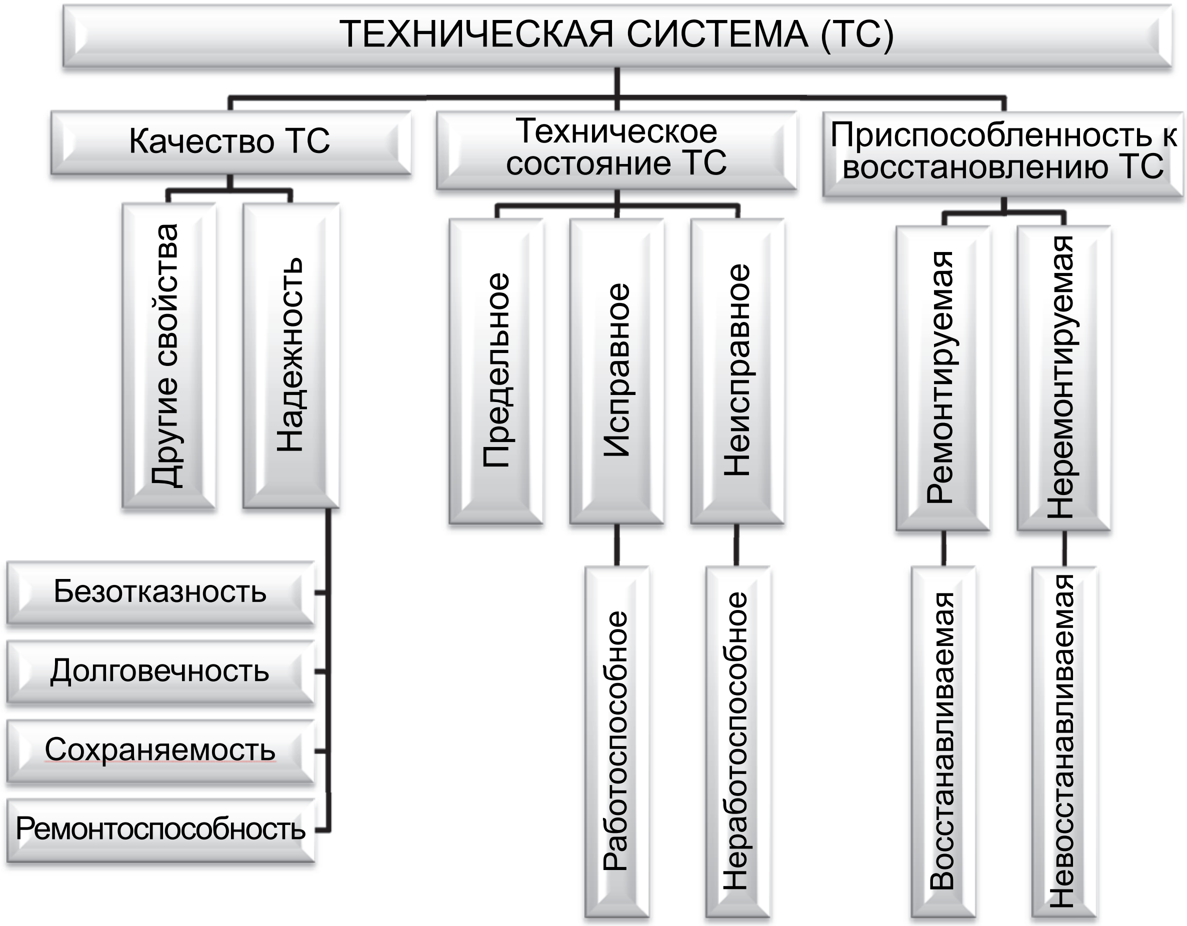


Рис. 1.2. Основные характеристики ТС

Надежностью называется свойство ТС выполнять заданные функции, сохраняя во времени значение устанавливаемых эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих заданным режимам и условиям использования, технического обслуживания, хранения и транспортировки. Надежность включает в себя следующие свойства: безотказность, долговечность, сохраняемость и ремонтоспособность.

Безотказность – свойство ТС непрерывно сохранять работоспособность в течение некоторого времени или некоторой наработки.

Свойство объекта сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонтов называется *долговечностью*.

Сохраняемость – это свойство ТС непрерывно сохранять исправное и работоспособное состояние в течение и после хранения и транспортирования. Сохраняемость характеризуется способностью объекта противостоять отрицательному влиянию условий хранения и транспортирования на его безотказность и долговечность. Продолжительное хранение и транспортирование объектов могут снизить их надежность при последующей работе по сравнению с объектами, которые не подвергаются хранению и транспортировке.

Ремонтоспособностью называется свойство объекта, заключающееся в приспособленности к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов, повреждений и устранению их последствий путем проведения ремонта и технического обслуживания. Данное свойство является очень важным, т.к. оно характеризует степень стандартизации и унификации элементов ТС, удобство их размещения с точки зрения доступности для контроля и ремонта, приспособляемость к регулировочным операциям и т.д.

Техническое состояние ТС в данный момент времени характеризуется исправностью или неисправностью, работоспособностью или неработоспособностью, а также предельным состоянием.

Исправным состоянием (*исправностью*) ТС называется такое ее состояние, при котором она соответствует всем требованиям, установленным нормативно-технической документацией (НТД). Если ТС не соответствует хотя бы одному из этих требований, то она находится в *неисправном состоянии*.

Если ТС находится в состоянии, при котором она способна выполнить заданные функции, сохраняя значения заданных параметров в пределах, установленных НТД, то она находится в *работоспособном состоянии*.

Неработоспособным состоянием ТС называется состояние, при котором значение хотя бы одного заданного параметра, характеризующего их лакокрасочное покрытие, способность выполнять заданные функции, не соответствует установленным требованием НТД.

Понятие исправности шире понятия работоспособности. Неисправная ТС может быть работоспособной и неработоспособной – все зависит от того, какому требованию НТД не удовлетворяет данная ТС. Так, например, если погнут кожух или шасси, нарушено их лакокрасочное покрытие, повреждена изоляция проводников, однако параметры аппаратуры находятся в пределах нормы, то ТС считается неисправной, но в то же время работоспособной. Исправная ТС всегда работоспособна.

При длительной эксплуатации ТС может достигнуть предельного состояния, при котором ее дальнейшая эксплуатация должна быть прекращена из-за неустранимого нарушения требований безопасности, при уходе заданных параметров за установленные пределы, или неустранимого снижения эффективности эксплуатации ниже допустимой, или необходимости проведения среднего или капитального ремонта. Исходя из возможности дальнейшего использования после отказа и приспособленности к восстановлению, все ТС классифицируются следующим образом (рис. 1.3).

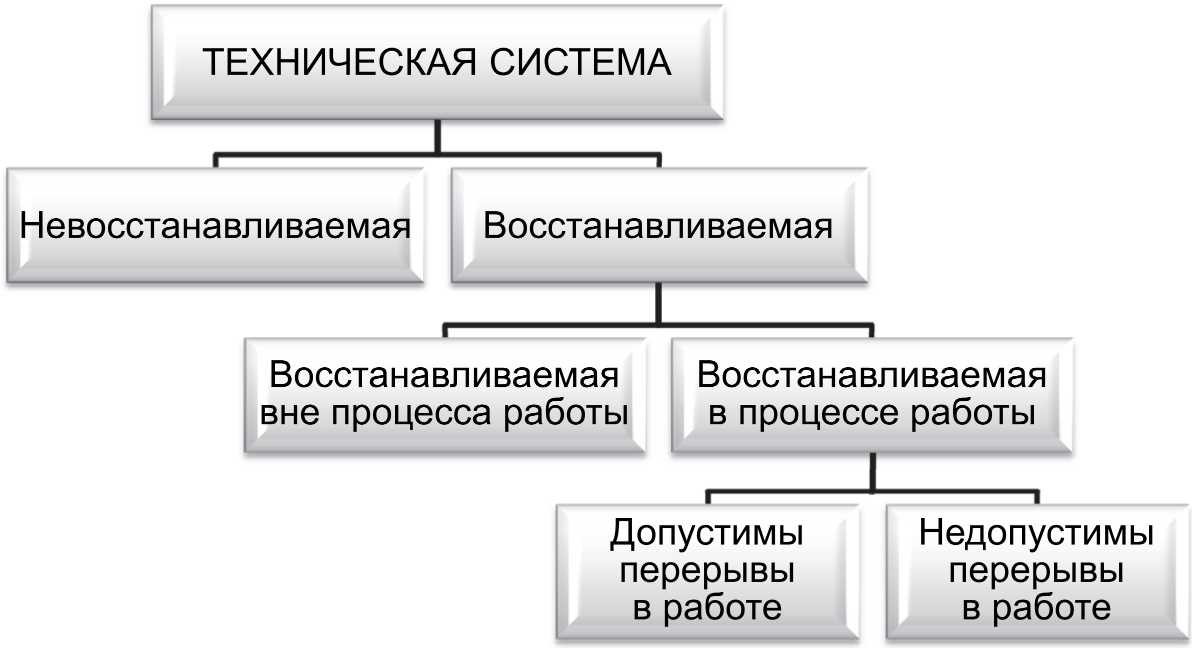


Рис. 1.3. Классификация объектов ТС

Восстанавливаемой ТС называется такая ТС, работоспособность которой в случае возникновения отказа подлежит восстановлению в рассматриваемой ситуации. Если же в рассматриваемой ситуации восстановление работоспособности данной ТС при ее отказе по каким-либо причинам признается нецелесообразным или неосуществимым, то система называется *невосстанавливаемой*.

Ремонтируемой ТС называется система, неисправность или работоспособность которой в случае возникновения отказа или повреждения подлежат восстановлению. В противном случае объект называется неремонтируемым (простейшим примером неремонтируемого объекта служат электролампочки).

Неремонтируемое устройство всегда является и невосстанавливаемым (например, резистор, конденсатор и т.п.). В то же время ремонтируемое устройство может быть как восстанавливаемым, так и невосстанавливаемым – все зависит от существующей системы технического обслуживания и ремонта, конкретной ситуации в момент отказа. Например, в условии эксплуатации телевизоров отказавший кинескоп является изделием не восстанавливаемым, но на ремонтном заводе – уже восстанавливаемым; отказавший силовой трансформатор может оказаться в руках радиолюбителя восстанавливаемым элементом, если отсутствует запасной трансформатор.

Общим понятием является понятие ремонтопригодности. *Ремонтопригодность* – свойство объекта, заключающееся в приспособленности к выполнению его ремонта и техобслуживания.

На практике часто бывают такие ситуации, в которых требуется, чтобы устройство, находясь в режиме ожидания и потом начав работать в произвольный момент времени, проработало бы безотказно в течение требуемого промежутка времени. Состояние работоспособности устройства в произвольно выбранный момент времени называется *готовностью*. Если при этом работоспособность устройства будет сохраняться в течение заданного интервала времени, то тогда обеспечивается так называемая *оперативная готовность устройства.*

1.2. Повреждения и отказы. Классификация

Другими важными понятиями в теории надежности и практике эксплуатации ТС являются повреждения и отказы.

Повреждением называется событие, заключающееся в нарушении исправности ТС или ее составных частей из-за влияния внешних условий, превышающих уровни, установленные НТД.

Отказ – это случайное событие, заключающееся в нарушении работоспособности ТС под влиянием ряда случайных факторов.

Повреждение может быть *существенным* и явиться причиной отказа и *несущественным*, при котором работоспособность ТС сохраняется.

Применительно к отказу и повреждению рассматривают критерий, причину, признаки проявления, характер и последствия.

Работоспособное состояние ТС определяется множеством заданных параметров и допусками на них – допустимыми пределами их изменения.

Критерием отказа являются признаки выхода хотя бы одного заданного параметра за установленный допуск. Критерии отказа должны указываться в НТД на объект.

Причинами отказа могут быть просчеты, допущенные при конструировании, дефекты производства, нарушения правил и норм эксплуатации, повреждения, а также естественные процессы изнашивания и старения.

Признаки отказа или повреждения проявляют непосредственные или косвенные воздействия на органы чувств наблюдателя (оператора) явлений, характерных для неработоспособного состояния объекта, или процессов, с ними связанных.

Характер отказа или повреждения определяют конкретные изменения, происшедшие в объекте.

К последствиям отказа или повреждения относятся явления и события, возникшие после отказа или повреждения и в непосредственной причинной связи с ним.

Отказы объектов ТС могут быть разных видов и классифицируются по различным признакам (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Классификация отказов ТС

Признаки отказа	Вид отказа	Характеристика отказа
1	*2*	*3*
Характер изменения параметра до момента возникновения отказа	Внезапный	Скачкообразное изменение значений одного или нескольких параметров ТС
	Постепенный	Постепенное изменение одного или нескольких параметров за счет медленного, постепенного ухудшения качества ТС. Например, износ поршневых колец в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания
Связь с отказами других элементов (узлов, устройств)	Независимый (первичный)	Отказ не обусловлен повреждениями или отклонениями других элементов (узлов)
	Зависимый (вторичный)	Отказ обусловлен повреждениями или отказами других элементов (узлов, устройств). Например, из-за пробоя конденсатора может сгореть другой элемент устройства
Возможность использования элемента после отказа	Полный	Полная потеря работоспособности, исключающая использование ТС по назначению
	Частичный	Дальнейшее использование системы возможно, но с меньшей эффективностью
Характер проявления отказа	Сбой	Самоустраняющийся отказ, приводящий к кратковременному нарушению работоспособности
	Перемежающийся	Многократно возникающий сбой одного и того же характера (то возникающий, то исчезающий), связанный с обратными случайными изменениями режимов работы и параметров устройства. Например, снижение чувствительности прибора может произойти из-за случайного резкого уменьшения напряжения питания
	Устойчивый (окончательный)	Отказ, устраняемый только в результате проведения восстановительных работ, является следствием необратимых процессов в деталях и материалах. Например, выход из строя устройства из-за обрыва нити накала электронной лампы
Причина возникновения отказа	Конструкционный	Возникает вследствие нарушения установленных правил и норм конструирования
	Производственный	Возникает из-за нарушения или несовершенства технологического процесса изготовления или ремонта ТС
	Эксплуатационный	Возникает вследствие нарушения установленных правил и условий эксплуатации ТС

Продолжение табл. 1.1

1	*2*	*3*
Время возникновения отказа	Период приработки	Обусловлен скрытыми производственными дефектами, не выявленными в процессе контроля
	Период норм эксплуатации	Обусловлен несовершенством конструкции, скрытыми производственными дефектами и эксплуатационными нагрузками
	Период старения	Обусловлен процессами старения и износа материалов и элементов ТС
Возможности обнаружения отказа	Очевидные (явные)	
	Скрытые (неявные)	

На основании изложенного следует подчеркнуть, что понятие надежности является фундаментальным понятием, охватывающим все стороны технической эксплуатации элементов, узлов, блоков и систем. При этом надежность является частью более широкого понятия – эффективности.

Эффективность ТС – это свойство системы выполнять заданные функции с требуемым качеством. Причем на эффективность функционирования ТС наряду с надежностью влияют и другие характеристики, такие как точность, быстродействие, помехоустойчивость и т.д.

Таким образом, основной задачей при проектировании ТС различного назначения можно назвать повышение эффективности и качества, а следовательно, улучшение таких характеристик ТС, как надежность, прочность, быстродействие и т.д.

Одним из методов повышения надежности, широко используемым при проектировании ТС, является *резервирование* – метод повышения надежности за счет введения избыточности. Под *избыточностью* понимают дополнительные средства и возможности сверх минимально необходимых для выполнения ТС заданных функций. Вопросы, связанные с резервированием, будут подробно изложены в шестом разделе настоящего пособия.

1.3. Этапы анализа и показатели надежности технических систем

Существуют *два основных этапа анализа надежности ТС*.

Первый этап называется *априорным анализом надежности* и обычно проводится на стадии проектирования ТС. Этот анализ априори предполагает известными количественные характеристики надежности всех используемых элементов системы. Для элементов (новых), у которых еще нет достаточных количественных характеристик надежности, их задают по аналогии с характеристиками применяющихся аналогичных элементов.

Таким образом, априорный анализ базируется на априорных (вероятностных) характеристиках надежности, которые лишь приблизительно отражают действительные процессы в аппаратуре ТС.

Тем не менее этот анализ позволяет на стадии проектирования выявить слабые с точки зрения надежности места в конструкции, принять необходимые меры к их устранению, а также отвергнуть неудовлетворительные варианты построения ТС. Поэтому априорный анализ (или расчет) надежности имеет существенное значение в практике проектирования ТС и составляет неотъемлемую часть технических проектов.

Второй этап называется *апостериорным анализом надежности*. Его проводят на основании статистической обработки экспериментальных данных о работоспособности и восстанавливаемости ТС, полученных в процессе их отработки, испытаний и эксплуатации. Целью таких испытаний является получение оценок показателей надежности ТС и ее элементов.

Эти оценки получают методами математической статистики по результатам наблюдений (ограниченного объема). При этом чаще всего предполагают, что результаты наблюдений являются случайными величинами, которые подчиняются определенному закону распределения с неизвестными параметрами.

В настоящее время для некоторых видов аппаратуры существует обязательный этап испытаний на надежность, включающий оценки ряда показателей надежности.

В любом случае под анализом надежности ТС будем понимать определение (вычисление) конкретных значений показателей надежности (априорный анализ) либо статистических оценок показателей надежности (апостериорный анализ).

Показателями надежности (ПН) называются количественные характеристики одного или нескольких свойств, определяющих надежность элемента (системы).

Различают *два основных вида ПН* (рис. 1.4).

Выбор ПН во многом зависит от назначения ТС и характера ее функционирования. При выборе ПН следует иметь в виду, что эти показатели должны достаточно полно описывать надежностные свойства системы, быть удобными для аналитического расчета и экспериментальной проверки по результатам испытаний, иметь разумный физический смысл и, наконец, допускать возможность перехода к показателям качества и эффективности.

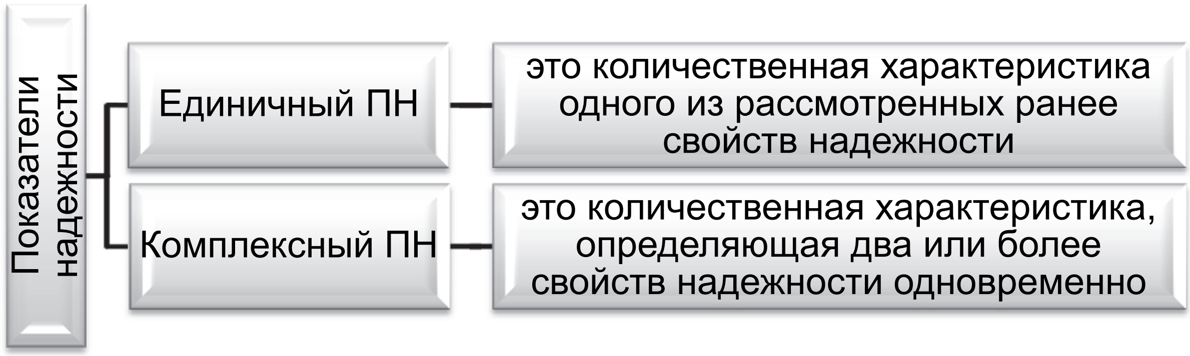


Рис. 1.4. Виды ПН

Количественная оценка надежности элементов ТС и ТС в целом проводится обычно при помощи *единичных ПН* (безотказности, восстанавливаемости, долговечности), а также *комплексных ПН*, определяющих свойства безотказности, восстанавливаемости.

1.4. Априорный и апостериорный анализ надежности технических систем

1.4.1. Единичные показатели надежности, определяющие свойство безотказности

Как уже отмечалось, отказ элемента (системы) можно считать случайным событием, происходящим под влиянием многих случайных факторов. Соответственно, количественные показатели случайных событий строятся на основе вероятностной меры, которая имеет смысл тогда, когда имеется достаточно большая совокупность исследуемых событий. Поэтому на практике количественные характеристики надежности элементов определяют статистическим путем на основе испытания в определенных условиях достаточно большой партии однотипных элементов (систем). Следовательно, *теория вероятностей* и *математическая статистика* являются основным аппаратом, который используется при исследовании надежности ТС, а сами характеристики надежности должны выбираться из числа показателей, принятых в теории вероятностей. При этом следует помнить, что полной характеристикой любой случайной величины является ее *закон распределения*, т.е. соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующими этим значениям вероятностями.

В качестве показателей безотказности невосстанавливаемых элементов применяют следующие количественные характеристики (рис. 1.5).

Наработка до первого отказа (ξ – кси) – это случайная величина, представляющая собой интервал времени от момента включения устройства до первого отказа.

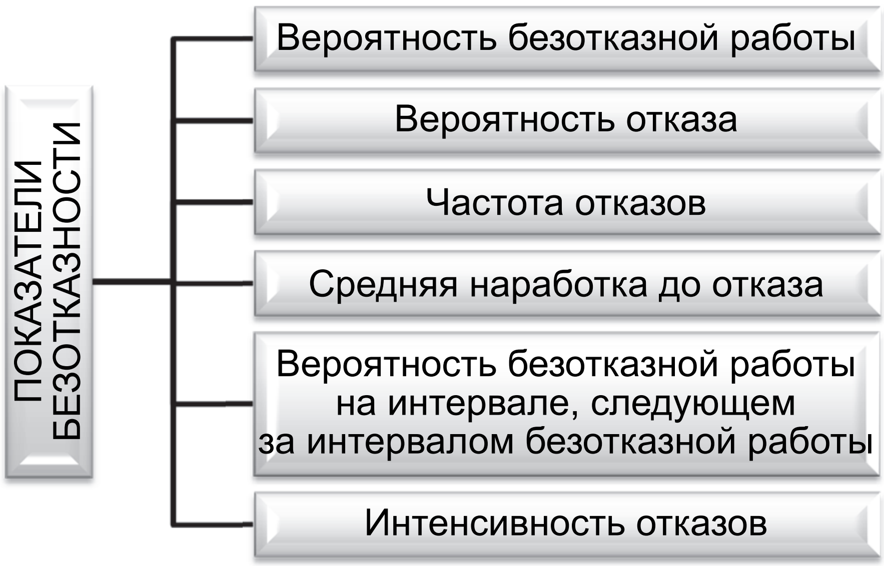


Рис. 1.5. Показатели безотказности

1. Вероятность безотказной работы.

Основной количественной характеристикой безотказности принято считать *вероятность безотказной работы* на заданном интервале времени, т.е. вероятность того, что наработка до первого отказа ξ превышает величину t.

Таким образом, вероятность безотказной работы (БР) показывает, с какой вероятностью можно утверждать, что на интервале времени t отказ не возникнет.

Если принять момент первого включения за начало отсчета, то вероятность БР запишется в виде функции надежности:

$$p(t) = P\{\xi > t\},\ t \geq 0.$$

Полагая, что в момент включения устройство работоспособно, т.е. $p(0) = 1$, функция $p(t)$ монотонно убывает от 1 до 0 (рис. 1.6). При этом совершенно очевидно, что $p(\infty) = 0$, т.е. любая ТС при $t \to +\infty$ со временем откажет.

Вероятность $p(t)$ безотказной работы – это вероятность того, что за время t отказа не произойдет.

2. Вероятность отказа.

Вероятность отказа $q(t)$ элемента есть вероятность того, что отказ произойдет через время, не превышающее данной величины t ($\xi \leq t$).

Другими словами, это вероятность события, противоположного тому, когда $\xi > t$, и может быть записано в виде функции ненадежности:

$$q(t) = P\{\xi \leq t\} = 1 - p(t),\ t \geq 0. \quad (1.1)$$

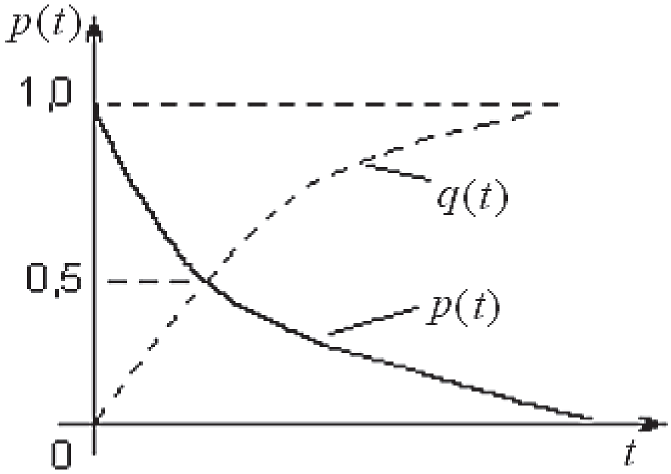


Рис. 1.6. Вероятность БР и вероятность отказа

3. <u>Плотность распределения наработки до отказа (частота отказов)</u> (рис. 1.7).

Функция ненадежности представляет собой интегральную функцию распределения случайной величины ξ.

Если функция $q(t)$ дифференцируема, то безотказность можно характеризовать также *плотностью распределения времени безотказной работы, или частотой отказа,* как производной от функции ненадежности:

$$\omega(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dp(t)}{dt}. \qquad (1.2)$$

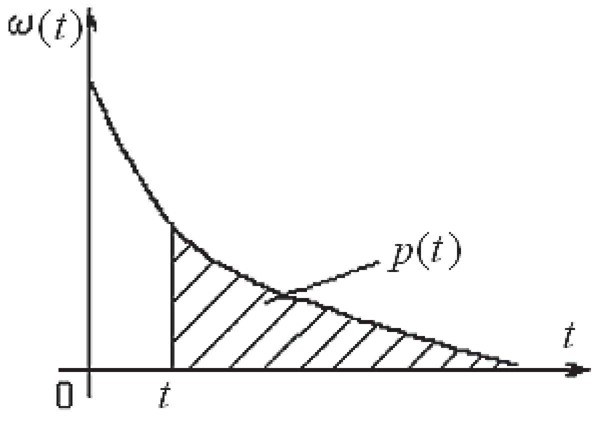


Рис. 1.7. Плотность распределения наработки до отказа

Из (1.2) следует, что вероятность БР на интервале (0, t) равна интегралу функции плотности распределения от момента времени t до ∞ (заштрихованной площади под кривой) (см. рис. 1.7):

$$p(t) = \int_{t}^{\infty} \omega(t)\, dt$$

или с учетом (1.1) и (1.2)

$$p(t) = 1 - \int_{0}^{t} \omega(t)\, dt. \tag{1.3}$$

Функции $q(t)$и $\omega(t)$ обычно тождественно равны нулю при $t < 0$. Значение $q(t) > 0$ при $t < 0$ иногда вводят для описания отказов, возникающих при хранении.

Распределение вероятностей БР от момента включения до момента первого отказа принято называть математической моделью БР (*безотказностью устройства*).

4. Среднее значение и дисперсия длительности БР.

Функция распределения (интегральная или плотность) полностью характеризует случайный процесс, но для решения многих задач достаточно знать несколько моментов случайной величины.

Как известно, *моментом k-го порядка* называют интеграл вида

$$m_k = \int_{0}^{\infty} t^k \omega(t) dt,$$

если только эта величина конечна.

Следует заметить, что если существует момент k-го порядка, то и существуют все моменты порядка $r < k$.

Момент первого порядка или математическое ожидание наработки элемента (системы) до первого отказа $m_1\{\xi\}$ обозначают символом $T_{\text{СР}}$ и называют *средней наработкой на отказ* или средним временем БР:

$$T_{\text{СР}} = \int_{0}^{\infty} t\omega(t) dt = -\int_{0}^{\infty} t dp(t). \tag{1.4}$$

Интегрируя по частям выражения (1.4) с учетом (1.2), получим

$$T_{\text{СР}} = -t \cdot p(t)\big|_0^\infty + \int_{0}^{\infty} p(t) dt\,.$$

При этом считаем:

1. $p(0) = 1$, т.е. в момент включения устройство исправно;
2. $\lim_{t\to\infty} tp(t) = 0$, т.к. если $m_k < \infty$, то $\lim_{t\to\infty} t^k p(t) = 0$.

С учетом изложенного окончательно получаем

$$T_{\text{СР}} = \int_{0}^{\infty} p(t) dt\,. \tag{1.5}$$

Величина T_{CP} – параметр функции $p(t)$, который во многих случаях позволяет восстановить всю функцию.

Иногда среднее время безотказной работы T_{CP} является приемлемой характеристикой для сравнения устройств по показателям безотказности.

Момент второго порядка равен

$$m_k = \int_0^\infty t^2\omega(t)dt = -\int_0^\infty t^2dp(t) = -t^2\underbrace{p(t)}_{=0}\Big|_0^\infty + \int_0^\infty p(t)dt^2.$$

С учетом того, что $p(t) = 1$ при $t = 0$, а $\lim_{t\to\infty} t^2p(t) = 0$, окончательно получаем

$$m_2 = \int_0^\infty p(t)dt^2 = 2\int_0^\infty tp(t)dt. \quad (1.6)$$

Из выражения (1.6) с учетом (1.5) находим *дисперсию* $\sigma_\tau^{\ 2}$ *времени безотказной работы:*

$$\sigma_\tau^2 = m_2 - T_{\text{ср}}^2 = 2\int_0^\infty tp(t)dt - \left(\int_0^\infty p(t)dt\right). \quad (1.7)$$

5. Вероятность БР на интервале, следующем за интервалом БР.

Пусть имеется два события A и B. Событие A состоит в том, что после включения устройства отказ наступил на интервале, не превосходящим величину $\tau + t$, т.е.

$$A : \xi \le \tau + t.$$

Событие B состоит в том, что после включения первый отказ наступил на интервале, превосходящем величину τ, т.е.

$$B : \xi \ge \tau.$$

Пересечение событий A и B состоит в том, что отказ появится на интервале t, следующем за интервалом времени τ безотказной работы (рис. 1.8).

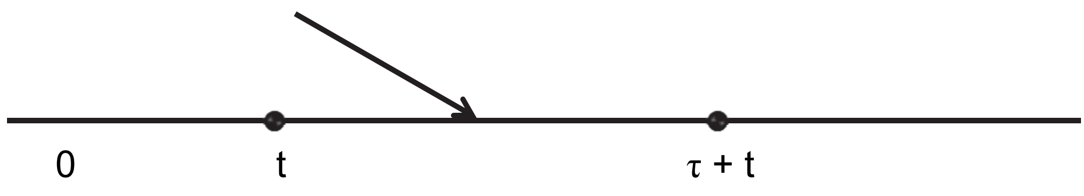


Рис. 1.8. Пересечение событий A и B

Это можно записать аналитически следующим образом:

$$A \cap B : \tau \le \xi \le \tau + t.$$

Теперь найдем условную вероятность того, что первый отказ произошел на интервале t, который следует за интервалом τ и на котором устройство проработало без отказа. Обозначим эту *условную вероятность* за $q(t/\tau)$. По правилу умножения вероятностей (см. Замечание 1) имеем

$$q(t/\tau) = \frac{P\{A \cap B\}}{P\{B\}} \quad \text{или} \quad q(t/\tau) = \frac{P\{\tau \le \xi \le \tau + t\}}{P\{\xi > \tau\}},$$

отсюда получаем

$$q(t/\tau) = \frac{[p(\tau) - p(\tau + t)]}{p(t)} = \frac{1 - p(\tau + t)}{p(t)}.$$

Вероятность $p(t/\tau)$ *безотказной работы на интервале* t, *следующем за интервалом* τ *безотказной работы после включения устройства*, равна

$$p(t/\tau) = 1 - q\left(\frac{t}{\tau}\right) = \frac{p(\tau + t)}{p(\tau)}.$$

Таким образом, $p(t/\tau)$ равна отношению вероятностей БР в конце и в начале рассматриваемого интервала времени.

Замечание 1:

Правило умножения вероятностей:

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot PB\ (A).$$

Вероятность совместного наступления двух событий равна произведению вероятности первого события на условную вероятность второго, вычисленную при условии, что первое событие состоялось.

6. Интенсивность отказов (ИО).

Интенсивностью отказов называется функция $\lambda(\tau)$, которая представляет собой предел отношения $q(t/\tau)$ при $t \to 0$.

Аналитически ее можно записать так:

$$\lambda(\tau) = \lim_{t\to 0} \frac{q(t/\tau)}{t} = \lim_{t\to 0} \frac{[p(\tau) - p(\tau+t)]}{tp(t)} = -\frac{p'(\tau)}{p(\tau)}. \qquad (1.8)$$

С учетом выражения (1.2), преобразуя (1.8), получим

$$\lambda(\tau) = \frac{\omega(\tau)}{p(\tau)}, \ \ \tau \ge 0. \qquad (1.9)$$

Функция $\lambda(\tau)$ для всех $\tau > 0$ неотрицательна, а при $\tau = 0 \to \lambda(0) = \omega(0)$, т.к. $p(0) = 1$.

При $\tau \to \infty$ и числитель, и знаменатель выражения (1.9) стремятся к нулю, поэтому, используя правило Лопиталя, можно получить равенство, справедливое для больших значений τ:

$$\lambda(\tau) \approx -\frac{\omega'(\tau)}{\omega(\tau)} = -\frac{d}{d\tau}\ln\omega(\tau).$$

Теперь нетрудно выразить вероятность безотказной работы $p(t)$ через ИО. Для этого представим выражения (1.8) в виде

$$\lambda(\tau) = -\frac{d}{d\tau}\ln p(\tau)\,. \tag{1.10}$$

Интегрируя обе части выражения (1.10) от 0 до t, получим с учетом того, что $p(0) = 1$, следующее выражение:

$$\int_0^t \lambda(\tau)d\tau = -\ln p(t)\,.$$

Отсюда

$$p(t) = exp\left\{-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau.\right\} \tag{1.11}$$

Следовательно, интенсивность отказов и вероятность БР являются характеристиками безотказности, связанными однозначным соответствием, поэтому можно задавать либо вероятность БР, либо интенсивность отказов.

Функция $\lambda(\tau)$ не является плотностью распределения случайной величины. Кроме того, эта функция не нормирована, т.к.

$$\int_0^t \lambda(\tau)d\tau = 0.$$

При $\lambda = \mathrm{const}$, т.е. для экспоненциального распределения времени БР, имеем

$$T_{\text{ср}} = \int_0^t p(t)dt = \int_0^t e^{-\lambda t}dt = -\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}\Big|_0^\infty = \frac{1}{\lambda}. \tag{1.12}$$

В табл. 1.2 приведены основные соотношения, устанавливающие функциональную связь между ПН безотказности.

Таблица 1.2

Функциональная связь между ПН безотказности

ПН	Формулы для определения остальных ПН			
	$\boldsymbol{q(t)}$	$\boldsymbol{\omega(t)}$	$\boldsymbol{p(t)}$	$\boldsymbol{\lambda(t)}$
$\boldsymbol{q(t)}$	—	$\frac{dq(t)}{dt}$	$1 - q(t)$	$\frac{1}{1-q(t)}\cdot\frac{dq(t)}{dt}$
$\boldsymbol{\omega(t)}$	$\int_0^t \omega(t)dt$	—	$1 - \int_0^t \omega(t)dt$	$\frac{\omega(t)}{1-\int_0^t \omega(t)dt}$
$\boldsymbol{p(t)}$	$1 - p(t)$	$-\frac{dp(t)}{dt}$	—	$-\frac{1}{p(t)}\cdot\frac{dp(t)}{dt}$
$\boldsymbol{\lambda(t)}$	$1 - exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right)$	$\lambda(t)\cdot exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right)$	$exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right)$	—

Пример.

Определить единичные ПН безотказности $p(t)$, $\lambda(t)$ и Tср, если в результате анализа данных об отказах ТС установлено, что частота отказов системы имеет вид $\omega(t) = 2\lambda e^{-\lambda t}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$.

Решение.

1. Определим вероятность БР на основании формулы (1.3). Имеем

$$p(t) = 1 - \int_0^t \omega(t)dt = 1 - 2\lambda \cdot \left[\int_0^t e^{-\lambda t}dt - \int_0^t e^{-2\lambda t}dt\right] = 2e^{-\lambda t}.$$

2. Найдем зависимость интенсивности отказов от времени по формуле (1.9):

$$\lambda(t) = \frac{\omega(t)}{p(t)} = \frac{\lambda \cdot \left(e^{-\lambda t}\right)}{\left(1 - 0{,}5e^{-\lambda t}\right)}.$$

3. Определим среднюю наработку до первого отказа. На основании (1.5) будем иметь

$$T_{\text{ср}} = \int_0^\infty p(t)dt = \int_0^\infty \left[2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}\right]dt = \frac{3}{2\lambda}.$$

1.4.2. Единичные показатели надежности, определяющие свойство восстанавливаемости

Будем считать, что восстановление является случайным событием. В связи с этим интервал времени от момента отказа до момента восстановления является случайной величиной. Поэтому для характеристики восстановления должна быть использована *функция распределения вероятностей* этой случайной величины. Обозначим ее через η (эта).

Основные показатели восстанавливаемости приведены на рис. 1.9.

1. Вероятностью восстановления (ВВ) называется вероятность того, что после момента наступления отказа работоспособность устройства будет восстановлена за время, не превышающее заданное время t.

ВВ записывается в виде функции следующего вида (рис. 1.10):

$$p_{\text{в}}(t) = P\{\eta \le t\},\ t \ge 0.$$

Функция $p_{\text{в}}(t)$ представляет собой интегральную функцию распределения случайной величины η.

Эта функция монотонно возрастает от 0 (при $t = 0$) до 1 (при $t \to \infty$).

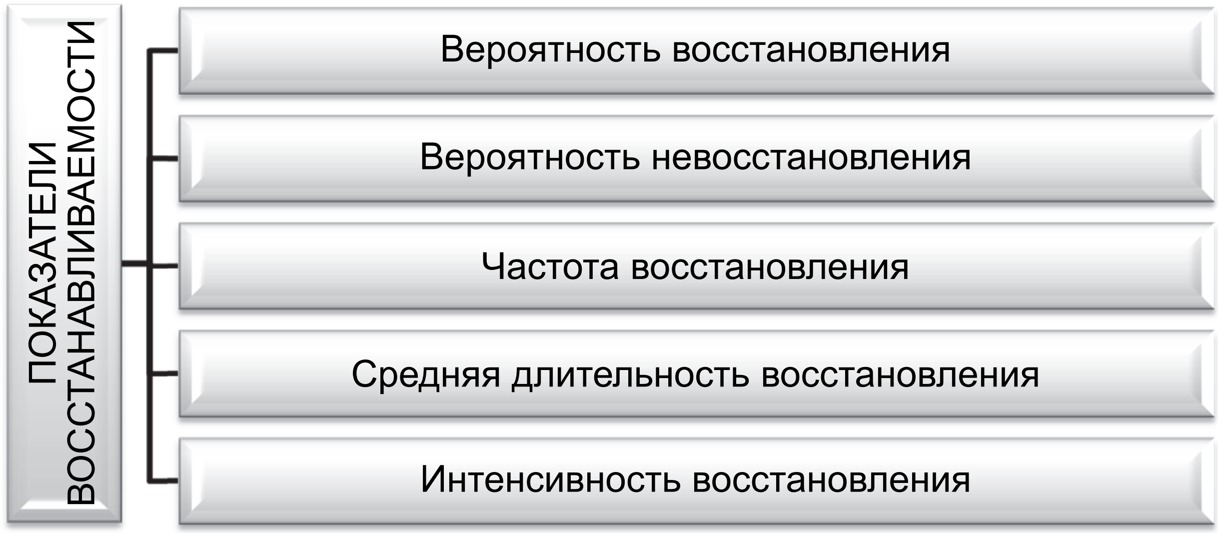


Рис. 1.9. Показатели восстанавливаемости

2. Вероятность невосстановления (ВНВ) на заданном интервале времени, т.е. вероятность того, что $\eta > t$, равна

$$q_{\text{в}}(t) = \mathrm{P}\{\eta > t\} = 1 - p_{\text{в}}(t).$$

3. Плотность распределения времени восстановления, или частота восстановления, равна

$$\omega_{\text{в}}(t) = \frac{dp_{\text{в}}(t)}{dt}, \quad t \geq 0.$$

Распределение вероятностей длительности восстановления называют математической моделью восстанавливаемости устройства.

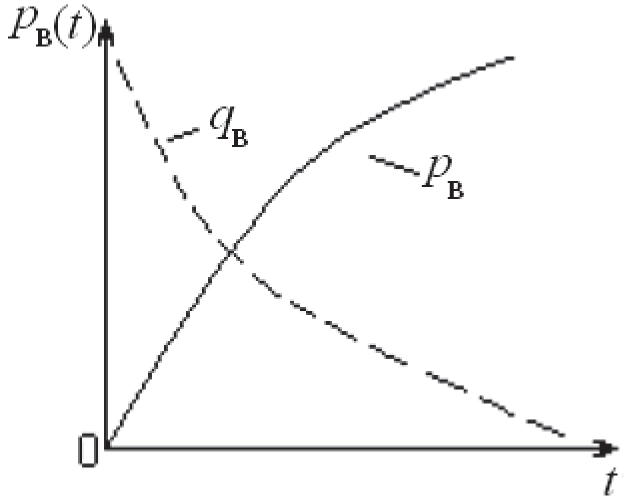


Рис. 1.10. Вероятность восстановления и невосстановления

Функции распределения $p_в(t)$ и $\omega_в(t)$, характеризующие восстанавливаемость, являются односторонними.

4. Среднее значение и дисперсия длительности восстановления.

Аналогично рассмотренным ПН безотказности для свойства восстанавливаемости также можно ввести наряду с функциями распределения длительности восстановления численные характеристики или *моменты*:

$$m_k = \int_0^\infty t^k \omega_в(t)dt = k\int_0^\infty t^{k-1} q_в(t)dt. \tag{1.13}$$

Выражение (1.13) получено методом подстановки формулы частоты восстановления

$$\omega_в(t) = \frac{dp_в(t)}{dt} = -\frac{dq_в(t)}{dt}$$

и последующим интегрированием по частям.

Момент первого порядка (математическое ожидание) времени восстановления работоспособности обозначим символом $T_в$ и назовем *средним временем восстановления*:

$$T_в = \int_0^\infty q_в(t)dt = \int_0^\infty [1 - p_в(t)]dt.$$

Таким образом, среднее время восстановления $T_в$ равно площади под кривой вероятности невосстановления (см. рис. 1.7).

Дисперсия длительности восстановления определяется выражением

$$\sigma_в = 2\int_0^\infty t[1 - p_в(t)]dt - T_в^2.$$

5. Интенсивность восстановления.

Используя рассуждения, аналогичные проведенным для ИО, определим *условную вероятность* $p_в(t/\tau)$, т.е. вероятность того, что восстановление произойдет на интервале t, следующем за интервалом времени τ, на котором еще не произошло восстановление работоспособности устройства:

$$p_в(t/\tau) = [p_в(\tau + t) - p_в(\tau)] \,/\, [1 - p_в(\tau)].$$

Условная вероятность невосстановления на интервале времени длительностью t, следующем за интервалом τ после отказа, равна

$$q_в(t/\tau) = 1 - p_в(t/\tau) = q_в(\tau + t) \,/\, q_в(\tau).$$

Рассмотрим предел отношения $p_в(t/\tau)$ при $t \to 0$, т.е. дифференциальную плотность вероятности восстановления в момент τ, при условии что после отказа устройство не было восстановлено до момента τ.

Обозначим этот предел через функцию μ(τ), которая называется интенсивностью восстановления:

$$\mu(\tau) = \lim_{t\to 0}\frac{p_{\text{в}}(t/\tau)}{t} = \frac{p'_{\text{в}}(\tau)}{1-p_{\text{в}}(\tau)}, \tag{1.14}$$

или с учетом того, что $p'_{\text{в}}(t) = \frac{dp_{\text{в}}(t)}{dt} = \omega_{\text{в}}(t)$ при $t\to 0$, получим

$$\mu(\tau) = -\frac{\omega_{\text{в}}(\tau)}{1-p_{\text{в}}(\tau)},\ \ \tau > 0.$$

Представим выражение (1.14) в виде

$$\mu(\tau) = -\frac{d}{dT}\ln[1-p_{\text{в}}(\tau)] \tag{1.15}$$

и решим его с учетом того, что $p_{\text{в}}(0) = 0$.

Из выражения (1.15) имеем, проинтегрировав его от 0 до t,

$$\int\limits_0^t \mu(\tau)d\tau = -\int\limits_0^t d\ln[1-p_{\text{в}}(\tau)] = -\ln[1-p_{\text{в}}(\tau)]\,|_0^t = -\ln[1-p_{\text{в}}(t)].$$

Отсюда определяем, что

$$1-p_{\text{в}}(t) = exp\left\{-\int\limits_0^t \mu(\tau)d\tau\right\}.$$

Окончательно получаем

$$p_{\text{в}}(t) = 1 - exp\left\{-\int\limits_0^t \mu(\tau)d\tau\right\}.$$

Следовательно, между вероятностью восстановления и интенсивностью восстановления имеется однозначное соответствие.

Однако необходимо заметить, что вероятностные характеристики безотказности и восстанавливаемости независимы.

Одно и то же устройство может обладать высокими показателями безотказности, но быть плохо восстанавливаемым, или наоборот.

В табл. 1.3 приведены основные соотношения, устанавливающие функциональную связь между ПН восстановления.

Таблица 1.3

Функциональная связь между ПН восстановления

ПН	Формулы для определения остальных ПН			
	$\boldsymbol{p_в(t)}$	$\boldsymbol{q_в(t)}$	$\boldsymbol{\omega_в(t)}$	$\boldsymbol{\mu_в(t)}$
$\boldsymbol{p_в(t)}$	—	$1-p_в(t)$	$\dfrac{dp_в(t)}{dt}$	$\dfrac{1}{1-p_в(t)}\cdot\dfrac{dp_в(t)}{dt}$
$\boldsymbol{q_в(t)}$	$1-q_в(t)$	—	$-\dfrac{dq_в(t)}{dt}$	$-\dfrac{1}{q_в(t)}\cdot\dfrac{dq_в(t)}{dt}$
$\boldsymbol{\omega_в(t)}$	$\int\limits_0^t \omega_в(t)dt$	$1-\int\limits_0^t \omega_в(t)dt$	—	$\dfrac{\omega_в(t)}{1-\int_0^t \omega_в(t)dt}$
$\boldsymbol{\mu_в(t)}$	$1-exp\left(-\int\limits_0^t \mu(t)dt\right)$	$exp\left(-\int\limits_0^t \mu(t)dt\right)$	$\mu(t)\cdot exp\left(-\int\limits_0^t \mu(t)dt\right)$	—

1.4.3. Комплексные показатели надежности

Для ремонтируемых ТС (с восстановлением) представляет интерес изучение последовательности случайных событий, которые представляют собой повторяющиеся отказы, следующие за многократными восстановлениями.

Последовательность отказов называется *потоком отказов*.

Комплексные ПН представлены на рис. 1.11.

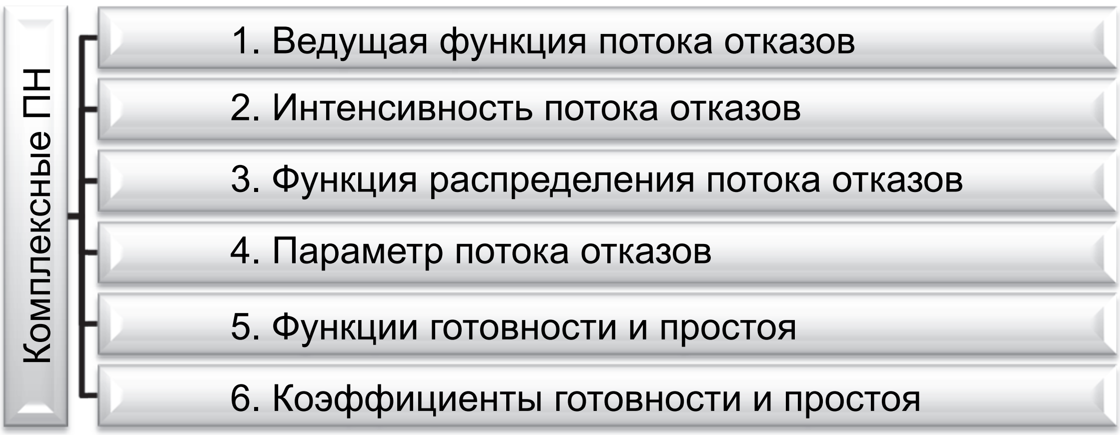


Рис. 1.11. Комплексные показатели надежности

Выделим некоторый произвольный интервал времени от момента включения $t = 0$ до некоторого текущего значения времени t.

Предположим, что на этом интервале времени $(0, t)$ произошло V_t отказов. Причем V_t представляет собой дискретную случайную величину.

Обозначим через $F_n(t)$ вероятность того, что на интервале $(0, t)$ произошло не менее n отказов, т.е.

$$F_n(t) = P\{V_t \geq n\}. \tag{1.16}$$

Из (1.16) можно получить формулу для определения вероятности появления точно n отказов на интервале $(0, t)$:

$$P\{V_t = n\} = P\{V_t \geq n\} - P\{V_t \geq n + 1\} = F_n(t) - F_{n+1}(t). \tag{1.17}$$

1. <u>Ведущая функция потока отказов.</u>

Важнейшей характеристикой потока отказов является математическое ожидание числа отказов на интервале $(0, t)$. Эта характеристика называется *ведущей функцией потока отказов*. Обозначим ее через $H(t)$:

$$H(t) = m_1\{V_t\}.$$

В связи с тем что после каждого отказа следует восстановление, $H(t)$ представляет также и среднее число восстановлений на интервале $(0, t)$.

Среднее число отказов в интервале времени (t_1, t_2) равно

$$m_1\{V_{t2} - V_{t1}\} = m_1\{V_{t2}\} - m_1\{V_{t1}\} = H(t_2) - H(t_1). \tag{1.18}$$

По определению среднего значения дискретной случайной величины (математического ожидания) имеем

$$H(t) = \sum_{n=0}^{\infty} nP\{V_t = n\}. \tag{1.19}$$

Подставив (1.17) в выражение (1.19) и разбив сумму на две, получаем

$$H(t) = \sum_{n=0}^{\infty} nF_n(t) - \sum_{n=0}^{\infty} nF_{n+1}(t). \tag{1.20}$$

В первой сумме выражения (1.20) член при $n = 0$ равен нулю и его можно опустить. Во второй сумме индекс суммирования заменяем на $m = n + 1$.

Тогда выражение (1.20) примет вид

$$H(t) = \sum_{n=1}^{\infty} nF_n(t) - \sum_{m=1}^{\infty} (m-1)F_m(t).$$

Объединяя суммы, получим окончательно для ведущей функции потока отказов

$$H(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t). \tag{1.21}$$

2. <u>Интенсивность потока отказов.</u>

Теперь найдем среднее число отказов на интервале (t_1, t_2), отнесенное к длительности этого интервала $(t_1 - t_2)$. Согласно выражению (1.18) оно равно $\frac{[H(t_2) - H(t_1)]}{t_2 - t_1}$.

Предел этого отношения называется интенсивностью потока отказов и обозначается через $\omega_{ИПО}$:

$$\omega_{ИПО}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{H(t+\Delta t) - H(t)}{\Delta t} = \frac{dH(t)}{dt}. \qquad (1.22)$$

Из выражений (1.22) и (1.21) следует, что

$$\omega_{ИПО}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{dF_n(t)}{dt}.$$

3. Функция распределения потока отказов.

Рассмотрим связь функции $F_n(t)$, т.е. функции распределения числа отказов, с показателями безотказности и восстанавливаемости устройства, т.е. плотности распределения наработки на отказ и плотности распределения времени восстановления.

При этом сделаем два *предположения*:

- Поток отказов и поток восстановлений каждый в отдельности и совместно представляют собой последовательность независимых событий.
- На интервале восстановления отказы не возникают.

Через τ_k обозначим случайный интервал времени момента возникновения k-го отказа после первого включения устройства. В этом случае

$$\zeta = \tau_k - \tau_{k-1},$$

где ζ [дзета] – интервал времени между отказами, который складывается из интервала восстановления η_k и интервала безотказной работы ξ_k (рис. 1.12).

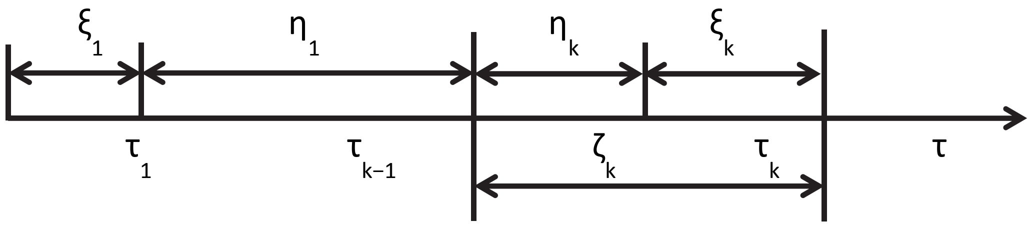


Рис. 1.12. Интервалы времени между отказами

$\tau_0 = \eta_1 = 0$; $\tau_1 = \zeta_1 = \xi_1$.

Момент n-го отказа, очевидно, равен сумме интервалов между отказами:

$$\tau_n = \sum_{k=1}^{n} \zeta_k.$$

Событие, состоящее в том, что на интервале времени $(0, t)$ появится минимум n отказов, эквивалентно событию, при котором момент n-го отказа предшествует моменту времени t. Следовательно,

$$F_n(t) = P\{V_t \geq n\} = P\{\tau_n < t\} \text{ или } F_n(t) = \left\{\sum_{k=1}^{n} \zeta_k < t\right\}.$$

Так как случайные величины $\zeta_1 - \zeta_n$ независимы, определение функции $F_n(t)$ сводится к задаче о распределении суммы конечного числа независимых величин. Обычно для решения подобных задач используют метод характеристических функций.

4. Параметр потока отказов.

Обозначим через $\Omega(t)dt$ вероятность того, что на интервале $(t, t+dt)$ произойдет отказ.

Теперь предположим, что потоки отказов являются ординарными, т.е. вероятность совмещения в один и тот же момент двух и более отказов пренебрежимо мала.

Во многих случаях допустимо считать, что вероятность появления на интервале времени $(t, t+dt)$ более одного отказа есть величина более высокого порядка малости, чем dt, если dt достаточно мала.

Обозначим через A_n событие, состоящее в том, что на интервале $(t, t+dt)$ произошел n-й по счету отказ после первого включения устройства.

В связи с тем что плотность распределения момента n-го отказа равна $\frac{dF_n(t)}{dt}$, вероятность события A_n можно вычислить по формуле

$$P\{A_n\} = dF_n(t).$$

Тогда событие $\Omega(t)dt$, состоящее в том, что на интервале $(t, t+dt)$ появится любой по счету отказ, представляет собой объединение событий A_n для всех целых и положительных n:

$$\Omega(t)dt = P\{\cup_{n=1}^{\infty} A_n\}. \quad (1.23)$$

Так как два любых события A_k и A_r при $k \neq r$ не совместны, то формулу (1.23) можно преобразовать, используя правило сложения вероятностей:

$$\Omega(t)dt = P\{\cup_{n=1}^{\infty} A_n\} = \sum_{n=1}^{\infty} P\{A_n\} = \sum_{n=1}^{\infty} dF_n(t). \quad (1.24)$$

Величина $\Omega(t)$ называется *параметром потока отказов*. Она представляет собой дифференциальную вероятность отказа восстанавливаемого устройства и из (1.24) равна

$$\Omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{dF_n(t)}{dt}.$$

Выносим знак дифференцирования за знак суммы, с учетом формулы (1.21) получим

$$\Omega(t) = \frac{dH(t)}{dt} = \omega_{ИПО}(t). \tag{1.25}$$

То есть для ординарных потоков отказов параметр потока отказов $\Omega(t)$ и интенсивность потока отказов $\omega_{ИПО}(t)$ совпадают!

В связи с тем что число отказов и число восстановлений совпадают, величину $\Omega(t)$ можно назвать также интенсивностью потока восстановлений.

Интегрируя обе части выражения (1.25) по t в пределах от 0 до t с учетом $H(0) = 0$ получим

$$H(t) = \int\limits_0^t \Omega(t)dt.$$

Существует зависимость между параметром потока отказов $\Omega(t)$ и единичными ПН, а именно частотой отказа $\omega(t)$. Для ординарных потоков отказов с ограниченным последействием $\Omega(t)$ и $\omega(t)$ связаны уравнением

$$\Omega(t) = \omega(t) + \int_0^t \Omega(t)\omega(t - \tau)dt, \tag{1.26}$$

которое решается обычно численными методами с использованием метода последовательных приближений.

Решая (1.26) по известной $\omega(t)$, можно найти все количественные характеристики надежности как невосстанавливаемых, так и восстанавливаемых ТС.

Другими словами, уравнение (1.26) – это *основное уравнение, связывающее ПН невосстанавливаемых и восстанавливаемых ТС* при мгновенном восстановлении, т.е. без учета времени, требующегося на восстановление ТС после отказа.

Для определения основных свойств параметра потока отказов $\Omega(t)$ используем преобразование Лапласа. Второй член выражения (1.26) представляет собой свертку двух функций, поэтому

$$\Omega(p) = \Omega(p)\ \omega(p) + \omega(p),$$

откуда уравнение (1.26) в операторной форме имеет вид

$$\Omega(p) = \frac{\omega(p)}{1-\omega(p)}, \tag{1.27}$$

или

$$\omega(p) = \frac{\Omega(p)}{1-\Omega(p)}. \tag{1.28}$$

Соотношения (1.27) и (1.28) позволяют найти одну характеристику через другую, если существует преобразование Лапласа функций $\omega(p)$ и $\Omega(p)$ и соответственно обратное преобразование выражений (1.27) и (1.28).

Воспользуемся известным соотношением операционного исчисления:

$$\lim_{t\to\infty}\Omega(t)=\lim_{p\to 0}p\Omega(p).$$

Тогда

$$\lim_{p\to 0}p\,\Omega(p)=\lim_{p\to 0}\frac{p\int_0^{\infty}\omega(t)e^{-pt}dt}{1-\int_0^{\infty}\omega(t)e^{-pt}dt}.$$

Раскрывая неопределенность, получим

$$\lim_{p\to 0}p\,\Omega(p)=\lim_{p\to 0}\frac{\int_0^{\infty}\omega(t)dt}{1-\int_0^{\infty}t\omega(t)dt}=\frac{1}{T_{\text{ср}}}.$$

Следовательно, $\lim_{t\to\infty}\Omega(t)=\frac{1}{T_{\text{ср}}}$, т.е. предел, к которому стремится параметр потока отказов $\Omega(t)$ при $t\to\infty$, равен величине, обратной средней наработке на отказ.

При этом $\Omega(t)$ обладает следующими свойствами:

- для любого момента времени независимо от закона распределения времени безотказной работы $\Omega(t) > \omega(t)$;
- независимо от вида функции $\omega(t)$ параметр потока отказов $\Omega(t)$ при $t\to\infty$ стремится к $1/T_{\text{ср}}$;
- если $\lambda(t)$ – возрастающая функция времени, то $\lambda(t) > \Omega(t) > \omega(t)$; если $\lambda(t)$ –убывающая функция времени, то $\Omega(t) > \lambda(t) > \omega(t)$;
- при экспоненциальном законе распределения времени БР, т.е. при $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$, параметр потока отказов ТС не равен сумме потоков отказов элементов ТС:

$$\Omega_{\text{ТС}}(t)\neq\sum_{i=1}^{N}\Omega_i(t),$$

при этом $\Omega(t) = (t) = \lambda$.

Пример.

Определим параметр потока отказов $\Omega(t)$, если в результате анализа данных об отказах ТС установлено, что частота отказов системы имеет вид

$$\omega(t)=\lambda^2 te^{-\lambda t}.$$

Решение.

Воспользуемся формулой (1.27), для чего найдем преобразование Лапласа частоты отказов $\omega(p)$:

$$\omega(p)=\int_0^{\infty}\omega(t)e^{-pt}dt=\int_0^{\infty}\lambda^2 te^{-(\lambda+p)t}dt=\frac{\lambda^2}{(\lambda+p)^2}.$$

Подставляя полученное значение в (1.27), находим

$$\Omega(p) = \frac{\omega(p)}{1-\omega(p)} = \frac{\lambda^2}{p(p+2\lambda)}.$$

Для отыскания $\Omega(t)$ найдем обратное преобразование Лапласа функции $\Omega(p)$. Корнями знаменателя будут $p_1 = 0$; $p_2 = -2\lambda$.

Тогда после преобразований

$$\Omega(t) = \lambda^2\left[\frac{1}{2\lambda} - \frac{e^{-2\lambda t}}{2\lambda}\right] = \frac{\lambda}{2}\left(1 - e^{-2\lambda t}\right).$$

5. Функции готовности и простоя.

Функцией готовности $G(t)$ (ФГ) называется зависимость вероятности работоспособности системы в произвольный момент времени от текущего времени.

Вероятность того, что в произвольный момент времени t устройство не будет работоспособно, называется *функцией простоя* (ФП):

$$g(t) = 1 - G(t).$$

Функцию готовности $G(t)$ иногда называют *нестационарным коэффициентом готовности*, функцию простоя $g(t)$ – *нестационарным коэффициентом простоя*.

Разделим интервал $(0,\ t)$ на N непересекающихся интервалов $\Delta\tau$ (рис. 1.13).

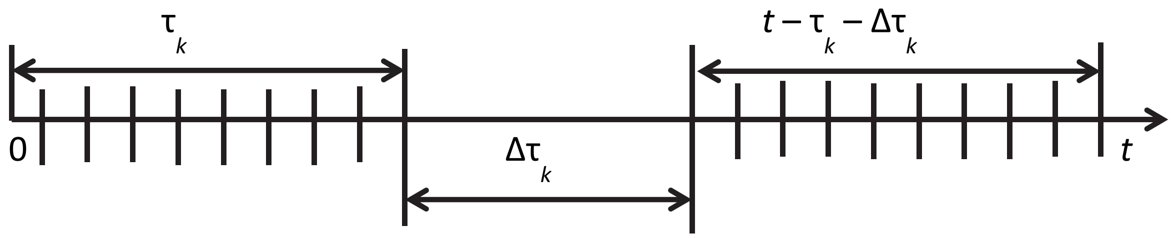


Рис. 1.13. Интервалы работы и восстановления ТС

Допустим, что B_k – это событие, которое состоит в том, что ТС была восстановлена на интервале $\Delta\tau$ и что она проработала безотказно в течение интервала $(t - \tau_k - \Delta\tau_k)$. Очевидно, что вероятность этого события равна

$$P(B_k) = \Omega(\tau_k)\cdot\Delta\tau\cdot p(t-\tau_k).$$

Используя формулу полной вероятности (см. Замечание 2), находим выражение для функции готовности $G(t)$, т.е. вероятности работоспособности ТС в момент времени t:

$$G(t) = p(t) + \lim_{\max \Delta t \to 0} P\left\{\bigcup_{k=1}^{N} B_k\right\}.$$

Так как событие B_i и B_j при $i \neq j$ несовместны, то

$$P\left\{\bigcup_{k=1}^{N} B_k\right\} = \sum_{k=1}^{N} p(t - \tau_k) \cdot \Omega(\tau_k) \cdot \Delta\tau_k.$$

Переходя к пределу max $\Delta\tau_k \to 0$, получим выражение для ФГ:

$$G(t) = p(t) + \int_0^t p(t - \tau) \cdot \Omega(T) d\tau. \quad (1.29)$$

Функция готовности является комплексным показателем надежности, т.к. зависит от характеристики безотказности и от характеристики восстанавливаемости ТС.

Функция простоя равна

$$g(t) = 1 - G(t) = 1 - p(t) -$$

$$- \int_0^t p(t - \tau) \cdot \Omega(\tau) d\tau = g(t) - \int_0^t p(t - \tau) \cdot \Omega(\tau) d\tau.$$

ФГ, как правило, имеет следующий вид (рис. 1.14).

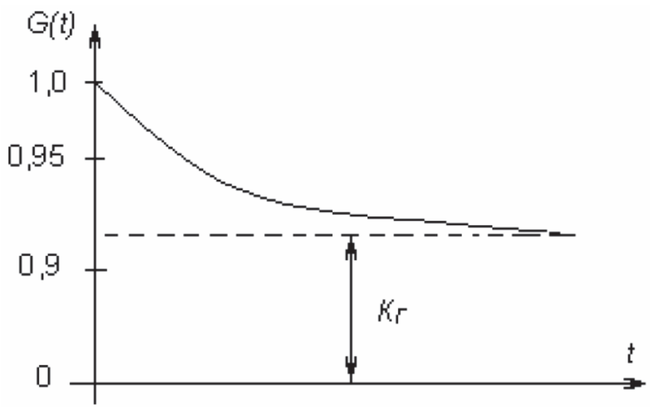


Рис. 1.14. Функция готовности

Замечание 2:

Формула полной вероятности.

Пусть события A_1, A_2, … A_n образуют полную систему (группу) событий и любые два из них несовместны.

Обозначим за $P_{A_i}(B)$ условную вероятность события B при условии, что произошло событие A_i. Тогда вычисляем вероятность события $B \to P(B)$ по следующей формуле:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(B) + P(A_2) \cdot P_{A_2}(B) + \cdots$$
$$+P(A_i) \cdot P_{A_i}(B) + \cdots + P(A_n) \cdot P_{A_n}(B).$$

6. <u>Коэффициенты готовности и простоя.</u>

Коэффициентом готовности K_Γ называется асимптотическое значение функции готовности $G(t)$ при неограниченном возрастании аргумента t (см. рис. 1.14), т.е.

$$K_\Gamma = \lim_{t \to \infty} G(t).$$

Для ординарного потока отказов K_Γ получают из выражения (1.29) для функции готовности путем ее преобразования и подстановки $t \to \infty$:

$$K_\Gamma = 1 - \frac{T_в}{T_{ср} + T_в} = \frac{T_{ср}}{T_{ср} + T_в}. \quad (1.30)$$

Как видно, K_Γ при любых распределениях интервала безотказной работы и интервала восстановления равен отношению средней наработки на отказ к сумме средней наработки на отказ и среднего времени восстановления.

Аналогично вводится определение коэффициента простоя K_Π.

Коэффициентом простоя K_Π называется асимптотическое значение функции простоя при неограниченном возрастании аргумента t. Из определения функций простоя и готовности следует, что

$$K_\Pi = 1 - K_\Gamma = \frac{T_в}{T_{ср} + T_в}. \quad (1.31)$$

K_Γ и K_Π определены как асимптотические коэффициенты функций при $t \to \infty$. Однако их можно использовать при любых конечных значениях t, при которых

$$G(t) - K_\Gamma < \varepsilon,$$

где ε – заданная погрешность.

При экспоненциальном распределении времени безотказной работы ТС, когда вероятность БР системы на интервале времени $t_{О\Gamma}$ не зависит от момента начала работы, можно определить величину *коэффициента оперативной готовности*:

$$K_{О\Gamma} = K_\Gamma \cdot p(t_{О\Gamma}).$$

Для выяснения физического смысла K_Γ запишем формулу для вероятности застать ТС в исправном состоянии для самого простого случая, когда λ(t) и μ(t) есть величины постоянные, т.е. для экспоненциального закона распределения.

Предполагая, что при $t = 0$ ТС находится в работоспособном состоянии ($p(0) = 1$) вероятность застать ТС в этом состоянии определяется из выражения

$$p_{\Gamma}(t) = \frac{\mu}{\mu + \lambda} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda+\mu)t},$$

$$p_{\Gamma}(t) = K_{\Gamma} + (1 - K_{\Gamma}) e^{-\frac{t}{K_{\Gamma} t_{\text{в}}}}, \tag{1.32}$$

где $\lambda = \frac{1}{T_{\text{ср}}}$; $\mu = \frac{1}{T_{\text{в}}}$; $K_{\Gamma} = \frac{T_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}} + T_{\text{в}}}$.

То есть выражение (1.32) устанавливает зависимость между K_{Γ} ТС и вероятностью застать ее в работоспособном состоянии в любой момент времени t.

Из (1.32) видно, что $p_{\Gamma}(t) \to K_{\Gamma}$ при $t \to \infty$, и, следовательно, K_{Γ} имеет смысл вероятности застать ТС в работоспособном состоянии при установившемся режиме эксплуатации.

Пример.

Определим функцию и коэффициент готовности ТС, если известно, что интенсивность отказов системы $\lambda = 0{,}02$ 1/ч = const, а среднее время восстановления $t_{\text{в}} = 10$ ч.

Решение.

Для данной ТС средняя наработка на отказ определяется по формуле (1.12):

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda} = 50 \text{ ч.}$$

Тогда коэффициент готовности согласно (1.30) будет равен

$$K_{\Gamma} = \frac{T_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}} + T_{\text{в}}} = \frac{50}{50 + 10} = 0{,}83.$$

Функцию готовности легко вычислить по формуле (1.32):

$$G(t) = p_{\Gamma}(t) = K_{\Gamma} + (1 - K_{\Gamma}) e^{-\frac{\lambda e t}{K_{\Gamma} t_{\text{в}}}} = 0{,}83 + 0{,}17 e^{-0{,}12t}.$$

1.4.4. Показатели долговечности и сохраняемости

1. Показатели долговечности.

Календарная продолжительность от начала эксплуатации ТС до перехода в предельное состояние называется *сроком службы* ТС. Если срок службы ТС – случайная величина (обозначим ее T_{cc}), то показатель долговечности может определяться как *средний срок службы* (математическое ожидание T_c):

$$t_{cc} = m_1[T_{cc}]$$

или гамма-процентный срок службы t_γ, который определяется соотношением

$$P\{T_{cc} > t_\gamma\} = \gamma\ 100\ \%.$$

Таким образом, t_γ – это *календарная продолжительность* от начала эксплуатации ТС, в течение которой ТС не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ (выраженной в процентах).

В качестве показателя долговечности можно использовать также ресурс ТС.

Ресурсом ТС называют наработку системы до предельного состояния, при достижении которого дальнейшая эксплуатация прекращается.

При этом *долговечность ТС* обычно характеризуют наработкой системы, в течение которой она не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ.

Эту наработку называют *гамма-процентным ресурсом*. Для определения этого ресурса необходимо задать функцию распределения ресурса. Более простым показателем является *средний ресурс*.

2. Показатели сохраняемости.

Сроком сохраняемости называется продолжительность хранения системы в определенных условиях, в течение которой сохраняются установочные показатели ее качества.

Иногда сохраняемость характеризуют продолжительностью хранения, в течение которой ТС сохраняет установленные показатели с заданной вероятностью γ.

Эта продолжительность хранения называется *гамма-процентным сроком сохраняемости*. Для ее определения необходимо знать функцию распределения срока сохраняемости. Более простым показателем сохраняемости является *средний срок сохраняемости*.

Контрольные вопросы:

1. Перечислите и проанализируйте основные состояния, в которых может находиться ТС.
2. Дайте определение понятию «надежность» и основных свойств надежности ТС.

3. Перечислите основные виды отказов ТС и проанализируйте причины их возникновения.

4. Дайте вероятностные определения единичных и комплексных ПН.

5. Опишите основные свойства параметра потока отказов $\Omega(t)$.

6. Докажите, что функция готовности является комплексным ПН.

7. В чем состоит отличие коэффициентов готовности и оперативной готовности?

8. В чем заключается основное отличие показателей долговечности и сохраняемости?

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

2.1. Зависимость интенсивности отказов от времени

Для большинства ТС характерны три вида зависимостей ИО от времени, которые соответствуют трем «периодам жизни» этих устройств (рис. 2.1).

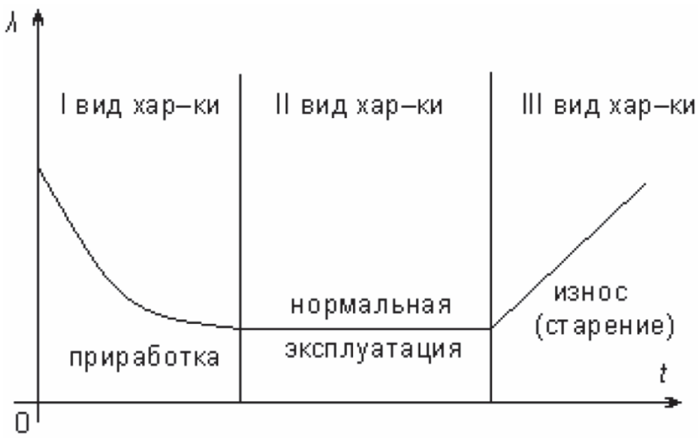


Рис. 2.1. Зависимость ИО от времени

Первый вид характеристики: здесь ИО монотонно уменьшается. Это соответствует периоду приработки, в котором проявляются дефекты технологии и изготовления, не свойственные конструкции.

Второй вид характеристики: здесь ИО остается приблизительно постоянной. Это соответствует так называемому периоду нормальной эксплуатации. В этот период, как правило, возникают внезапные отказы, свойственные самой конструкции.

Третий вид характеристики: здесь ИО постоянно возрастает. Это соответствует периоду износа, вызванного процессами старения. В этот период возникают главным образом постепенные отказы.

Как уже отмечалось, *априорный (вероятностный) анализ надежности* ТС заключается, в основном, в определении конкретных значений ПН по выведенным в первой главе аналитическим выражениям, связывающим эти ПН друг с другом. При этом распределение вероятностей безотказной работы ТС от момента включения до момента отказа, которое называется обычно *математической моделью безотказности*, у различных ТС различно.

Другими словами, время между соседними отказами для элементов, узлов, блоков, подсистем и систем является непрерывной случайной величиной, которая характеризуется определенным законом распределения, зависящим и от «периодов жизни» ТС (см. рис. 2.1), и от ее отдельных узлов, блоков и т.д., и от типа самой ТС в целом.

Исходя из изложенного, рассмотрим наиболее часто используемые для расчета надежности ТС законы распределения, характеризующие непрерывные случайные величины.

2.2. Распределение Вейбулла

Разобранные три вида зависимостей ИО от времени можно получить, используя для вероятностного описания случайной наработки до отказа *двухпараметрическое распределение Вейбулла*.

При распределении Вейбулла *вероятность БР* на интервале $(0, t)$ имеет вид (рис. 2.2)

$$p(t) = \exp(-\lambda t^{\delta}), \quad t \geq 0; \quad \lambda > 0; \quad \delta > 0. \tag{2.1}$$

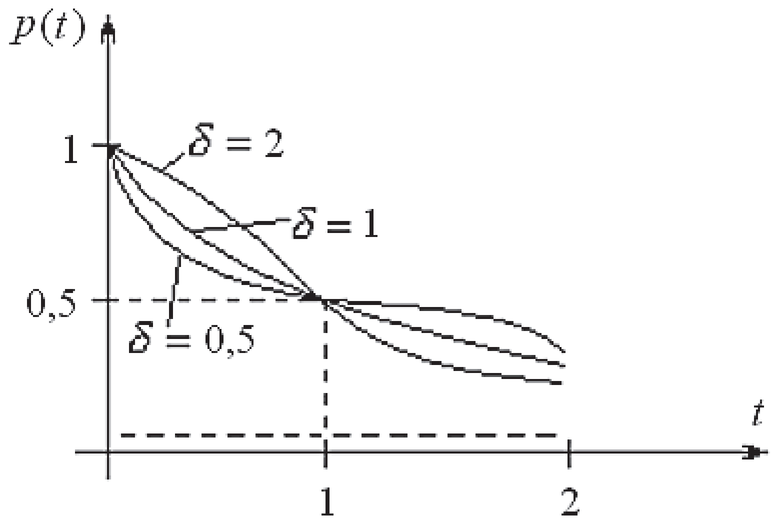


Рис. 2.2. Функция $p(t)$ для распределения Вейбулла

Из выражения (2.1) с учетом (1.2) следует, что *плотность распределения наработки на отказ* равна (рис. 2.3)

$$\omega(t) = -p'(t) = \lambda\delta\, t^{\,\delta-1} \exp(-\lambda t^{\delta}). \qquad (2.2)$$

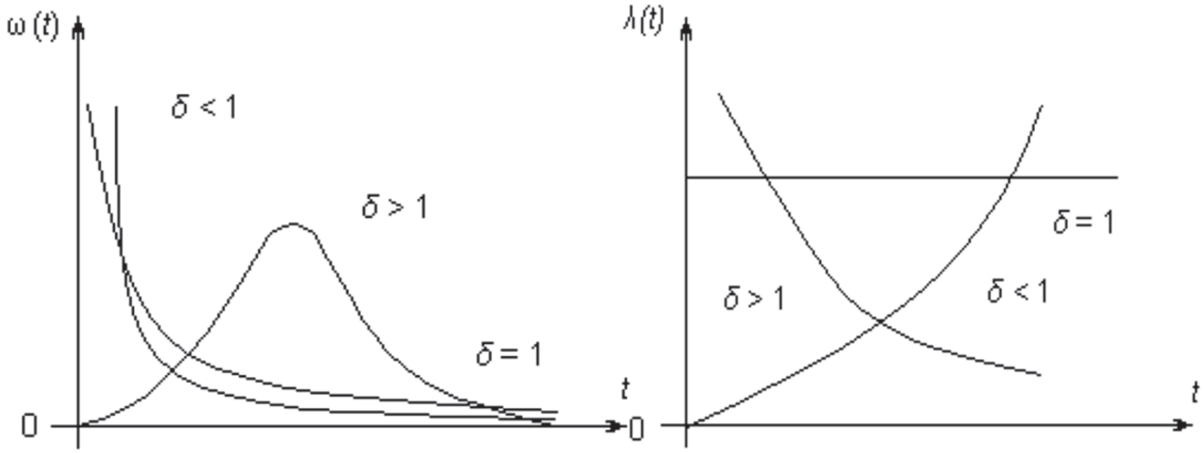


Рис. 2.3. Распределение Вейбулла для ω(*t*) и λ(*t*)

Среднее время БР (наработка на отказ) согласно выражению (1.5)

$$T_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t^{\delta}} dt = \lambda^{-\frac{1}{\delta}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right), \qquad (2.3)$$

где Γ(x) – полная гамма-функция.

Замечание 3:

Гамма-функция:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt.$$

Для больших значений x:

$\Gamma(x) = (x - 1)\Gamma(x - 1) = (x - 1)(x - 2)\Gamma(x - 2) = ...$

<u>Пример</u>.

Г(4,7) = 3,7 · 2,7 · 1,7 · Г(1,7).

Г(1,7) = 0,9086 – является справочными данными.

Если $x < 1$ и $x \neq 0, -1, -2, \ldots$, то

$$\Gamma(x) = \frac{\Gamma(x+1)}{x} = \frac{\Gamma(x+2)}{x(x+1)} = \cdots.$$

Пример.

$$\Gamma(0{,}7) = \frac{\Gamma(1{,}7)}{0{,}7} = 1{,}298.$$

$$\Gamma(-3{,}2) = \frac{\Gamma(1{,}8)}{(-3{,}2)\cdot(-2{,}2)\cdot(-1{,}2)\cdot(-0{,}2)\cdot 0{,}8} = 0{,}698.$$

Дисперсия времени БР для распределения Вейбулла с учетом (1.7)

$$\sigma_\tau^2 = \lambda^{-2/\delta}\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\delta}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\delta}\right)\right].$$

Теперь определим ИО для распределения Вейбулла. Подставив в (1.9) выражения (2.1) и (2.2), получим

$$\lambda(t) = \frac{\omega(t)}{p(t)} = \frac{\lambda\delta t^{\delta-1} exp\left(-\lambda t^{\delta}\right)}{exp(-\lambda t^{\delta})} = \lambda\delta t^{\delta-1}, \tag{2.4}$$

где $t \geq 0$; $\lambda > 0$; $\delta > 0$.

Таким образом, ИО ($\lambda(t)$):

- при $\delta < 1$ монотонно убывает;
- при $\delta = 1$ остается постоянной;
- при $\delta > 1$ монотонно возрастает (см. рис. 2.3).

Пример.

Определим среднюю наработку $T_{\text{ср}}$ и интенсивность отказов $\lambda(t)$ для ТС, время БР которой подчиняется закону Вейбулла с параметрами $\delta = 1{,}5$; $\lambda = 10^{-4}$ 1/ч за время работы $t = 100$ ч.

Решение.

Для определения значения $T_{\text{ср}}$ воспользуемся выражением (2.3) для распределения Вейбулла:

$$T_{\text{ср}} = \lambda^{-\frac{1}{\delta}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\delta}\right) = (10^{-4})^{-0{,}67}\cdot\Gamma(1{,}67).$$

Найдя значение гамма-функции $\Gamma(1{,}67) = 0{,}9033$ и произведя несложные вычисления, получим

$$T_{\text{ср}} \approx 418 \text{ ч.}$$

Подставляя в формулу (2.4) параметры распределения Вейбулла δ и λ, определим интенсивность отказов ТС за время $t = 100$ ч:

$$\lambda(100) = \lambda\cdot\delta\cdot(100)^{\delta-1} = 1{,}5\cdot 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

2.3. Экспоненциальное распределение

Экспоненциальное распределение (ЭР) является частным случаем распределения Вейбулла при $\delta = 1$. При этом

$$p(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}, \quad t \geq 0; \quad \lambda > 0. \tag{2.5}$$

Из выражения (2.4) следует, что при $\delta = 1$ ИО $\lambda(t) \equiv \lambda$.

Поэтому экспоненциальный закон определяется одним параметром λ, представляющим собой постоянную ИО.

Здесь верно и обратное утверждение: если ИО постоянна, то вероятность БР, как функция времени, подчиняется экспоненциальному закону.

Следовательно, нормальная эксплуатация устройств характеризуется ЭР интервала БР.

Среднее время БР $T_{ср}$ при экспоненциальном законе распределения равно величине, обратной ИО – $1/\lambda$, т.е.

$$T_{ср} = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \tag{2.6}$$

Выражение (2.6) является частным случаем (2.3) при $\delta = 1$, т.к. $\Gamma(2) = 1$.

Заменяя в выражении (2.5) λ на $1/T_{ср}$, получим

$$p(t) = e^{-\frac{1}{T_{ср}}}; \; t \geq 0, \; T_{ср} > 0.$$

Вероятность БР на интервале времени $t = T_{ср}$ при ЭР равна (рис. 2.4)

$$p(T_{ср}) = e^{-1} \cong 0{,}368.$$

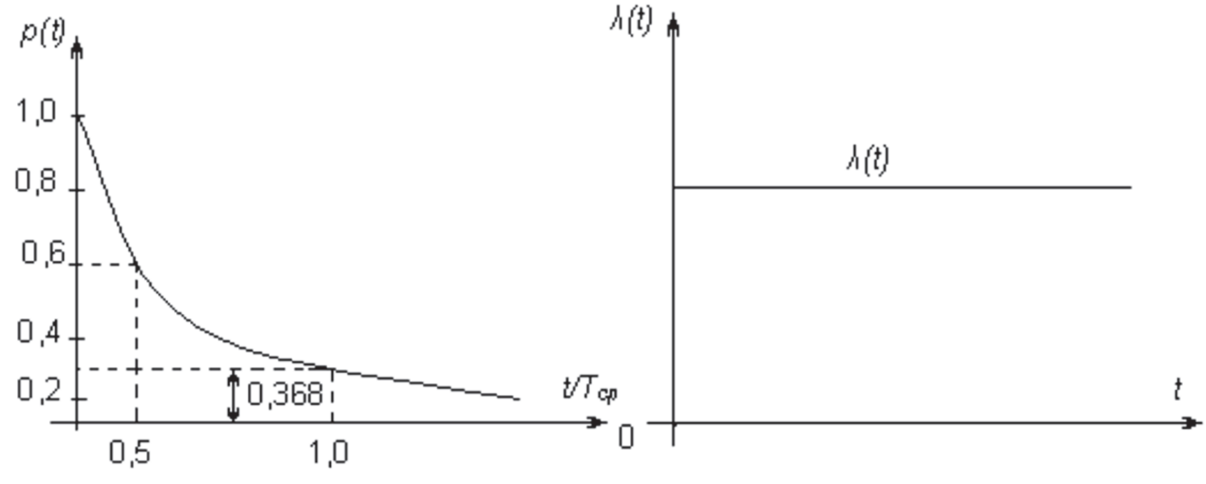


Рис. 2.4. Экспоненциальное распределение вероятности БР

Плотность распределения наработки на отказ для ЭР соответственно равна

$$\omega(t) = -p'(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \qquad (2.7)$$

Необходимо заметить, что длительность периода нормальной эксплуатации до наступления старения может оказаться меньше среднего времени БР $T_{\text{ср}}$. Поэтому необходимо учитывать, что интервал времени, на котором можно пользоваться экспоненциальной моделью, бывает даже меньше, чем $T_{\text{ср}}$.

Вычислим дисперсию времени БР для экспоненциального закона:

$$\sigma_\tau^2 = 2\int_0^\infty te^{-\lambda t}dt - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \underbrace{=}_{\substack{\text{делаем} \\ \text{подстановку} \\ \lambda t = x;\, t = \frac{x}{\lambda}}} \frac{2}{\lambda^2}\int_0^\infty xe^{-x}dx - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Замечание 4:

$$\int xe^{ax}dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1),$$

$$\int_0^\infty xe^{-x}dx = \frac{e^{-x}}{(-1)^2}(-x-1)|_0^\infty = \frac{x+1}{e^x}|_0^\infty = 1,$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{e^x} = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{e^x} \to 0.$$

Таким образом, *дисперсия времени БР*

$$\sigma_\tau^2 = \frac{1}{\lambda^2} = T_{\text{ср}}^2.$$

Найдем *условную вероятность* того, что для экспоненциальной модели устройство проработает безотказно на интервале времени t, после того как оно безотказно проработало на интервале τ.

В этом случае имеем

$$p\left(\frac{t}{\tau}\right) = \frac{p(t+\tau)}{p(\tau)} = \frac{e^{-\lambda(t+\tau)}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda t}.$$

Отсюда следует важный *вывод*: для экспоненциального закона распределения вероятности БР распределение времени БР не зависит от того, сколько времени оно проработало до начала отсчета от момента первого включения.

Другие распределения этого свойства не имеют (т.к. у других распределений ИО зависит от времени, т.е. $\lambda \neq \text{const}$).

Модель ЭР широко используется для априорного анализа надежности. При априорном анализе надежности необходимо провести проверку соответствия экспоненциальной модели результатам испытаний.

Пример.

Наработка ТС до отказа описывается экспоненциальным распределением с параметром $\lambda = 10^{-4}$ 1/ч. Определить $p(t)$ и $\omega(t)$ системы за время работы $t = 2000$ ч, а также среднюю наработку $T_{\text{ср}}$.

Решение.

Согласно (2.5) получаем

$$p(2000) = e^{-10^{-4}\cdot 2000} = 0{,}819.$$

Согласно (2.7) имеем

$$\omega(2000) = 10^{-4} \cdot e^{-10^{-4}\cdot 2000} = 8{,}19 \cdot 10^{-6}\ 1/\text{ч}.$$

На основании (2.6) средняя наработка на отказ

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda} = 10^{4}\ \text{ч}.$$

2.4. Распределение Релея

При распределении Релея *вероятность БР* на интервале (0, t) равна (рис 2.5, *а*)

$$p(t) = exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right),$$

где σ – параметр распределения Релея, который одновременно является модой этого распределения.

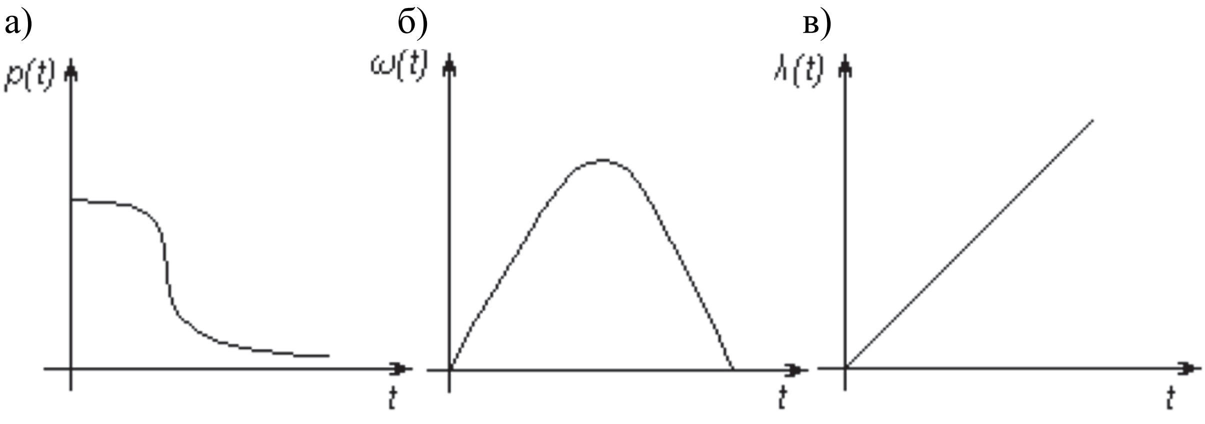


Рис. 2.5. Распределение Релея:
а – вероятность БР; б – частота отказов; в – интенсивность отказов

Мода непрерывного распределения есть точка максимума плотности распределения вероятности $\omega(t)$. Мода дискретного распределения есть такое спектральное значение ξ_m, при котором предшествующие и последующие спектральные значения имеют вероятности, меньшие, чем $p(\xi_m)$.

Плотность распределения наработки на отказ равна (рис. 2.5, *б*)

$$\omega(t) = -p'(t) = \frac{t}{\sigma^2} exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right).$$

Интенсивность отказов равна (рис. 2.5, *в*)

$$\lambda(t) = \frac{\omega(t)}{p(t)} = \frac{t}{\sigma^2}.$$

Среднее время БР – $T_{\text{ср}}$ (математическое ожидание) для распределения Релея равно

$$T_{\text{ср}} = \int_0^\infty t\omega(t)dt = \int_0^\infty \frac{t^2}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{\sigma^2}} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma = 1{,}253\sigma.$$

Соответственно,

$$\sigma_\tau^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma^2 = 0{,}4292\sigma^2.$$

2.5. Гамма-распределение

При Гамма-распределении (ГР) *плотность распределения наработки на отказ* равна

$$\omega(t) = \frac{\lambda_0^2}{\Gamma(r)} t^{r-1} \exp(-\lambda_0 t),$$

где $\Gamma(r)$ – полная гамма-функция.

В теории надежности ГР обычно используется при целом значении r.

Если $r = 1$, то ГР вырождается в экспоненциальное распределение.

Если r – целое число > 1, то ГР является распределением суммы независимых случайных величин, каждая из которых имеет ЭР с параметром

$$\lambda_0 = \frac{1}{T_{\text{ср}}}.$$

Гамма-распределение при целом значении r иногда называют распределением Эрланга.

Для такого распределения вероятность БР на интервале (0, t) равна (рис. 2.6, *а*)

$$p(t) = \exp(-\lambda_0 t) \sum_{i=0}^{r_m=1} \frac{(\lambda_0 t)^2}{i!}.$$

Частота отказов в этом случае (рис. 2.6, *б*)

$$\omega(t) = \lambda_0 \frac{(\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)!} \exp(-\lambda_0 t).$$

Интенсивность отказов равна (рис. 2.6, *в*)

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0 (\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)! \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}.$$

а) б) в)

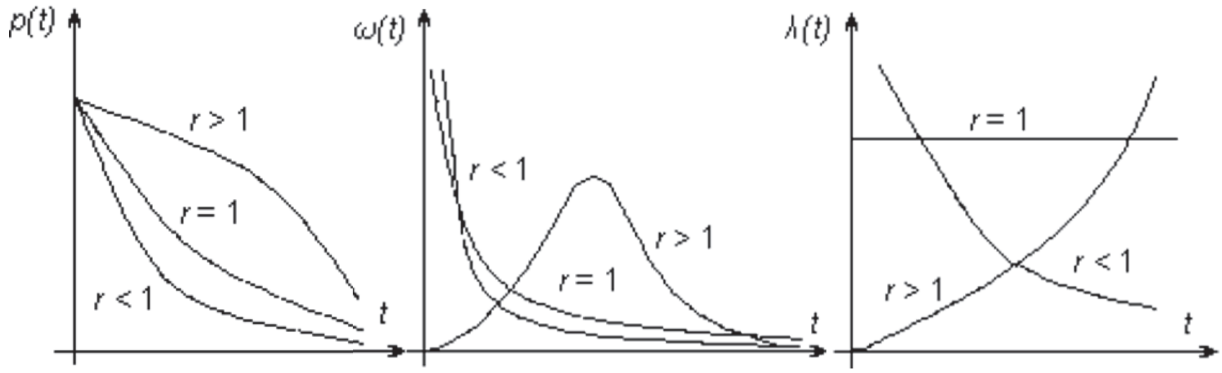


Рис. 2.6. Графики Гамма-распределения:
а – функции надежности; б – плотности распределения наработки на отказ; в – интенсивности отказов

Среднее время БР и дисперсия времени БР соответственно равны

$$T_{\text{ср}} = \frac{r}{\lambda_0}, \quad \sigma_\tau^2 = \frac{r}{\lambda_0^2}.$$

При больших r ГР сходится к нормальному закону с параметрами

$$\mu_{t_0} = rT_{\text{ср}}, \ \ \sigma_{\tau_0}^2 = r\sigma_\tau^2.$$

Примером использования ГР является резервная система, состоящая из r одинаковых элементов. При этом под нагрузкой находится один элемент. Остальные элементы поочередно автоматически включаются в работу после отказа работающего элемента. При экспоненциальном распределении наработки до отказа элементов суммарная наработка будет подчиняться Гамма-распределению.

2.6. Треугольное распределение

Это распределение характеризует ограниченную область значений случайных величин ($t_н$, $t_к$), где $t_н$ и $t_к$ – границы области возможных значений случайных величин.

Рассмотрим для треугольного распределения (Δ-распределения):

1. графики плотности распределения ω(t) и интенсивности отказов λ(t) (рис. 2.7, *а*);
2. график функции надежности p(t) (рис. 2.7, *б*).

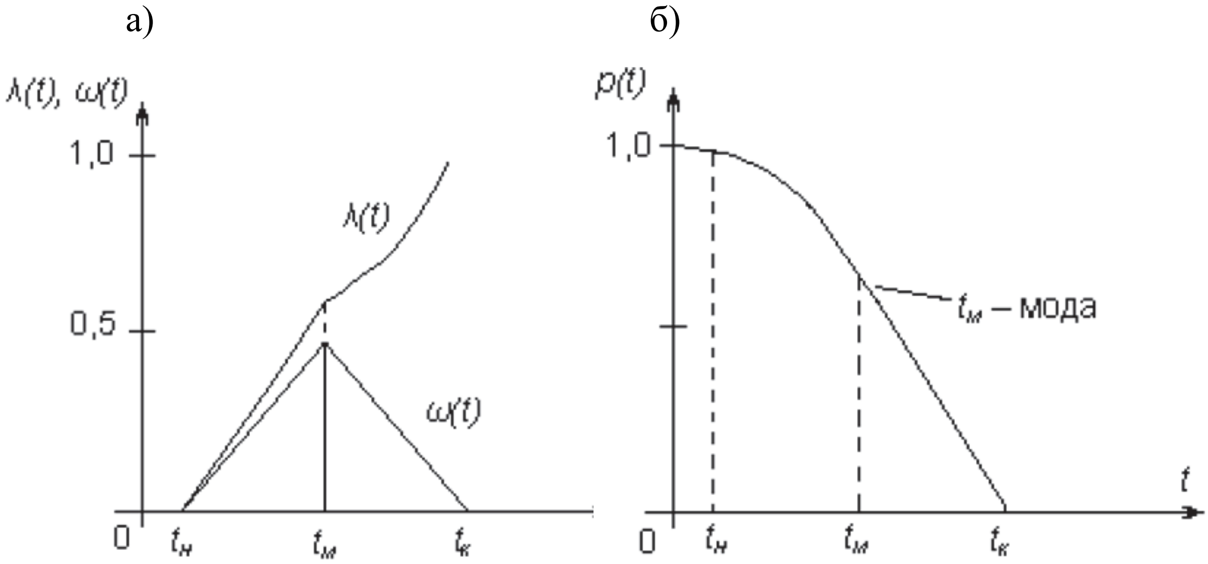


Рис. 2.7. Графики треугольного распределения:
а – плотности распределения ω(t) и интенсивности отказов λ(t);
б – функции надежности p(t)

Обозначим *значение плотности распределения* в точке моды через $\omega(t_M) = h$, тогда

$$\frac{1}{2}h(t_K - t_M) = 1.$$

В этом случае *плотность распределения* ω(t) можно записать в виде следующих формул:

$$\omega(t) = \begin{cases} \dfrac{2(t - t_H)}{(t_K - t_H)(t_M - t_H)} & \text{при } t_H \le t \le t_M, \\ \dfrac{2(t_K - t)}{(t_K - t_H)(t_K - t_M)} & \text{при } t_M \le t \le t_K. \end{cases}$$

Функция надежности $p(t)$ определяется как

$$p(t) = \begin{cases} 1 - \dfrac{(t - t_H)^2}{(t_K - t_H)(t_M - t_H)} & \text{при } t_H \le t \le t_M, \\ \dfrac{(t_K - t)^2}{(t_K - t_H)(t_K - t_M)} & \text{при } t_M \le t \le t_K. \end{cases}$$

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ при этом равна

$$\lambda(t) = \begin{cases} \dfrac{2(t - t_H)}{(t_K - t_H)(t_M - t_H) - (t - t_H)^2} & \text{при } t_H \le t \le t_M, \\ \dfrac{2}{t_K - t} & \text{при } t_M \le t \le t_K. \end{cases}$$

Во многих случаях при расчете надежности ТС удобно использовать в качестве параметров Δ-распределения *скорости изменения плотности распределения* γ:

$$\begin{cases} \gamma_1 = \dfrac{h}{t_M - t_H} = \dfrac{2}{(t_K - t_H)(t_M - t_H)} & \text{при } t_H \le t \le t_M, \\ \gamma_2 = \dfrac{h}{t_K - t_M} = \dfrac{2}{(t_K - t_H)(t_K - t_M)} & \text{при } t_M \le t \le t_K. \end{cases}$$

Медиана $t_{\text{ме}}$ Δ-распределения может быть найдена из уравнения

$$p(t_{\text{Me}}) = \tfrac{1}{2}.$$

В результате решения этого уравнения получим

$$t_{\text{Me}} = t_K - \frac{1}{2}\sqrt{2(t_K - t_H)(t_K - t_M)}.$$

Среднее время наработки на отказ $T_{\text{ср}}$

$$T_{\text{ср}} = \int_{t_H}^{t_K} t\omega(t)dt = \frac{1}{3}(t_H + t_M + t_K).$$

2.7. Сумма (суперпозиция) распределений

При априорном анализе надежности ТС для получения теоретического распределения, близкого к экспериментальному, иногда применяют следующий прием.

Плотность распределения наработки до отказа считается равной

$$\omega(t) = c_1\omega_1(t) + c_2\omega_2(t),$$

где $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$ – соответственно теоретические распределения определенного вида; c_1 и c_2 – коэффициенты веса, учитывающие влияние различных слагаемых, причем $c_1 + c_2 = 1$.

Пример.

Имеется суперпозиция двух показательных распределений:

$$\omega(t) = c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}.$$

Функция надежности для этого случая имеет вид

$$p(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}.$$

Интенсивность отказов на основании (1.5) равна

$$\lambda(t) = \frac{\omega(t)}{p(t)} = \frac{c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}}.$$

При малых t значения $e^{-\lambda_1 t}$ и $e^{-\lambda_2 t}$ близки к 1 и $\lambda(t) \approx c_1\lambda_1 + c_2\lambda_2$ (рис. 2.8). При $t \to \infty$ члены, содержащие $e^{-\lambda_2 t}$ малы и $\lambda(t) \to \lambda_1$.

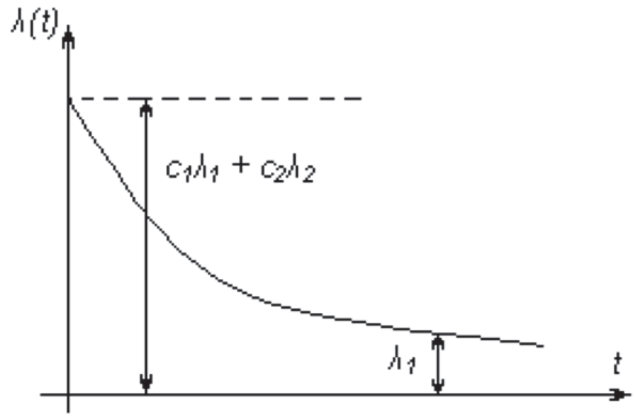


Рис. 2.8. График $\lambda(t)$ для суммы двух показательных распределений при $\lambda_2 > \lambda_1$

Средняя наработка на отказ

$$T_{\text{ср}} = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2}.$$

2.8. Нормальное и усеченное нормальное распределения

Для «стареющих» элементов в качестве распределения интервала БР наряду с распределением Вейбулла при $\delta > 1$ используют *нормальное распределение*.

Плотность распределения наработки до отказа при нормальном распределении имеет вид (рис. 2.9)

$$\omega(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}exp\left(-\frac{\left(t-T_{\text{ср}}\right)^2}{2\sigma_\tau^2}\right). \quad (2.8)$$

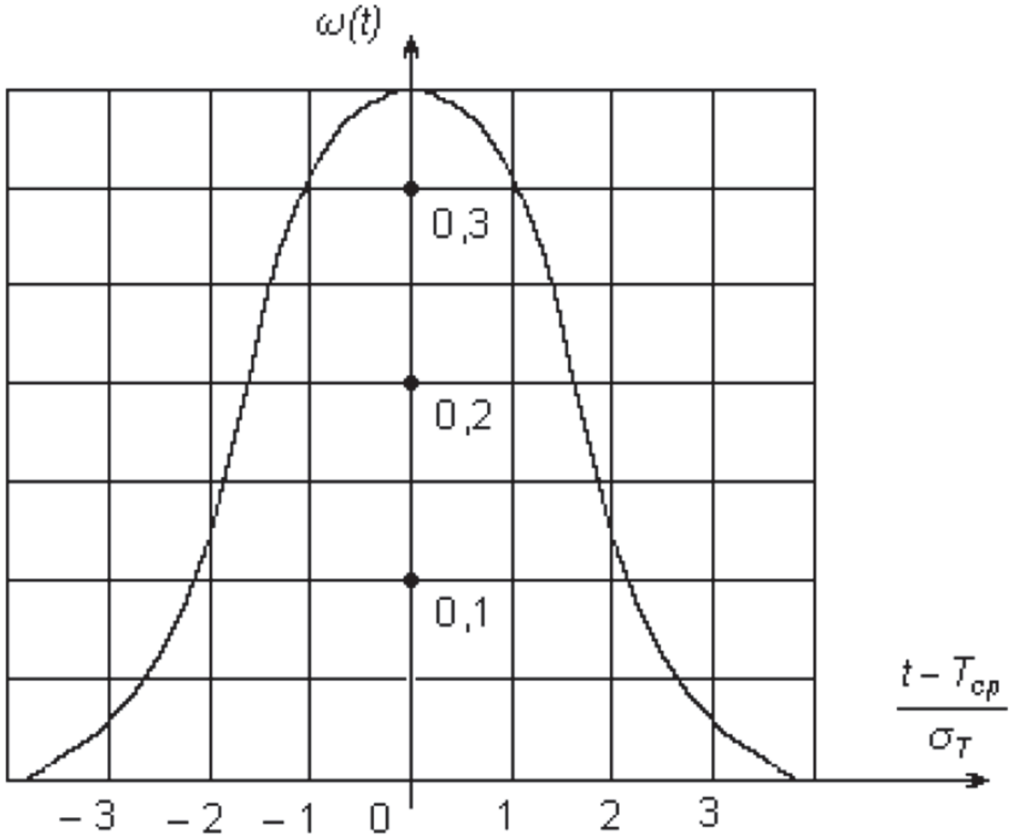


Рис. 2.9. Плотность распределения наработки до отказа
для нормального распределения

Это распределение зависит от двух параметров: среднего значения $T_{\text{ср}}$ и дисперсии σ^2 времени безотказной работы.

Функция надежности в этом случае равна

$$p(t)=\int_t^{\infty}\omega(\tau)d\tau=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\frac{t-T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}}^{\infty}e^{-\frac{x^2}{2}}dx.$$

Вероятность отказа на интервале (0, *t*) (функция ненадежности) равна

$$q(t)=1-p(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\frac{t-T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx,$$

т.е.

$$q(t) = F\left(\frac{t - T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right),$$

где
$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{u^2}{2}}du. \qquad (2.9)$$

Выражение (2.9) – это интеграл Лапласа, значения которого приводятся во всех математических справочниках и литературе по теории вероятности [9, 10].

Недостаток рассмотренной модели очевиден и связан с тем, что функция плотности распределения (2.8) не является односторонней, т.е. она отлична от 0 при $t < 0$.

Этот недостаток несущественен, если $T_{\text{ср}} >> \sigma_\tau$, т.к. в этом случае значение функции плотности распределения $\omega(t)$ при $t < 0$ мало и кривой распределения при отрицательных значениях t можно пренебречь.

Однако если условие $T_{\text{ср}} >> \sigma_\tau$ не выполняется, то использование нормального распределения может привести к заметным погрешностям.

Поэтому эту модель несколько модифицируют. Кривую распределения $\omega(t)$ (см. рис. 2.9) сдвигают несколько вправо, а оставшуюся левую часть кривой распределения при $t < 0$ отсекают (рис. 2.10).

Однако при этом мы нарушаем условие нормирования плотности распределения (см. рис. 2.9):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega(t)dt = 1,$$

т.к. в нашем случае (см. рис. 2.10), когда $\omega(t) = 0$ при $t < 0$, условие нормирования будет уже другим, а именно

$$\int_0^\infty \omega(t)dt = 1.$$

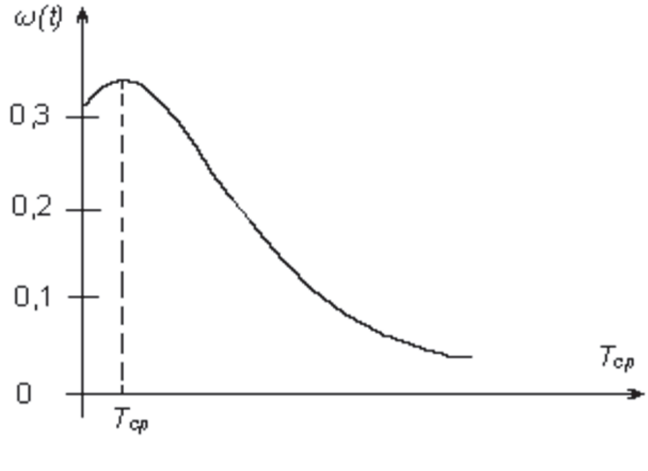


Рис. 2.10. Усеченное нормальное распределение

Для сохранения условия нормирования вводим C – нормирующий множитель:

$$C \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\tau^2}} \int_0^\infty exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\tau^2}\left(t - T_{\text{ср}}\right)^2\right\} dt = 1. \quad (2.10)$$

Из уравнения (2.10) легко найти значение C:

$$C = \left[F\left(\frac{T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right)\right]^{-1}.$$

Таким образом, приходим к модели усеченного нормального распределения. Для него *плотность распределения наработки на отказ*

$$\omega(t) = \frac{1}{F\left(\frac{T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right)\cdot\sqrt{2\pi\sigma_\tau^2}} exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right)^2\right\} \text{ при } t \geq 0. \quad (2.11)$$

Функция надежности будет равна (рис. 2.11)

$$p(t) = \int_t^\infty \omega(\tau)d\tau = \frac{1}{F\left(\frac{T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right)} \cdot \underbrace{\int_t^\infty \frac{1}{2\pi\sigma_\tau^2} exp\left\{-\frac{\left(t - T_{\text{ср}}\right)^2}{2\sigma_\tau^2}\right\} d\tau}_{\substack{P_H'=1-q_H(t) \\ \text{при норм.распределении}}} = \quad (2.12)$$

$$= \frac{1}{F\left(\frac{T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right)} \cdot [1 - q(t)] = \frac{1 - F\left(\frac{t - T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right)}{F\left(\frac{T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right)} \text{ при } t \geq 0.$$

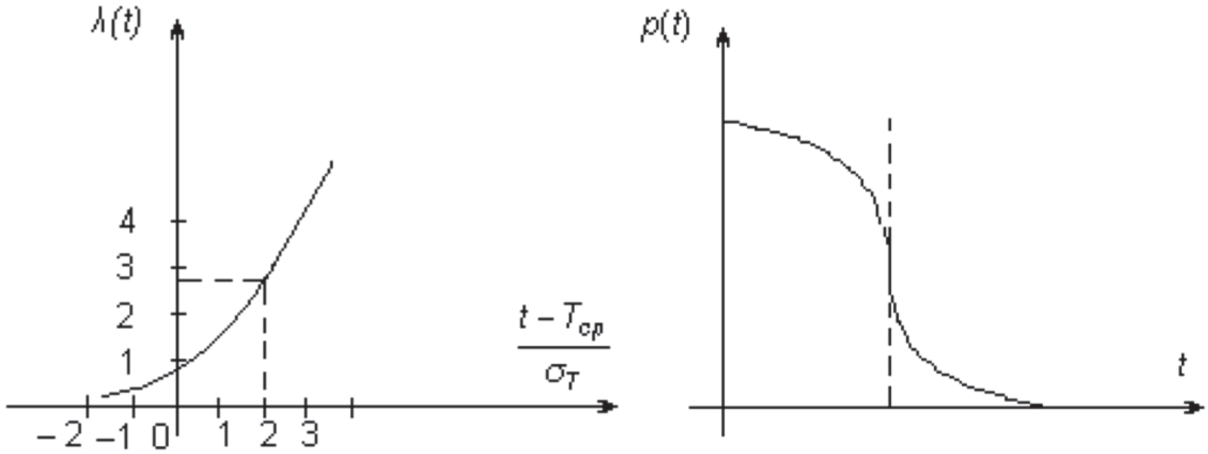


Рис. 2.11. Графики функции надежности и интенсивности отказов
при усеченном нормальном законе распределения

Из выражений (2.11) и (2.12) находим *функцию интенсивности отказов* $\lambda(t)$ при усеченном нормальном законе распределения длительности БР. Она имеет вид (см. рис. 2.11)

$$\lambda(t)=\frac{\omega(t)}{p(t)}=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\tau^2}}exp\left\{-\frac{\left(t-T_{\text{ср}}\right)^2}{2\sigma_\tau^2}\right\}\cdot\left[1-F\left(\frac{t-T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right)^{-1}\right]. \quad (2.13)$$

Как видно из графика (см. рис. 2.11), при усеченном нормальном распределении $\lambda(t)$ с течением времени резко возрастает. Это и характерно для «стареющих» элементов. Необходимо заметить, что функция $\lambda(t)$ (2.13) справедлива также и для неусеченного нормального закона распределения.

При больших значениях t ИО в рассматриваемом случае возрастает по линейному закону:

$$\lambda(t)\sim\frac{\left(t-T_{\text{ср}}\right)}{\sigma_\tau^2}.$$

Следует иметь в виду, что параметр $T_{\text{ср}}$ усеченного нормального распределения не равен среднему времени БР при использовании этого распределения в качестве модели безотказности.

В этом случае *среднее время БР* $(T_{\text{ср}})_{\text{ус}}$ будет равно

$$\left(T_{\text{ср}}\right)_{\text{ус}}=T_{\text{ср}}+\frac{\sigma_\tau}{F\left(\frac{T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right)\cdot\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{T_{\text{ср}}^2}{2\sigma_{CP}^2}}. \quad (2.14)$$

Если при этом $T_{\text{ср}} >> \sigma_\tau$, то $(T_{\text{ср}})_{\text{ус}} \approx T_{\text{ср}}$.

Пример.

Наработка ТС до отказа подчинена усеченному нормальному закону с параметрами $T_{\text{ср}} = 8000$ ч, $\sigma_\tau = 2000$ ч. Определить основные ПН безотказной работы ТС за $t = 4000$ ч.

Решение.

Согласно (2.12) определяем

$$p(4000)=\frac{F\left(\frac{4000-8000}{2000}\right)}{F\left(\frac{8000}{2000}\right)}=\frac{F(-2)}{F(4)}=\frac{1-F(-2)}{F(4)}.$$

По таблицам из [9, 10] находим значения функции $F(x)$ (интеграл Лапласа): $F(2) = 0{,}97725$; $F(4) = 1$;

$$p(4000)=\frac{1-0{,}97725}{1}=0{,}2275.$$

Частота отказов согласно (2.11) равна

$$\omega(t) = \frac{1}{F\left(\frac{T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right) \cdot \sigma_\tau \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t-T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}}.$$

Так как $F(T_{\text{ср}}/\sigma_\tau) = F(4) = 1$, то

$$\omega(t) = \frac{\varphi(x)}{\sigma_\tau}, \quad \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}.$$

Значение функции $\varphi(x)$ находим по таблицам [9, 10]. В нашем случае

$$x = \frac{t - T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}.$$

Таким образом, получаем

$$\omega(t) = \frac{\varphi\left(\frac{4000 - 8000}{2000}\right)}{\sigma_\tau} = \frac{\varphi(-2)}{2000} = \frac{\varphi(2)}{2000} = \frac{0{,}05399}{2000} = 2{,}7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}}.$$

Согласно (1.9)

$$\lambda(t) = \frac{\omega(t)}{p(t)} = \frac{2{,}7 \cdot 10^{-5}}{0{,}02275} = 11{,}87 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}}.$$

На основании (2.14) средняя наработка на отказ

$$\left(T_{\text{ср}}\right)_{\text{ус}} = T_{\text{ср}} + \frac{\sigma_\tau}{F\left(\frac{T_{\text{ср}}}{\sigma_\tau}\right) \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{T_{\text{ср}}^2}{2\sigma_{CP}^2}} = 8000 + \frac{2000 \cdot e^{-8}}{F(4) \cdot \sqrt{2\pi}} = 8000{,}26 \text{ ч}.$$

2.9. Экспоненциальное распределение длительности восстановления

Наиболее распространенным распределением длительности восстановления в теории надежности является экспоненциальное распределение.

В этом случае *вероятность восстановления* $p_{\text{в}}(t)$ имеет вид

$$p_{\text{в}}(t) = 1 - e^{\mu t}, \; t \geq 0, \; \mu > 0. \tag{2.15}$$

Плотность распределения времени восстановления равна

$$\omega_{\text{в}}(t) = p_{\text{в}}'(t) = \mu e^{-\mu t}, \; t \geq 0, \; \mu > 0.$$

Интенсивность восстановления равна

$$\mu(t) = \frac{\omega_B(t)}{1 - p_B(t)} = \mu.$$

Таким образом, величина μ полностью и однозначно определяет экспоненциальную модель восстановления.

Среднее время восстановления для экспоненциальной модели равно

$$T_{\text{в}} = \int_0^\infty [1 - p_{\text{в}}(t)]dt = \int_0^\infty e^{-\mu t}dt = \frac{1}{\mu}.$$

Заменяя μ на $1/T_{\text{в}}$ в выражении (2.15), получим

$$p_{\text{в}}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_{\text{в}}}}, \qquad t \geq 0, \qquad T_{\text{в}} \geq 0.$$

Дисперсия времени восстановления для экспоненциальной модели будет равна

$$\sigma_{\text{в}}^2 = 2\int_0^\infty t[1 - p_{\text{в}}(t)]dt - T_{\text{в}}^2 = 2\int_0^\infty te^{-\mu t}dt - \frac{1}{\mu^2} = \frac{1}{\mu^2} = T_{\text{в}}^2.$$

Общее свойство экспоненциальной модели характерно и для экспоненциальной модели восстановления.

Если устройство не было восстановлено на интервале времени τ, то распределение длительности восстановления, отсчитываемое от момента τ, вновь будет подчиняться экспоненциальному закону.

2.10. Законы распределения дискретных случайных величин

Приведенные в предыдущих подразделах распределения характеризуют *непрерывные случайные величины*, например, время БР или время восстановления.

Но в ряде случаев при расчете надежности ТС возникает необходимость оценки *дискретных случайных величин*, например числа отказов в течение заданного промежутка времени.

Рассмотрим наиболее часто используемые при расчете надежности распределения дискретных случайных величин.

1. <u>Биноминальное распределение.</u>

Для этого распределения возможные значения случайной величины 0, 1, 2…, *n*.

*Вероятность появления **m** благоприятствующих событий* из общего числа *n* событий равна

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}.$$

Математическое ожидание и дисперсия соответственно равны

$$\mu[m] = np; \;\; \sigma_{\tau}^2[m] = npq,$$

где p – вероятность осуществления события при однократном испытании; $q = 1 - p$.

2. <u>Распределение Пуассона.</u>

Возможные значения случайной величины для этого распределения 0, 1, 2…, n.

Вероятность появления m событий равна

$$P_m = \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}.$$

Математическое ожидание и дисперсия соответственно равны

$$\mu[m] = \lambda; \;\; \sigma_\tau^2[m] = \lambda,$$

где λ – параметр распределения.

3. <u>Геометрическое распределение.</u>

Значения случайной величины 0, 1, 2…, n.

$$P_m = pq^{m-1}.$$

Математическое ожидание и дисперсия соответственно равны

$$\mu[m] = \frac{1}{p}; \;\; \sigma_\tau^2[m] = \frac{q}{p^2},$$

где p – вероятность появления события при однократном испытании.

Контрольные вопросы:

1. Проанализируйте три «периода жизни» ТС.
2. Какие законы распределения и при каких условиях описывают все три понятия «периода жизни» ТС?
3. Покажите (доказательно), какие законы распределения описывают «период старения» ТС.
4. Какие законы распределения и почему можно использовать для описания «периода нормальной эксплуатации» ТС?
5. Перечислите основные распределения дискретных случайных величин, используемых для расчета надежности ТС.
6. Приведите примеры использования различных распределений дискретных случайных величин.

3. Апостериорный анализ (расчет) надежности технических систем

3.1. Постановка задачи

Как уже указывалось в первом разделе, апостериорный анализ надежности предполагает наличие набранной статистики об отказах и восстановлениях испытываемых технических объектов (систем, устройств, структурных блоков ТС, функциональных узлов и элементов) и определение статистических оценок основных показателей надежности с определенной доверительной вероятностью, достаточной для оценки надежности этих объектов. К примеру, оценка надежности и вероятности отказов некоторых видов соединений рассматривается в [11].

В качестве технических объектов, поставленных на испытания по надежности, могут быть использованы:

- элементы принципиальных схем;
- отдельные функциональные узлы (на уровне функциональных схем);
- отдельные структурные блоки (на уровне структурных схем);
- наконец, в целом готовые устройства, приборы, ТС, т.е. любая техническая аппаратура, изготовленная либо в виде макета, либо в виде опытного образца, либо изготовленная серийно промышленностью.

Всё зависит от того, какая цель преследуется при испытаниях на надежность.

Если речь идет о надежности готового разработанного устройства, системы, то испытывается на надежность либо весь объект целиком, либо его отдельные части, если у разработчика есть сомнения в их надежности (структурные блоки, функциональные узлы и т.д.).

Если речь идет о надежности серийно изготавливаемой элементной базы, то на испытания ставятся отдельные элементы. При этом выборка, т.е. количество поставленных на испытания объектов, должна быть в достаточной степени репрезентативной, а испытания считаются законченными, если число отказов достигает величины, достаточной для оценки надежности с определенной доверительной вероятностью.

При апостериорном расчете надежности с использованием методов математической статистики определяются, как уже говорилось, статистические оценки ПН как невосстанавливаемых, так и восстанавливаемых ТС.

Исходя из изложенного, для проведения апостериорного расчета надежности используются две модели испытаний:

- оценка надежности невосстанавливаемых элементов расчета надежности (ЭРН);
- оценка надежности восстанавливаемых ЭРН.

Объекты испытаний будем в дальнейшем называть элементами расчета надежности.

В качестве ЭРН может быть:

- элемент;
- функциональный узел;
- структурный блок;
- устройство;
- подсистема;
- система и т.д.

3.2. Оценка надежности невосстанавливаемого элемента расчета на надежность

Рассмотрим следующую модель испытаний.

Пусть на испытаниях находятся N ЭРН и пусть испытания считаются законченными, если все они отказали. Причем вместо отказавших ЭРН отремонтированные или новые не ставятся.

В этом случае в качестве оценок ПН используются:

$\overline{p(t)}, \overline{\omega(t)}, \overline{\lambda(t)}, \overline{T_{\text{ср}}}$ – это статистические оценки (СО) ПН невосстанавливаемых ЭРН (рис. 3.1).

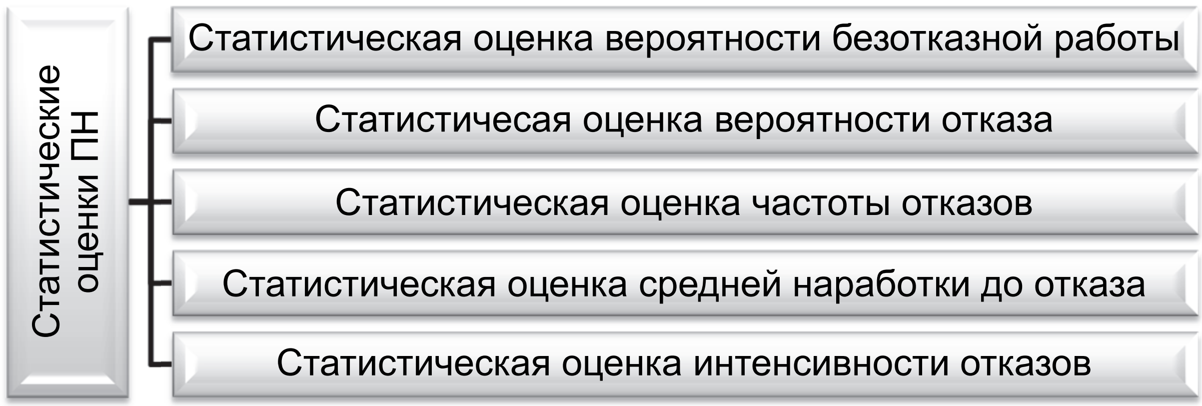


Рис. 3.1. Виды статистических оценок ПН невосстанавливаемого ЭРН

1. Статистическая оценка вероятности БР:

$$p(t) \to \overline{p(t)} = \frac{N-n(t)}{N}, \tag{3.1}$$

где N – число ЭРН в начале испытаний; $n(t)$ – число отказавших ЭРН за время t.

$$\overline{q(t)} = \frac{n(t)}{N}. \tag{3.2}$$

2. Статистической оценкой частоты отказов называется отношение числа отказавших ЭРН в единицу времени к первоначальному числу испытываемых при условии, что отказавшие ЭРН не восстанавливаются:

$$\overline{\omega(t)} = \frac{n(\Delta t)}{N \cdot \Delta t}, \tag{3.3}$$

где $n(\Delta t)$ – число отказавших ЭРН в интервале времени от $\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)$ до $\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)$.

3. Статистической оценкой интенсивности отказов называется отношение числа отказавших ЭРН в единицу времени к среднему числу исправно работающих в данном интервале времени:

$$\lambda(t) \to \overline{\lambda(t)} = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}} \cdot \Delta t}, \tag{3.4}$$

где $N_{\text{ср}} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2}$ – среднее число неправильно работающих ЭРН; N_i – число исправно работающих ЭРН в начале Δt; N_{i+1} – число исправно работающих ЭРН в конце Δt.

4. Статистической оценкой средней наработки до первого отказа является отношение

$$\overline{T_{\text{ср}}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} t_i}{N}, \tag{3.5}$$

где t_i – время БР i-го ЭРН.

Для того чтобы определить $T_{\text{ср}}$ из (3.5), необходимо знать моменты времени выхода их строя всех ЭРН, а это в ряде случаев неудобно.

Поэтому в том случае, когда имеются данные о количестве отказавших ЭРН в каждом i-м интервале времени, статистическую оценку средней наработки лучше определять по следующей формуле:

$$\overline{T_{\text{ср}}} \approx \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i t_{\text{ср}_i}}{N},$$

где $t_{\text{ср}_i} = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}$, $m = \frac{t_k}{\Delta t}$; здесь t_{i-1} – время начала i-го интервала; t_i – время конца i-го интервала; t_k – время, в течение которого отказали все ЭРН; n_i – число отказавших ЭРН в каждом i-м интервале времени; $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ – интервал времени.

Пример.

На испытание поставлено 1000 ЭРН. За 3000 ч отказало 80 ЭРН, а за интервал времени 3000-4000 ч отказало еще 50 ЭРН.

Определить статистические оценки основных ПН этой партии ЭРН за 3000 ч и в интервале времени 3000-4000 ч (рис. 3.2).

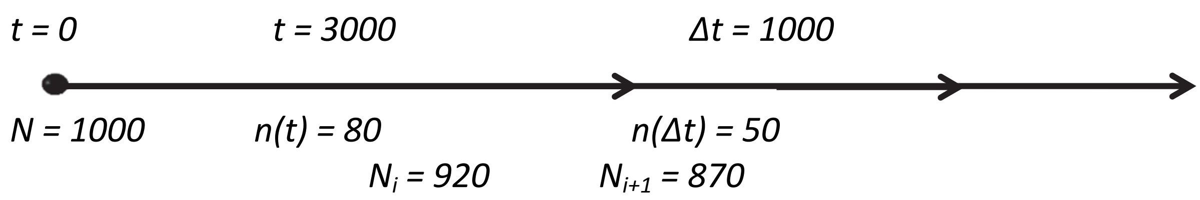


Рис. 3.2. Условие задачи

Решение.

Согласно (3.1) и (3.2) определяем

$$\overline{p(3000)} = \frac{N - n(t)}{N} = \frac{1000 - 80}{1000} = 0{,}92;$$

$$\overline{q(3000)} = \frac{n(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0{,}08;$$

$$\overline{p(3500)} = \frac{N - n(3500)}{N} = \frac{1000 - 105}{1000} = 0{,}895,$$

где $n(3500) = N - N_{CP} = N - \frac{N_i + N_{i+1}}{2} = 1000 - \frac{920+870}{2} = 105$ – число отказавших ЭРН за время t = 3500 ч (середина интервала).

Согласно (3.3) и (3.4) получаем

$$\overline{\omega(3000)} = \frac{n(\Delta t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{80}{1000 \cdot 3000} \approx 2{,}67 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}};$$

$$\overline{\omega(3500)} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} \approx 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}};$$

$$\overline{\lambda(3000)} = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}} \cdot \Delta t} = \frac{80}{895 \cdot 3000} \approx 2{,}89 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}};$$

$$\overline{\lambda(3500)} = \frac{50}{895 \cdot 1000} \approx 5{,}59 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}}.$$

3.3. Оценка надежности восстанавливаемого элемента расчета на надежность

Рассмотрим следующую модель испытаний.

Пусть на испытаниях находятся N ЭРН и пусть отказавшие ЭРН немедленно заменяются исправными (новыми или отремонтированными).

Испытания считаются законченными, если число отказов достигает величины, достаточной для оценки надежности с определенной доверительной вероятностью.

Если не учитывать времени, необходимого на восстановление системы, то количественными характеристиками надежности являются ПН, представленные на рис. 3.3.

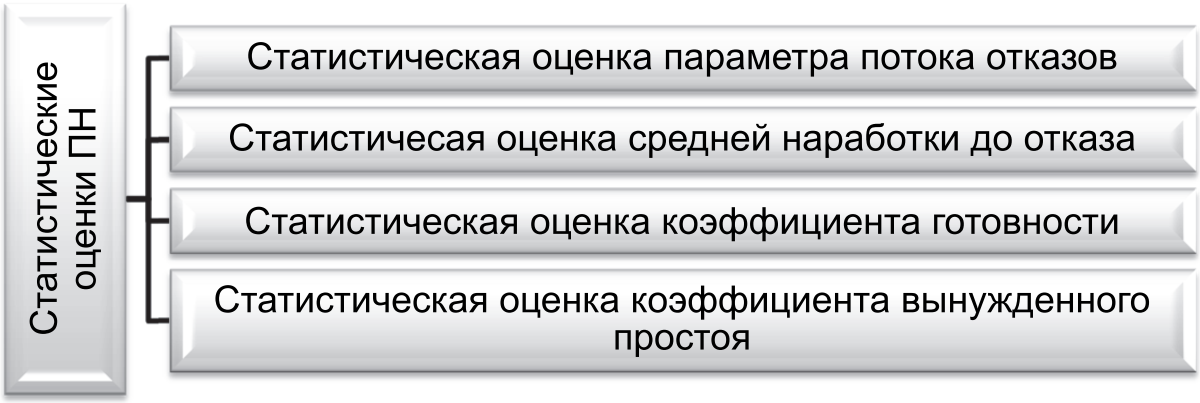


Рис. 3.3. Виды статистических оценок ПН восстанавливаемого ЭРН

1. Статистической оценкой параметра потока отказов называется отношение числа отказавших ЭРН в единицу времени к числу испытываемых ЭРН при условии, что все вышедшие из строя ЭРН заменяются исправленными:

$$\overline{\Omega(t)} = \frac{n(\Delta t)}{N \cdot \Delta t}, \qquad (3.6)$$

где $n(\Delta t)$ – число отказавших ЭРН в интервале времени от $\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)$ до $\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)$; N – число испытываемых ЭРН; Δt – интервал времени.

Выражение (3.6) является статистическим определением $\Omega(t)$.

2. Статистической оценкой наработки на отказ называется среднее значение времени между соседними отказами.

Эта характеристика определяется по статистическим данным об отказах по формуле

$$\overline{t_{\text{ср}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n}, \qquad (3.7)$$

где t_i – время исправной работы ЭРН между (i-1) и i-м отказами; n – число отказов за некоторое время t.

Из формулы (3.7) видно, что наработка определяется по данным испытания одного ЭРН. Если на испытании находится N ЭРН в течение времени t, то наработка на отказ определяется из формулы

$$\overline{t_{\text{ср}}} = \frac{\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{n_j} t_{ij}}{\sum_{j=1}^{N} n_j}, \tag{3.8}$$

где t_{ij} – время исправной работы j-го ЭРН между (i-1) и i-м отказами; n_j – число отказов j-го ЭРН за время t.

Рассмотренные оценки ПН $\Omega(t)$ и $t_{\text{ср}}$ характеризуют надежность без учета времени, требующегося на восстановление. Следовательно, они не характеризуют готовности системы к выполнению своих функций в нужное время. Для этой цели вводят такие оценки ПН, как коэффициенты готовности и простоя.

3. Статистической оценкой коэффициента готовности K_{Γ} называют отношение времени исправной работы к сумме времен исправной работы и вынужденных простоев, взятых за один и тот же календарный срок:

$$\overline{K_{\Gamma}} = \frac{t_P}{t_P + t_{\Pi}}, \tag{3.9}$$

где $t_{\text{р}}$ – суммарное время исправной работы; t_{Π} – суммарное время вынужденного простоя,

$$t_P = \sum_{i=1}^{n} t_{Pi}; \quad t_{\Pi} = \sum_{i=1}^{n} t_{\Pi i},$$

здесь t_{pi} – время исправной работы между (i-1) и i-м отказами; $t_{\Pi i}$ – время вынужденного простоя после i-го отказа, n – число отказов (ремонтов) ЭРН.

Выражение (3.9) является статистическим определением K_{Γ}.

Для перехода к вероятностной трактовке величины $t_{\text{р}}$ и t_{Π} заменяются математическими ожиданиями времени между соседними отказами и временем восстановления, соответственно. Тогда

$$K_{\Gamma} = \frac{t_{\text{ср}}}{t_{\text{ср}} + t_{\text{в}}},$$

где $t_{\text{ср}}$ – среднее время между отказами; $t_{\text{в}}$ – среднее время восстановления.

4. Статистической оценкой коэффициента вынужденного простоя $K_{\text{ВП}}$ называют отношение времени вынужденного простоя к сумме времен исправной работы и вынужденных простоев, взятых за один и тот же календарный срок:

$$\overline{K_{\text{ВП}}} = \frac{t_{\Pi}}{t_P + t_{\Pi}},$$

или, переходя к средним величинам, т.е. вероятностной мере,

$$K_{\text{ВП}} = \frac{t_{\text{в}}}{t_{\text{ср}} + t_{\text{в}}}.$$

$K_{\text{ВП}}$ и $K_{\text{Г}}$ связаны между собой зависимостью (1.31).

При анализе надежности восстанавливаемых ТС коэффициент $K_{\text{Г}}$ обычно вычисляют по формуле (1.30).

Эта формула верна только в том случае, если поток отказов простейший, и тогда

$$t_{\text{ср}} = T_{\text{ср}},$$

где $t_{\text{ср}}$ – среднее время между отказами; $T_{\text{ср}}$ – наработка до первого отказа.

Пример.

На испытания поставлено 3 экземпляра однотипных ТС. За период наблюдения было зафиксировано 6 отказов первой ТС, 11 и 8 отказов соответственно второй и третьей ТС. При этом наработка первой ТС составила 181 ч, второй – 329 ч и третьей – 245 ч.

Определить наработку аппаратуры на отказ.

Решение.

Суммарная наработка трех ТС равна

$$t_{\Sigma} = \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{n_j} t_{ij} = 181 + 329 + 245 = 755 \text{ ч.}$$

Суммарное количество отказов ТС равно

$$n_{\Sigma} = \sum_{j=1}^{N} n_j = 6 + 11 + 8 = 25 \text{ отказов.}$$

Согласно (3.8) находим статистическую оценку средней наработки на отказ трех экземпляров ТС:

$$\overline{t_{\text{ср}}} = \frac{\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{n_j} t_{ij}}{\sum_{j=1}^{N} n_j} = \frac{t_{\Sigma}}{n_{\Sigma}} = \frac{755}{25} = 30{,}2 \text{ ч.}$$

Контрольные вопросы:

1. В чем заключается принципиальное отличие априорного и апостериорного расчета надежности ТС?
2. Что обязательно надо учитывать при расчете статистической оценки вероятности безотказной работы партии ЭРН в интервале времени?
3. Покажите на примере, каким образом можно осуществить переход от статистических оценок ПН к вероятностной мере.

4. МЕРОПРИЯТИЯ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЁЖНОСТИ НА РАЗЛИЧНЫХ СТАДИЯХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

4.1. Выбор и обоснование показателей надежности

При проектировании ТС необходимо осуществлять ряд мероприятий по обеспечению надежности. Основные из них представлены на рис. 4.1.

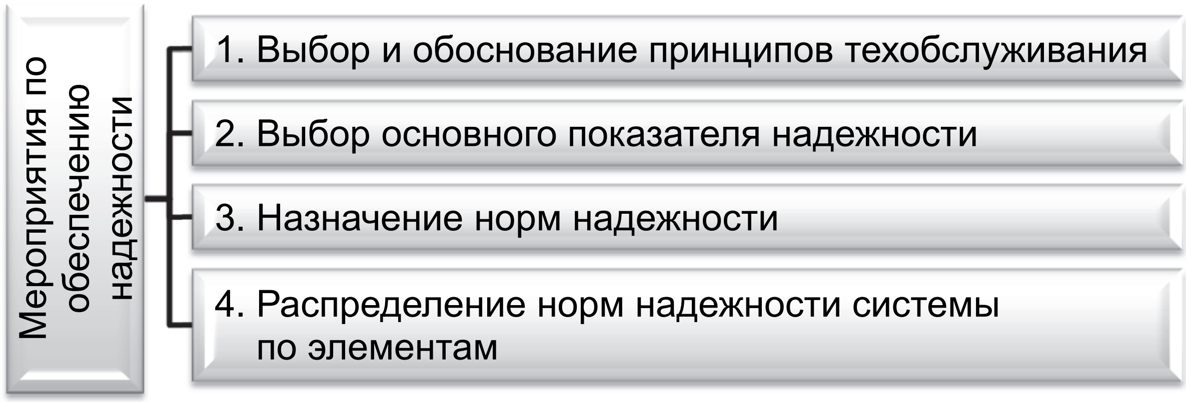


Рис. 4.1. Мероприятия по обеспечению надежности

1. Выбор и обоснование принципов техобслуживания представлен на рис. 4.2.

2. Принципы выбора показателей надежности.

При сравнении объектов по надежности оказывается, что показатели надежности неравнозначны.

В качестве примера рассмотрим две модификации объекта, имеющие разные функции надежности 1 и 2 (рис. 4.3).

В течение технического ресурса $t_р$ вероятность БР равна $P_1(t) > P_2(t)$. Однако значение средней наработки на отказ

$$T_{ср} = \int_0^\infty p(t)dt,$$

(равное площади под кривой $P(t)$) для первой модификации меньше, чем для второй, т.е. $T_{ср1} < T_{ср2}$.

Поэтому, если принять во внимание вероятность БР в течение ресурса, то предпочтительнее будет первая модификация.

Если же принять во внимание среднюю наработку на отказ, то предпочтительней будет вторая модификация.

Отсюда вытекает необходимость разработки методики выбора нормируемых ПН (рис. 4.4).

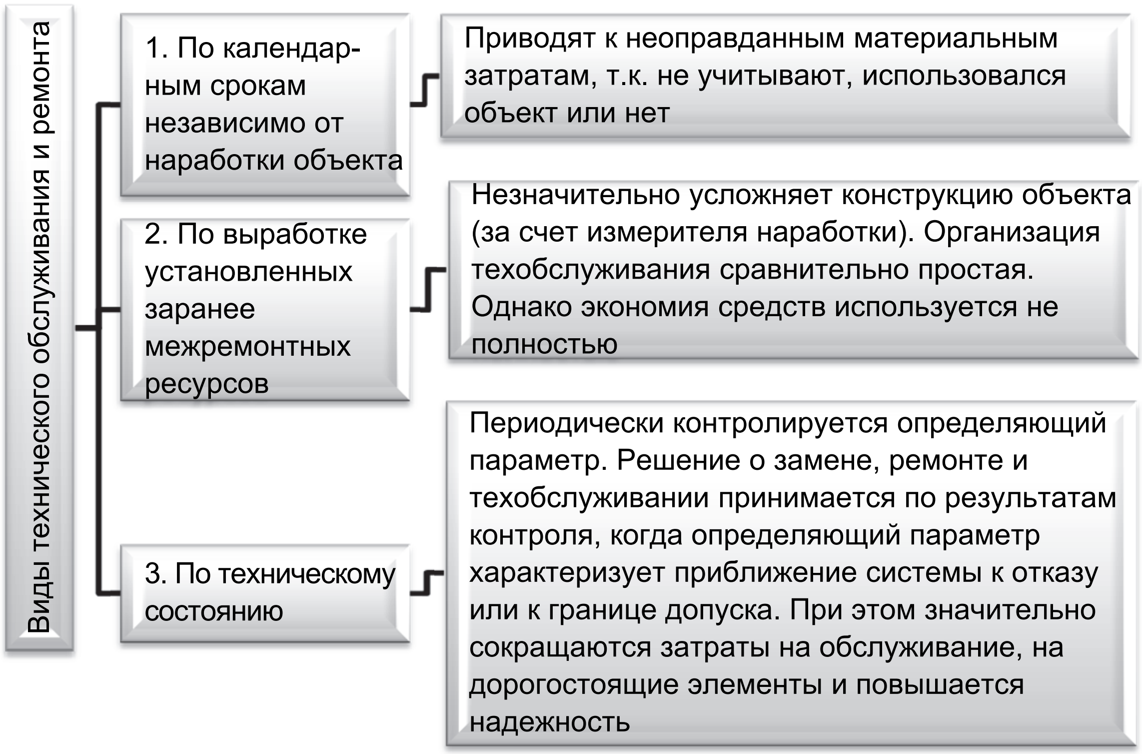


Рис. 4.2. Виды технического обслуживания и ремонта

Рассмотрим *объекты первого типа*.

Большинство применяемых показателей экономической эффективность являются функциями от математического ожидания ξ и η, где ξ – выходной полезный эффект, η – затраты на техобслуживание и эксплуатацию.

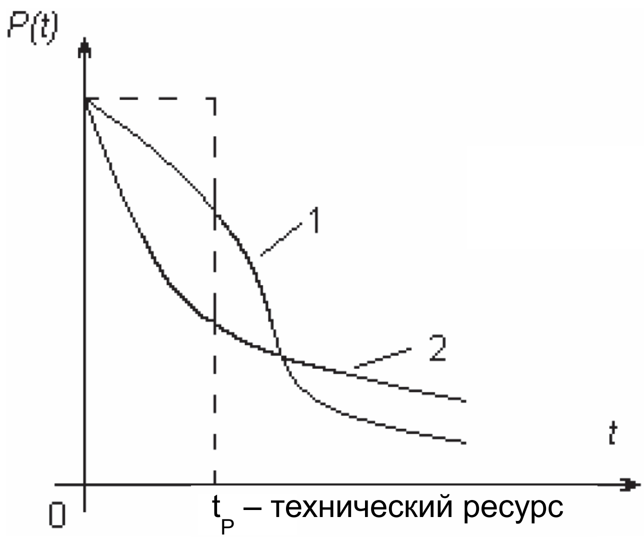


Рис. 4.3. Графики функций надежности

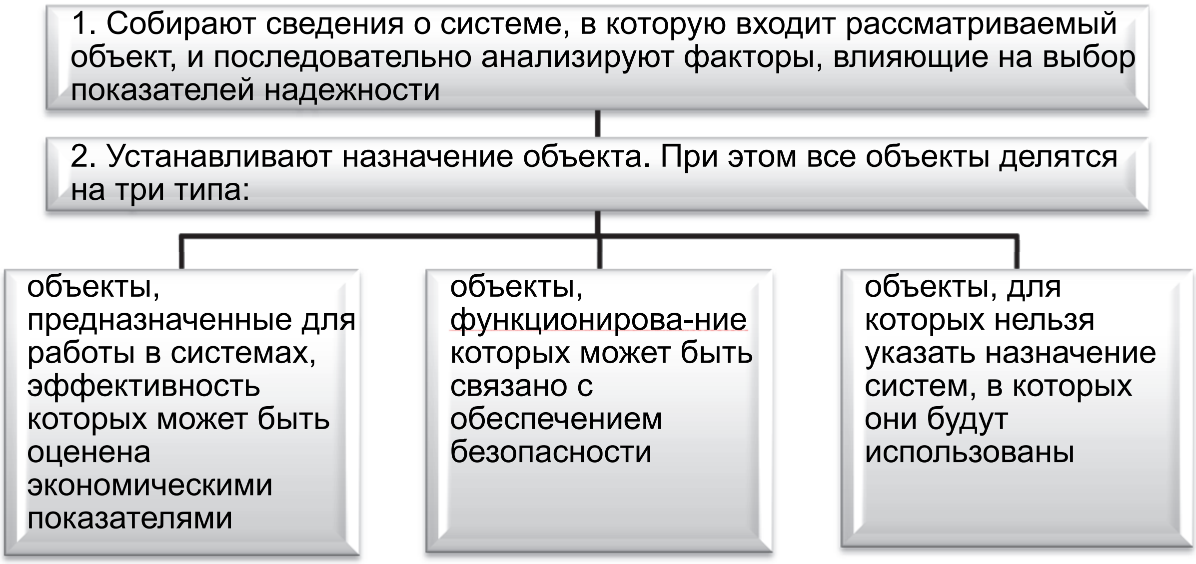


Рис. 4.4. Общая методика выбора показателей надежности

Величины ξ и η зависят от случайных величин: наработки до отказа T, времени (наработки) между отказами $\tilde{T}$, времени восстановления $T_{в}$.

Для восстанавливаемых объектов, когда перерывы в работе допустимы, имеем зависимость

$$\begin{cases} \xi = (\tilde{T}, T_{\text{В}})_{\text{В}}, \\ \eta = (\tilde{T}, T_{\text{В}})_{\eta}. \end{cases} \tag{4.1}$$

Затем получаем выражения для математического ожидания величин ξ и η (часто предварительно линеаризовав выражения (4.1) с помощью ряда Тейлора):

$$\begin{cases} m_{\xi} = Э = (T_{\text{ср}}, T_{\text{ср}_{\text{в}}})_{\text{в}}, \\ m_{\eta} = W = (T_{\text{ср}}, T_{\text{ср}_{\text{в}}})_{\eta}, \end{cases}$$

где Э – средний выходной эффект; W – средние затраты; $T_{ср}$, $T_{ср\ в}$ – среднее время наработки на отказ и среднее время восстановления соответственно.

Таким образом, для восстанавливаемых объектов, у которых допустимы перерывы в работе, основными показателями надежности являются $T_{ср}$ и $T_{ср\ в}$ или комплексный показатель $K_{Г}$, который зависит от этих двух показателей.

Для *восстанавливаемых объектов, у которых перерывы в работе недопустимы*, имеем релейную зависимость функции φ, т.е. полезный эффект может быть получен лишь при БР в течение заданного времени (t_j, t_{j+1}). Поэтому для таких систем выбирается интервальный показатель надежности – вероятность БР в течение заданного интервала времени.

Рассмотрим *объекты второго типа*.

При назначении показателей надежности систем второго типа (из условий безопасности) необходимо выделить основные факторы, влияющие на безопасность.

Соответствующие математические модели должны учитывать случайные процессы, протекающие в системе поля появления отказов.

Рассмотрим *объекты третьего типа*.

Для третьей группы объектов, для которых нельзя указать тип системы, целесообразно назначать одну любую полную характеристику надежности:

1. Для неремонтируемых изделий – функция надежности $P(t)$ или плотность распределения наработки до отказа $\omega(t)$, или интенсивность отказов $\lambda(t)$.

2. Для ремонтируемых изделий, невосстанавливаемых в процессе применения, вычисляются либо вероятность БР $P(t_1, t_2)$ на интервале времени (t_1, t_2), либо параметр потоков отказов $\Omega(t)$.

3. Для ремонтируемых изделий, восстанавливаемых в процессе применения, ПН вычисляются в календарном времени.

Для изделий, перерывы в работе которых допустимы, в качестве ПН используется функция готовности $G(t)$.

Для изделий, перерывы в работе которых недопустимы, в качестве ПН используется вероятность БР $P(t_1, t_2)$.

На практике если известен или предполагается определенный тип закона распределения времени БР (наработки до отказа), то целесообразно задавать:

1. При показательном распределении один из следующих показателей:

а) интенсивность отказов λ_i;

б) среднюю наработку до отказа $T_{ср}$;

в) вероятность БР $P(\Delta t_3)$ на заданном интервале времени Δt_3.

2. При двухпараметрическом законе распределения наработки до отказа или между отказами используются два показателя (например, при нормальном распределении):

а) $T_{ср}$;

б) σ_T;

в) $P(t_1)$, $P(t_2)$ – значения вероятности БР при двух значениях интервала времени работы $(0, t_1)$ и $(0, t_2)$.

3. Если тип закона неизвестен, то рекомендуется задавать значения:

а) $P(t)$ или $\lambda(t)$;

б) или $\Omega(t)$ – параметр потока отказов;

в) или другие показатели надежности не менее чем при трех значениях заданной наработки (времени).

4.2. Назначение норм надежности

После выбора основных показателей надежности необходимо задать определенные значения этих показателей. При этом должны учитываться экономические соображения и возможности производства.

Основные этапы при назначении норм надежности приведены на рис. 4.5.

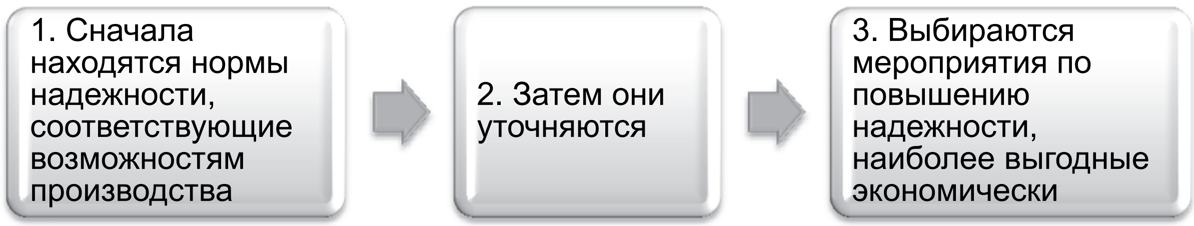


Рис. 4.5. Основные этапы при назначении норм надежности

При составлении технического задания обосновать количественные нормы (требования) по надежности и другим эксплуатационным свойствам обычно удается лишь после рассмотрения соответствующих характеристик уже существующих аналогов.

Таким образом, необходимо иметь прототип и учитывать тенденции изменения его характеристик.

Значение норм надежности прототипа необходимо корректировать с учетом следующих факторов (рис. 4.6).

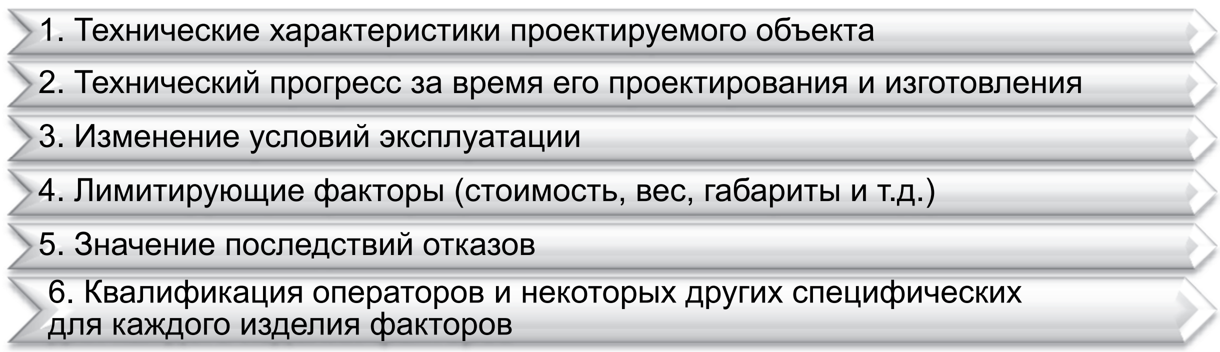


Рис. 4.6. Факторы, влияющие на назначение норм надежности

4.2.1. Учет технических характеристик проектируемого объекта

Для учета технических характеристик проектируемого объекта необходимо сравнить показатели вновь проектируемого объекта с аналогичными показателями существующих объектов с известной надежностью.

При этом необходимо иметь зависимости ПН объектов данного типа от основных технических характеристик (чувствительности, мощности и т.д.).

Чтобы получить такие зависимости, обычно строят графики. В этих графиках по вертикальной оси откладывают значения ПН, по оси абсцисс – значения исследуемой технической характеристики.

На графике (рис. 4.7) в виде отдельных точек нанесены данные для ТС рассматриваемого типа.

Через точки графика проводят прямые $y = a + bx$.

Параметры этих прямых подбирают по методу наименьших квадратов.

Согласно этому методу минимизируется следующее выражение:

$$J = \sum_{i=1}^{K} [a + bx_i - y_i]^{-2} = \min.$$

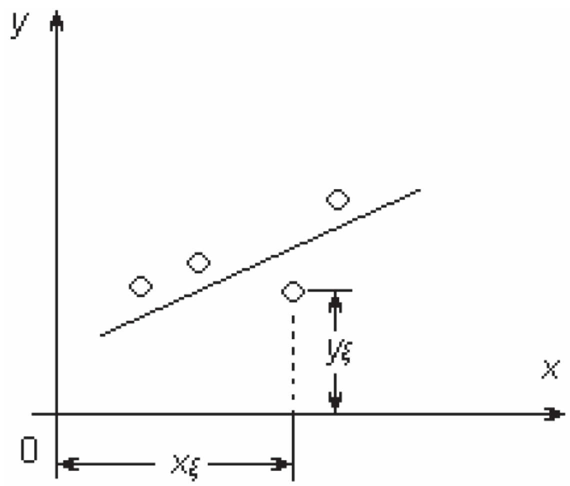


Рис. 4.7. Зависимость технической характеристики ТС от ПН

Значения a и b находят из системы уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial J}{\partial a} = \sum\limits_{i=1}^{K} [a + bx_i - y_i] = 0, \\ \dfrac{\partial J}{\partial b} = \sum\limits_{i=1}^{K} [a + bx_i - y_i] x_i = 0. \end{cases}$$

Если графики строят для нескольких технических характеристик $x_1, \ldots, x_n$, то аналогично могут быть минимизированы суммы квадратов разностей $(a + b_1 x_{11} + \ldots + b_n x_{ni} - y_1)$ и вычислены значения $a, b_1, \ldots, b_n$.

Если аппроксимирующие прямые имеют значительный наклон, то они подлежат дальнейшему рассмотрению. Для этого графики этих прямых нормализуют. При этом значения ПН делят на среднее значение ПН всех рассматриваемых объектов. Значения всех других показателей делят на среднее значение каждого показателя.

Пример.

Ищется зависимость ПН $P(t)$ от мощности объекта W. Тогда

$$\begin{cases} x_{i_{\text{отн}}} = \dfrac{W_i}{W_{\text{ср}}}, \\ y_{i_{\text{отн}}} = \dfrac{P_i(t)}{P_{\text{ср}}(t)}, \end{cases}$$

где W_i, $W_{ср}$ – соответственно потребляемая мощность и средняя потребляемость мощности i-го объекта; $P_i(t)$, $P_{ср}(t)$ – соответственно вероятность БР и средняя вероятность БР i-го объекта.

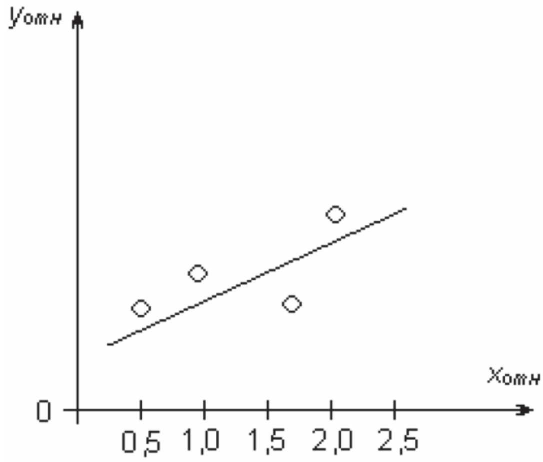


Рис. 4.8. Зависимость технической характеристики ТС от ПН в относительных единицах

Строят графики в относительных единицах (рис. 4.8).

На основе графиков можно приближенно оценить влияние изменения технических характеристик объекта на величину показателя (нормы) надежности.

В результате рассмотрения одного или нескольких (при нескольких технических характеристиках) таких графиков может быть найден *коэффициент* $K_{Т}$, *который учитывает технические характеристики объекта*.

Этот коэффициент равен отношению ПН проектируемого изделия и прототипа.

4.2.2. Учет технического прогресса

Между выпуском объектов, данные о которых по надежности известны, и объектом, который должен быть изготовлен, к моменту его выпуска обычно проходит несколько лет. За это время совершенствуются конструкция и технология изготовления как самих объектов, так и элементов, из которых они изготавливаются. В соответствии с этим изменяются и значения ПН.

Следовательно, при составлении требований по ПН к проектируемым объектам необходимо экстраполировать изменение показателя их надежности вплоть до момента изготовления новых объектов.

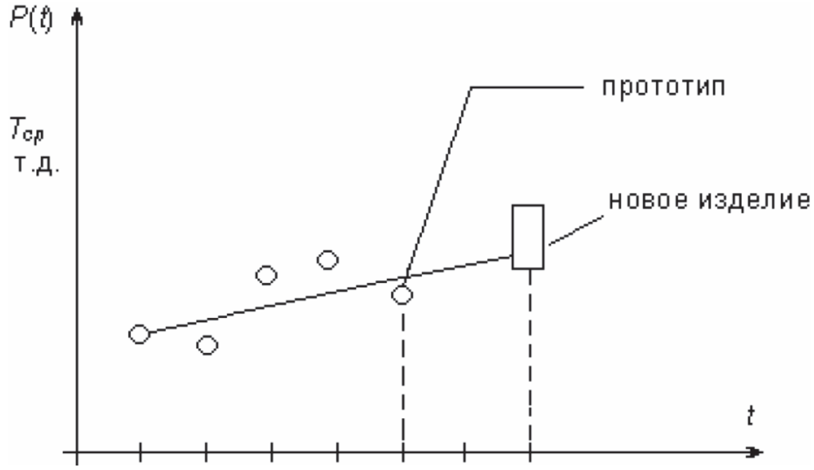
Для этого необходимо знать надежность всех выпускаемых ранее аналогичных объектов.

Затем строится график, учитывающий технический прогресс по годам (рис. 4.9). По этому графику вычисляется коэффициент $K_{ТП}$, учитывающий технический прогресс. Он равен отношению ПН проектируемого объекта и прототипа.

При корректировании ПН с учетом совершенствования производства могут возникнуть две крайние ситуации:

1. Проектируемый объект почти по всем признакам сходен с прототипом.

2. Проектируемый объект отличается от прототипа принципом действия, сложностью и т.д.



2000 2004 2008 2012
2002 2006 2010

Рис. 4.9. Изменение ПН по годам

В первом случае экстраполирование изменения ПН по годам производится для объекта в целом.

Во втором случае производится расчет надежности по надежности элементов. От общепринятого расчета надежности этот расчет отличается только экстраполированием интенсивностей отказов по годам выпуска.

4.2.3. Учет изменений работы

Проектируемый объект и прототип обычно работают в разных условиях. Поэтому необходимо произвести перерасчет ПН прототипа на условия применения проектируемого объекта.

Для этого находят коэффициент условий применения $K_{У}$. Он равен отношению значений ПН рассматриваемого объекта и прототипа.

Существуют четыре метода такого перерасчета (рис. 4.10).

1. При использовании метода поправочных коэффициентов сначала находится значение интенсивности отказов или параметра потока отказов в лабораторных условиях. Затем коэффициент окружающей среды – $K_{окр}$. Этот коэффициент показывает, во сколько раз интенсивность отказов при данных условиях больше, чем при лабораторных.

Коэффициент применения $K_{У}$ равен отношению значений коэффициента $K_{окр}$ проектируемого объекта и прототипа.

1. Метод поправочных коэффициентов
2. Метод, использующий гипотезу о ресурсе надежности объекта
3. Метод, использующий расчетные графики
4. Метод, основанный на учете разброса значений параметров режимов применения объектов

Рис. 4.10. Методы перерасчета ПН

2. <u>В методе, использующем гипотезу о ресурсе надежности объекта</u>, применяется понятие «ресурс (запас) надежности» объекта.

В качестве функции ресурса используют выражение

$$r(t) = -\ln p(t) = \int_0^t \lambda(T)dT.$$

Гипотеза состоит в том, что вероятность БР объекта в определенных условиях зависит от значения выработанного в прошлом ресурса r и не зависит от того, как был выработан этот ресурс.

Этот метод в настоящее время используется чрезвычайно редко, и мы его подробно рассматривать не будем.

3. <u>Метод расчетных графиков</u> является одним из основных методов пересчета ПН прототипа на условия применения проектируемого объекта.

Он основан на использовании графической зависимости ПН от параметров режимов работы (температуры, нагрузки и т.д.). В качестве ПН здесь обычно используется интенсивность отказов $\lambda(t)$ и реже параметр потока отказов $\Omega(t)$.

В качестве примера рассмотрим зависимость интенсивности отказов конденсаторов от действующих нагрузок. Как видно из графика (рис. 4.11), определяющим фактором для конденсаторов являются постоянное (эффективное) напряжение и температура окружающей среды.

Интенсивность отказов углеродистых резисторов в основном определяется их температурой, которая зависит от температуры окружающей среды и мощности, рассеиваемой на резисторе.

Нагрузку на элемент обычно выражают в долях номинальной нагрузки. Эта относительная величина называется коэффициентом нагрузки γ

$$\begin{cases} \text{для конденсаторов } \gamma = \dfrac{U_{\text{раб}}}{U_{\text{ном}}}, \text{ где } U - \text{напряжение;} \\ \text{для резисторов } \gamma = \dfrac{W_{\text{раб}}}{W_{\text{ном}}}, \text{ где } W - \text{мощность.} \end{cases}$$

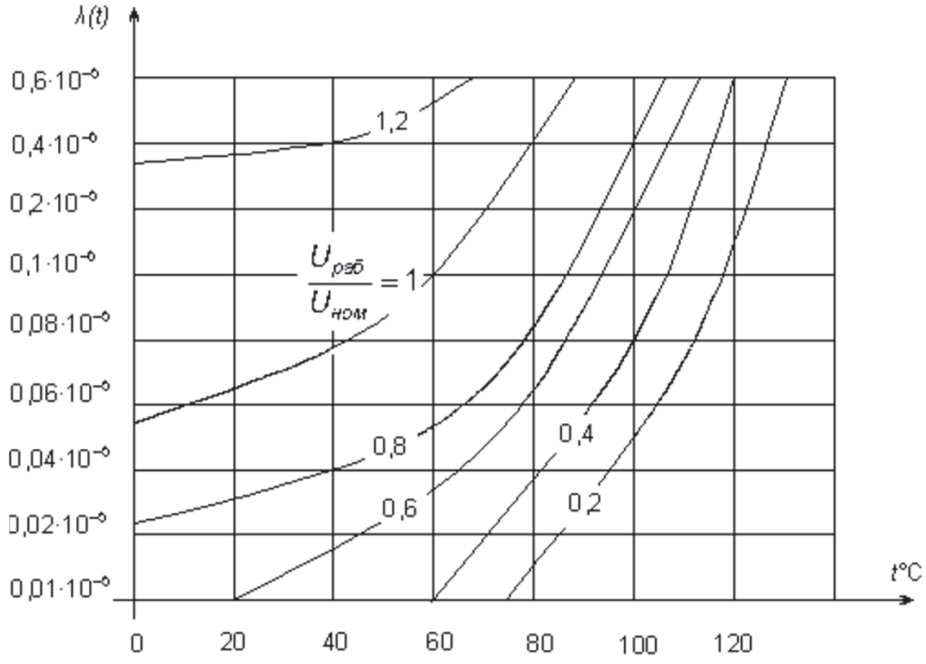


Рис. 4.11. Зависимость интенсивности отказов конденсаторов от действующих нагрузок

В некоторых случаях вместо графиков используют экспериментальные формулы и правила. Например, для полупроводниковых приборов значения $\lambda(t)$ удваиваются при повышении окружающей температуры на 10 °С.

Когда анализируют режимы работы, то обычно рассматривают и вопрос о целесообразности введения резервирования по нагрузке.

Во многих случаях по вертикальной оси в графиках вместо $\lambda(t)$ откладывают относительную величину

$$K_i = \frac{\lambda_i}{\lambda^*},$$

где λ^* – интенсивность отказов основного элемента расчета.

Иногда имеется несколько видов нагрузки, которые влияют на величину $\lambda(t)$. В этом случае применяют один из *двух приемов расчета*:

1. Подбирают экспериментальные зависимости

$$\lambda(t) = f(\lambda_0, t_0, \gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n),$$

где λ_0 – интенсивность отказов при номинальных условиях; t_0 – температура окружающей среды; $\gamma_1, \ldots, \gamma_n$ – относительные нагрузки различных видов.

Первый прием получил большее распространение.

Пример.

Рассмотрим учет влияния условий работы для электронных ламп.

Для электронных ламп приходится учитывать два фактора:

- коэффициент нагрузки в цепи накала γ_1;

- коэффициент нагрузки в цепях электродов γ_2.

При этом желательно учитывать взаимное влияние этих цепей.

В общем случае мы можем записать, что

$$\lambda = f(\lambda_0, t_0, \gamma_1, \gamma_2).$$

Для практических расчетов λ можно вычислить по формуле

$$\lambda = (1 + C_1 + C_2)\lambda_0,$$

где C_1 – зависит от γ_1; C_2 – зависит от γ_2 и t_0.

Коэффициенты:

$$\gamma_1 = \frac{U_{\text{Н}}}{U_{\text{Н}_{\text{ном}}}}, \qquad \gamma_2 = \frac{W_{\text{Н}} + W_{\text{О}} + W_{\text{С}}}{W_{\text{Н}_{\text{ном}}} + W_{\text{С}_{\text{ном}}}},$$

где $W_{\text{н}}$, W_0, $W_{\text{С}}$ – мощности рассеивания в цепи накала, анода и сетки соответственно; $W_{\text{н ном}}$, $W_{0\ \text{ном}}$ – номинальные мощности рассеивания в цепях накала и анода соответственно.

Для определения C_1 и C_2 по значениям γ_1, γ_2 и t_0 пользуются графиками (рис. 4.12).

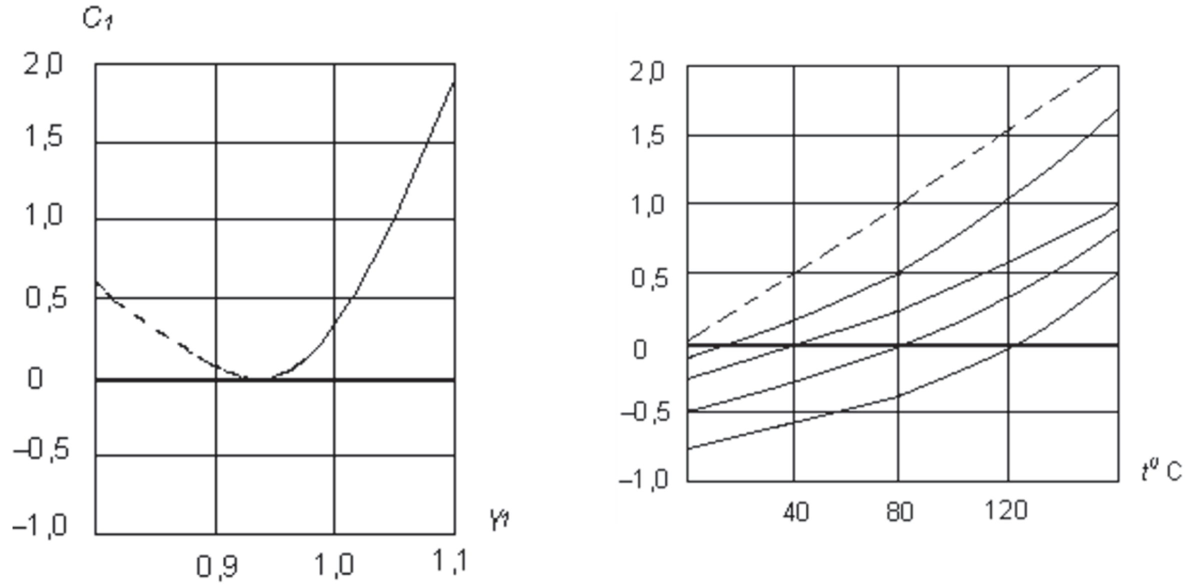


Рис. 4.12. Коэффициенты для первого приема расчета

2. Второй прием заключается в следующем:

- выделяют типовые режимы применения;
- нумеруют эти режимы в порядке ужесточения;
- строят зависимости $\lambda(t)$ объекта от номера режима работы.

Второй прием расчета является более приближенным. Для электровакуумных приборов, например, рассматриваются 6 основных режимов работы:

1-й режим: все напряжения U и токи J меньше 50 % номинальных значений $U_{ном}$, $J_{ном}$, а рассеиваемые мощности W меньше 25 % номинальных значений мощностей $W_{ном}$.

2-й режим: U и $J < 75$ % $U_{ном}$ и $J_{ном}$; $W < 50$ % $W_{ном}$.

3-й режим: U и $J < 90$ % $U_{ном}$ и $J_{ном}$; $W < 75$ % $W_{ном}$.

4 режим: U и $J < 90$ % $U_{ном}$ и $J_{ном}$; $W < 90$ % $W_{ном}$.

5 режим: одно из значений U, J или W находится между 90 % и 100 % номинального значения.

6 режим: одно из значений U, J или W превышает 100 % номинального значения.

С помощью статистики находится зависимость интенсивности отказов от номера режима их работы.

Затем строится график зависимости $\lambda(t)$ от номера режима (рис. 4.13).

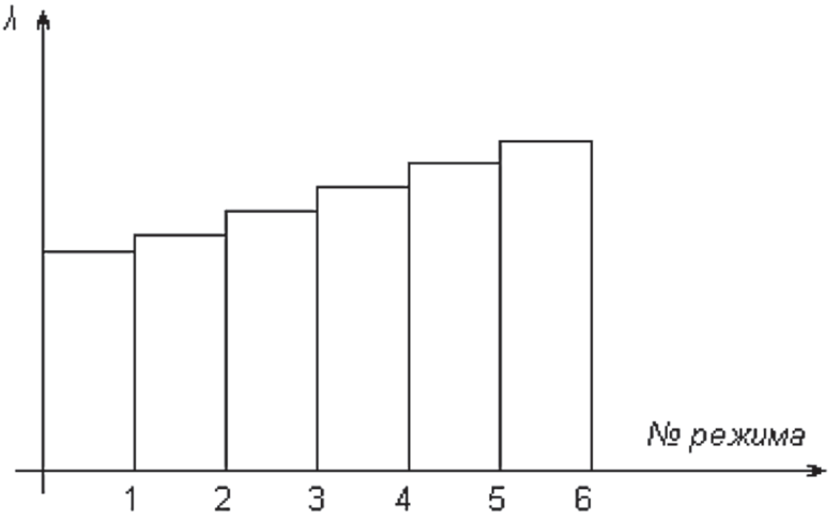


Рис. 4.13. Зависимость $\lambda(t)$ от номера режима

4. В методе, который учитывает разброс параметров, принимается во внимание разброс режимов хранения или работы. Возможности применения этого метода при проектировании малы из-за недостаточности информации о будущем изделии.

4.2.4. Уточнение норм надежности и выбор мероприятия по ее повышению

Этот фактор корректирования норм надежности учитывают в основном для изделий, эффект от эксплуатации которых может быть определен экономически.

Средний суммарный эффект Э от эксплуатации объекта зависит от следующих показателей: стоимости, показателей надежности, экономических показателей эксплуатации.

Экономические показатели (ЭП) эксплуатации приведены на рис. 4.14.

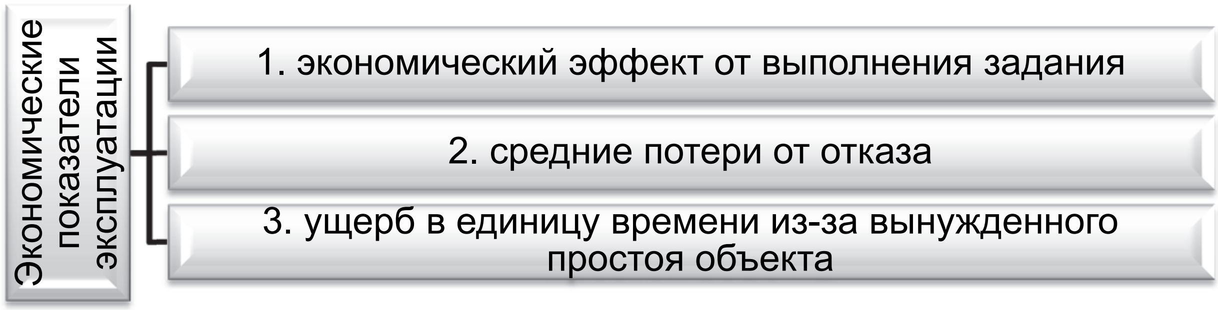


Рис. 4.14. Экономические показатели эксплуатации

Дело в том, что повышение надежности изделия обычно ведет к повышению его себестоимости. В то же время эксплуатация более надежного изделия обходится, как правило, много дешевле, т.к. сокращается ущерб из-за отказов, а также уменьшаются затраты на ремонт и профилактические работы.

В связи с этим возникает проблема назначения таких норм надежности, которые обеспечивали бы максимальный экономический эффект.

Так как затраты на повышение надежности и потери из-за ненадежности объектов происходят в разное время, то необходимо рассматривать приведенный к определенному моменту времени (обычно началу эксплуатации) средний выходной эффект.

Для этого составляют математическую модель функционирования объектов. Для неремонтируемых объектов, когда *эффект от работы* прямо пропорционален проработанному времени, имеем

$$Э(t) = -(\beta_1 + \beta_2) + \gamma t,$$

где β_1 – себестоимость объекта; β_2 – затраты, связанные с отказом; γ – доход или экономический эффект в единицу времени функционирования; t – наработка.

Среднее значение эффекта (дохода)

$$Э = -(\beta_1 + \beta\ ) + \gamma T_{ср},$$

где $T_{ср}$ – среднее время наработки на отказ.

Часто вычисления удобно проводить в календарном времени. Для перехода к календарному времени используют коэффициент ν, который равен доле времени использования объекта. При этом

$$T_{ср_K} = \frac{T_{ср}}{\nu}.$$

Затраты из-за ненадежности и экономический эффект считают распределенными равномерно за время (0, $T_{\text{ср}\ K}$). При этом очевидно, что *доход в единицу времени* a равен

$$a = \frac{-\beta_2 + yT_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}_K}}.$$

Приведенный эффект с учетом известного выражения равен

$$S_0 = \frac{a}{\chi}[1 - \exp(-\chi t_P)],$$

$$\text{Э}_{\Pi} = -\beta_1 + \frac{-\beta_2 + yT_{\text{СР}}}{\chi T_{CP_K}}\left(1 - exp\chi T_{\text{СР}_K}\right) =$$

$$= -\beta_1 + \frac{V}{\chi}\left(y - \frac{\beta_2}{VT_{\text{СР}_K}}\right)\left(1 - exp\chi T_{\text{СР}_K}\right),$$

где χ – коэффициент скорости роста вложенных средств, который при $T_{\Gamma} = 8760$ ч; $\text{Е}_{\text{Н}} = 0{,}12$; $\chi = 13 \cdot 10^{-6}$ 1/ч.

Аналогичные выражения получают и для других экономических моделей. Выбранные значения показателей надежности должны обеспечивать максимум Э_{Π}. При этом при каждом приведенном мероприятии по изменению ПН определяется величина

$$\Delta\text{Э}_{\Pi\,i} = \text{Э}_{\Pi\,i} - \text{Э}^0_{\Pi},$$

где $\text{Э}_{\Pi\,i}$ – средний приведенный эффект для этого изделия с учетом того, что осуществлено i-е мероприятие по повышению надежности; Э^0_{Π} – средний приведенный эффект для некоторого исходного варианта объекта.

Затем осуществляется мероприятие для обеспечения максимального приращения $\Delta\text{Э}_{\Pi\,i}$. Вариант с осуществлением этого мероприятия принимается за исходный, и процесс повторяется снова. Процесс продолжается до тех пор, пока значение не будет отрицательным. За оптимальное значение ПН принимается значение, которое было достигнуто на предыдущем этапе вычислений.

Недостаток этого метода заключается в том, что для его осуществления нужна значительная информация о проектируемом изделии, а она не всегда имеется.

4.3. Распределение норм надежности по элементам

При расчете надежности ТС на первом же этапе проектирования (этап эскизного проектирования) необходимо найти значение ПН блоков и узлов ТС по заданному в техническом задании значению ПН на всю ТС в целом. При этом выбор того или иного способа распределения норм надежности по блокам, функциональным узлам и элементам во многом зависит от имеющейся у разработчика информации о ТС.

Существуют три основных приема распределения норм надежности (рис. 4.15). Рассмотрим все эти способы на примерах.

1. По принципу равнонадежности элементов
2. С учетом существующего соотношения ПН элементов
3. С учетом перспектив совершенствования элементов

Рис. 4.15. Приемы распределения норм надежности

Пример.

Проектируется усилитель из трех равнонадежных последовательных каскадов. Задана вероятность БР усилителя $p(t) = 0{,}98$ в течение $t_{ус} = 2000$ ч.

Определить значение $\lambda(t)$ для каждого каскада.

Решение.

Принимаем экспоненциальную модель.

$$p_{ус}(t) = [p_{каск}]^3;\ \lambda_{ус} = 3\lambda_{каск};\ \ T_{ср_{ус}} = \frac{1}{3}T_{ср_{каск}};\ p(t) = e^{-\lambda t} = e^{-1/T_{ср}}.$$

Отсюда $\lambda_{ус} = \frac{1-0{,}98}{2000} = 10^{-5}\ 1/ч.$

Поэтому для одного каскада $\lambda_{каск} \le \frac{10^{-5}}{3} = 3{,}3 \cdot 10^{-6}\ 1/ч.$

Пример.

1. Проектируется устройство, состоящее из трех блоков A, B, C.

2. Задана вероятность БР объекта $p_{об}(t_1) = 0{,}97$ в течение $t_1 = 100$ ч.

3. Имеется прототип, состоящий из блоков A, B, C, каждый из которых характеризуется интенсивностью отказов соответственно:

$\lambda_{A0} = 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_{B0} = 8{\cdot}10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_{C0} = 3{\cdot}10^{-4}$ 1/ч.

Определить нормы надежности в виде интенсивности отказов λ для проектируемых блоков A_1, B_1, $C_1 \Rightarrow \lambda_{A1}, \lambda_{B1}, \lambda_{C1}$.

Решение.

1. На основании прототипа определяем коэффициент, учитывающий долю отказов проектируемого устройства из-за отказа j-го блока:

$$K_j = \frac{\lambda_j}{\lambda_{об}},$$

где $\lambda_{об}$, λ_j – соответственно интенсивность отказов всего устройства и j-го блока.

Все коэффициенты K_j находят по соотношению интенсивностей отказов прототипа:

$$K_j = \frac{\lambda_{j0}}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_{ji0}},$$

где n – число элементов.

В нашем случае

$$K_A = \frac{\lambda_{A0}}{\lambda_{A0} + \lambda_{B0} + \lambda_{C0}} = \frac{10^{-4}}{(1+8+3)\cdot 10^{-4}} = \frac{1}{12};$$

$$K_B = \frac{\lambda_{B0}}{\lambda_{A0} + \lambda_{B0} + \lambda_{C0}} = \frac{8\cdot 10^{-4}}{(1+8+3)\cdot 10^{-4}} = \frac{2}{3};$$

$$K_C = \frac{\lambda_{C0}}{\lambda_{A0} + \lambda_{B0} + \lambda_{C0}} = \frac{3\cdot 10^{-4}}{(1+8+3)\cdot 10^{-4}} = \frac{1}{4}.$$

2. Находим значение $\lambda(t)$ для проектируемого устройства

$$p_{\text{об}}(t_1) = 1 - \lambda_{\text{об}} t_1 = 0{,}97;\ \ \lambda_{\text{об}} = \frac{1-0{,}97}{100} = 3\cdot 10^{-4}\,\frac{1}{\text{ч}}.$$

3. Определяем нормы надежности для блоков проектируемого объекта

$$\lambda_{A1} = K_A \lambda_{\text{об}} = \frac{1}{12}\cdot 3\cdot 10^{-4} = \frac{1}{4}\cdot 10^{-4} = 2{,}5\cdot 10^{-5}\,\frac{1}{\text{ч}};$$

$$\lambda_{B1} = K_B \lambda_{\text{об}} = \frac{2}{3}\cdot 3\cdot 10^{-4} = 2\cdot 10^{-4}\,\frac{1}{\text{ч}};$$

$$\lambda_{C1} = K_C \lambda_{\text{об}} = \frac{1}{4}\cdot 3\cdot 10^{-4} = \frac{3}{4}\cdot 10^{-4} = 7{,}5\cdot 10^{-5}\,\frac{1}{\text{ч}}.$$

<u>Пример.</u>

1. Проектируемое устройство состоит из двух последовательных блоков A_1 и B_1.

2. Задана вероятность БР проектируемого объекта $P(t) = 0{,}97$ в течение времени $t_1 = 100$ ч.

3. Дата выпуска проектируемого устройства – 2013 г.

4. Изменение интенсивностей отказов по анализам данных за 1998-2008 гг. для блоков, аналогичных блокам A_1 и B_1, может быть по годам выпуска аппроксимировано выражением

$$\lambda = \lambda_{98} \exp[-\nu(L - 1998)],$$

где λ_{98} – интенсивность отказа изделия, выпущенного в 1998 г.; L – год выпуска блока.

Для блока A_0: $\lambda_{A98} = 1{,}4\cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\nu_A = 0{,}034$ 1/год.

Для блока B_0: $\lambda_{B98} = 28\cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\nu_B = 0{,}14$ 1/год.

Определить нормы надежности для ПН блоков A и B в виде интенсивности отказов λ_{A1} и λ_{B1}.

Решение.

1. Экстраполируем значение λ блоков прототипа до 2007 г.:

$$\lambda_{A13} = 1{,}4 \cdot 10^{-4} \cdot \exp\,[-0{,}034 \cdot (2013-1998)] = 8{,}4 \cdot 10^{-5}\ 1/\text{ч};$$

$$\lambda_{B13} = 28 \cdot 10^{-4} \cdot \exp[-0{,}14 \cdot (2013-1998)] = 34 \cdot 10^{-5}\ 1/\text{ч}.$$

2. Аналогично примеру 2 определяем коэффициент K_j и нормы надежности:

$$K_{A1} = \frac{\lambda_{A13}}{\lambda_{A13} + \lambda_{B13}} = \frac{8{,}4 \cdot 10^{-5}}{(8{,}4+34) \cdot 10^{-5}} = 0{,}2;$$

$$K_{\text{B}1} = \frac{\lambda_{B13}}{\lambda_{A13} + \lambda_{B13}} = \frac{34 \cdot 10^{-5}}{(8{,}4+34) \cdot 10^{-5}} = 0{,}8;$$

$$\lambda_{\text{об}} = \frac{1 - P_{\text{об}}(t)}{t_1} = \frac{1 - 0{,}98}{100} = 2 \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{\text{ч}};$$

$$\lambda_{A1} = K_{A1} \cdot \lambda_{\text{об}} = 0{,}4 \cdot 10^{-4}\ \ 1/\text{ч};$$

$$\lambda_{B1} = K_{B1} \cdot \lambda_{\text{об}} = 1{,}6\ 10^{-4}\ \ 1/\text{ч}.$$

4.4. Методы, подтверждающие выполнение норм надежности

Существуют несколько методов, которые подтверждают заданные в технических условиях значения показателей (норм) надежности (рис. 4.16).

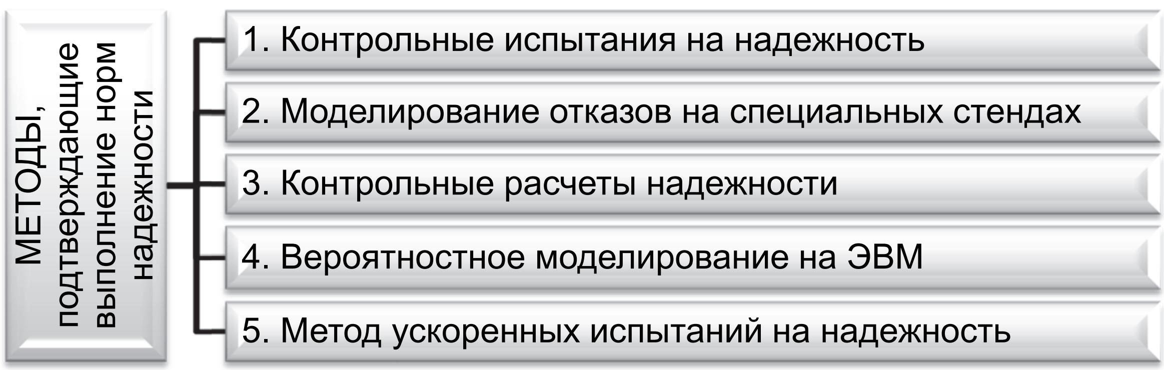


Рис. 4.16. Методы, подтверждающие выполнение норм надежности

1. Основным методом, поддерживающим нормы надежности, является *метод контрольных испытаний*.

Перед началом испытаний объекты должны пройти приработку (технологический прогон). При этом в технических условиях на объект должна иметься программа испытаний на надежность, которая включает в себя:

- план испытаний;
- требования к средствам испытаний;
- способ обработки экспериментальных данных и оформление результатов испытаний.

В плане должны содержаться правила, которые устанавливают объем выборки, порядок проведения испытаний и критерии их прекращения.

2. *Моделирование отказов на специальных стендах* применяется в основном тогда, когда объекты не могут подвергаться контрольным испытаниям. Для осуществления моделирования необходимо знать вероятностные характеристики полуслучайных процессов изменения свойств элементов объекта. Они могут быть получены либо при испытаниях отдельных деталей, либо по данным эксплуатации.

3. *Контрольные расчеты надежности* обычно проводятся для уникальных объектов. Для этого в основу расчета берут ПН аналогичных элементов объектов и при необходимости экстраполируют эти показатели.

4. *Вероятностное моделирование на ЭВМ* проводится в случае, если контрольные расчеты получаются слишком громоздкими или за счет допущений сильно искажают действительность.

5. Существует также еще один метод подтверждения выполнения норм надежности, а именно метод ускоренных испытаний на надежность.

Различают два вида ускоренных испытаний (рис. 4.17).

<u>В нормальных режимах</u> составляющая нагрузок соответствует техническим условиям для непрерывных режимов работы.

<u>В форсированных режимах</u> некоторые виды воздействий превышают предельные по техническим условиям значения. Однако при этом необходимо выявить влияние нагрузок на физические процессы приближения к отказам и четко оговорить допустимые пределы нагрузок. Кроме того, при обосновании форсированных режимов испытаний необходимо составить методику пересчета ПН, полученных при ускоренных испытаниях, на нормальные условия. При этом чаще всего используется коэффициент подобия K_n, который равен отношению средней наработки при реальных условиях и средней наработке в форсированном режиме.

Рис. 4.17. Виды ускоренных испытаний

Длительность испытаний в форсированном режиме

$$t_{ф} = \frac{t_p}{K_n},$$

где t_p – заданный интервал наработки изделий в реальных условиях; K_n – коэффициент подобия форсированных испытаний.

4.5. Составление логических схем для расчета надежности

Расчет надежности ТС обычно проводится в несколько этапов (рис. 4.18).

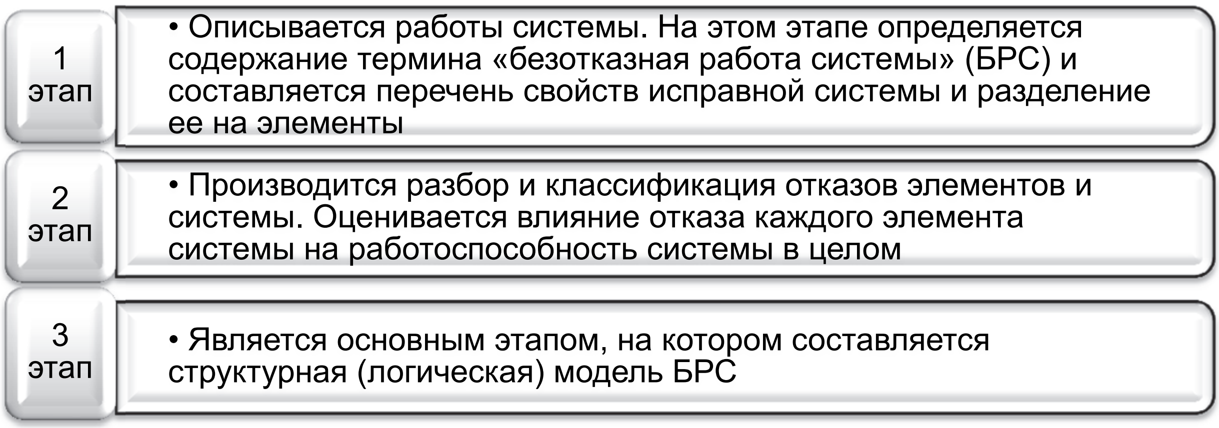


Рис. 4.18. Этапы расчета на надежность

Последовательность третьего этапа представлена на рис. 4.19.

Расчетно-логическая схема характеризует состояние (работоспособное или неработоспособное) ТС в зависимости от состояния отдельных элементов (блоков).

В расчетно-логических схемах обычно применяют три способа соединений элементов (блоков) (рис. 4.20).

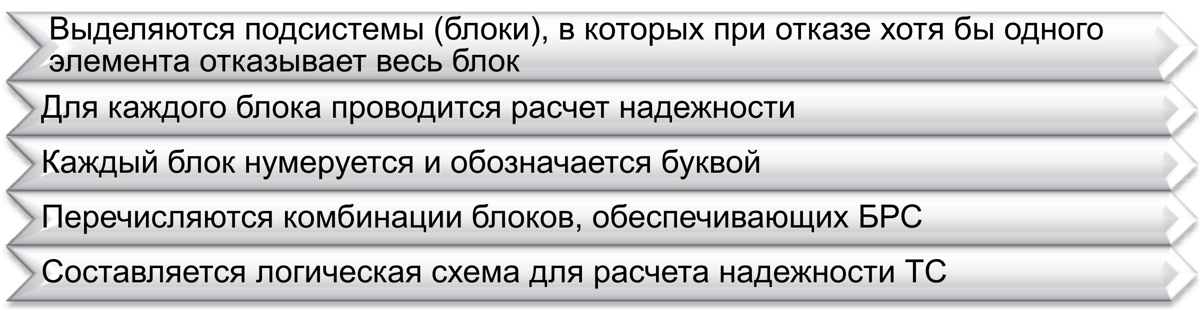


Рис. 4.19. Последовательность составления логической схемы

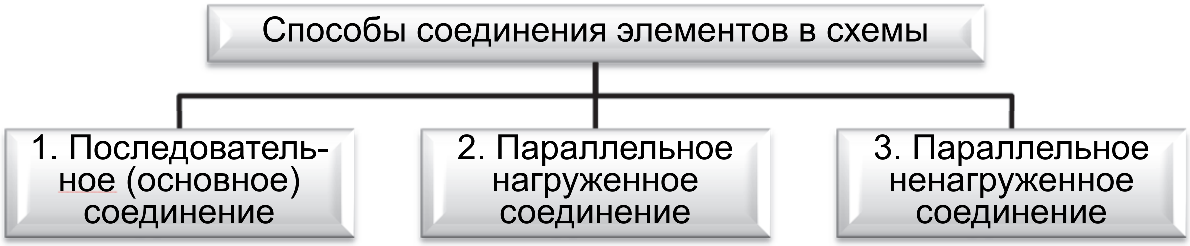


Рис. 4.20. Способы соединений элементов в схемы

1. Последовательное (основное) соединение соответствует случаю, когда при отказе одного элемента отказывает вся система в целом (рис. 4.21).

Наработка до отказа ТС в этом случае равна наработке до отказа того элемента, у которого она оказалась минимальной:

$$T_{\text{ТС}} \cong \min(T_j), \quad j = 1, 2, ..., n,$$

где n – число элементов системы.

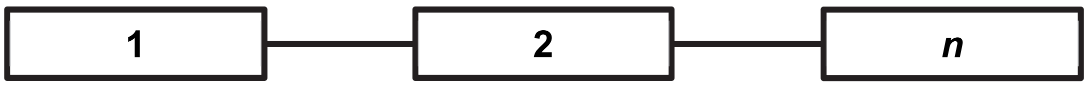


Рис. 4.21. Последовательное соединение элементов ТС

Функция надежности системы при таком соединении равна

$$p_{\text{ТС}}(t) = \prod_{j=1}^{n} p_j(t), \tag{4.2}$$

где $p_j(t)$ – функция надежности j-го элемента.

В связи с этим *интенсивность отказов* системы из n элементов

$$\lambda_{\text{ТС}} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \text{ (при } \lambda_i = \text{const).} \tag{4.3}$$

Соответственно, *средняя наработка системы* до отказа

$$T_{\text{ТС}_{\text{ср}}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} {}^{1}\!/_{T_{\text{ср}j}}},$$

где $T_{\text{ср}\,j}$ – средняя наработка до отказа j-го элемента.

В общем случае с учетом (1.11) выражение (4.2) может быть переписано в виде

$$p_{\text{ТС}}(t) = \prod_{j=1}^{n} exp\left\{-\int_0^t \lambda_j(t)dt\right\} = exp\left\{-\sum_{j=1}^{n}\int_0^t \lambda_j(t)dt\right\}.$$

В частном случае, *при экспоненциальном распределении* вероятности БР элементов ТС (λ = const) имеем

$$p_{\text{ТС}}(t) = e^{-\lambda_{\text{ТС}}t} = e^{-t/T_{\text{ТС}_{\text{ср}}}}.$$

Если все элементы ТС *равнонадежны*, то

$$\lambda_{\text{ТС}} = \sum_{j=1}^{r} n_j\lambda_j,$$

где n_j – число элементов j-го типа; r – число типов элементов.

При расчете вероятности БР *высоконадежных* ТС произведение $\lambda_{\text{ТС}} \cdot t << 1$, а $p_{\text{ТС}}(t)$ близко к единице.

Разложив $e^{-\lambda_{\text{ТС}} \cdot t}$ в ряд и ограничившись первыми двумя его членами, мы можем с высокой степенью точности определить вероятность $p_{\text{ТС}}(t)$.

В этом случае основные ПН для ТС с последовательным соединением элементов можно определять по следующим приближенным формулам:

$$\begin{cases} p_{\text{ТС}}(t) \approx 1 - \lambda_{\text{ТС}} \cdot t, \\ \omega_{\text{ТС}}(t) \approx \lambda_{\text{ТС}}(1 - \lambda_{\text{ТС}} \cdot t). \end{cases} \tag{4.4}$$

Выражения (4.4) используют в случае, если $P(t) \geq 0{,}9$ или, иначе, когда $\lambda t \leq 0{,}1$.

При значениях вероятности БР ($P(t)$), *близких к единице*, можно использовать еще ряд приближенных формул:

$$p_{\text{ТС}}(t) = \prod_{j=1}^{n} p_j(t) \approx 1 - \sum_{j=1}^{n} q_j(t).$$

При равнонадежных элементах ТС имеем

$$p_{\text{ТС}}(t) = p_j^n(t) \cong 1 - q_j(t) \cdot n,$$

$$p_j(t) = \sqrt[n]{p_{\text{ТС}}(t)} \cong 1 - {q_{\text{ТС}}}/{n}. \tag{4.5}$$

Пример.

Вероятность безотказной работы ТС в течение t равна $P_{\text{ТС}}(t) = 0{,}95$. ТС состоит из $n = 120$ равнонадежных элементов.

Определить вероятность БР элемента ТС.

Решение.

Так как $P_{\text{ТС}}(t)$ близка к единице, то определяем $P_i(t)$ по формуле (4.5):

$$p_i(t) = \sqrt[n]{p_{\text{ТС}}(t)} = 1 - {}^{q_{\text{ТС}}}/_{n} = 1 - \frac{0{,}05}{120} \approx 0{,}9996.$$

2. Параллельное нагруженное соединение соответствует случаю, когда ТС сохраняет работоспособность, пока работоспособен хотя бы один из n включенных в работу элементов (рис. 4.22).

Наработка до отказа такой системы равна максимальному из значений наработки до отказа элементов:

$$T_{\text{ТСср}} \cong \max(T_j),\ j = 1, 2, \dots, n.$$

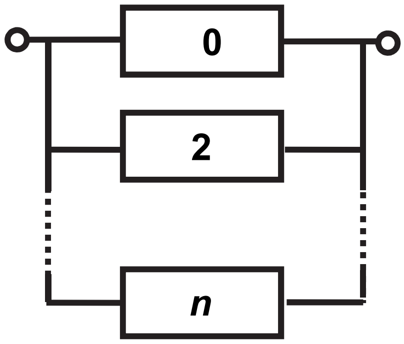


Рис. 4.22. Параллельное нагруженное соединение

Функция ненадежности системы при таком соединении элементов

$$q_{\text{ТС}}(t) = \prod_{j=1}^{n} q_i(t),$$

где $q_j(t)$ – функция ненадежности j-го элемента.

Так как $P_{\text{ТС}}(t) = 1 - q_{\text{ТС}}(t)$, то

$$p_{\text{ТС}}(t) = 1 - \prod_{j=1}^{n} [1 - p_i(t)].$$

3. Параллельное ненагруженное соединение соответствует случаю, когда при отказе основного элемента ТС включается в работу очередной резервный элемент, сохраняющий ее работоспособность (рис. 4.23).

Наработка до отказа в такой системе равна сумме наработок до отказа элементов:

$$T_{\text{ТС}_{\text{ср}}} = \sum_{j=1}^{n} T_j, j = 1, 2, \dots, n.$$

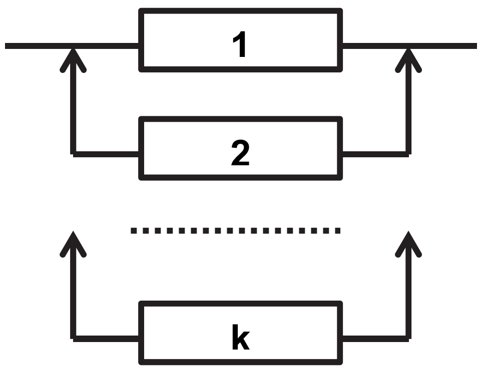


Рис. 4.23. Параллельное ненагруженное соединение

При параллельном ненагруженном логическом соединении *функции надежности* при одинаково надежных K элементах равна

$$p_{\text{ТС}}(t) = e^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{K=1} \frac{(\lambda t)^j}{j!},$$

где λ – интенсивность отказов j-го элемента.

При составлении логической схемы необходимо проводить анализ последствий, к которым приводит отказ элемента. Особенно это необходимо проводить, если имеется несколько одинаковых элементов.

Например, работают два генератора мощностью *P* каждый. Здесь возможны несколько случаев расчета надежности:

1. Обязательно требуется мощность, равная 2*P*. В этом случае генераторы на логической схеме соединяются последовательно.

2. При отказе одного генератора отключаются маловажные объекты, и нагрузка на оставшийся генератор будет равняться *P*. Следовательно, здесь генераторы соединяются параллельно.

При расчете надежности в число элементов необходимо включать электрические соединения пайкой, сваркой, сжатием, а также другие виды соединений, например, штепсельные разъемы. На эти электрические соединения приходится от 10 до 50 % всех отказов.

4.6. Выбор и уточнение значений показателей надежности

В зависимости от стадии проектирования различают три этапа выбора значений ПН (рис. 4.24).

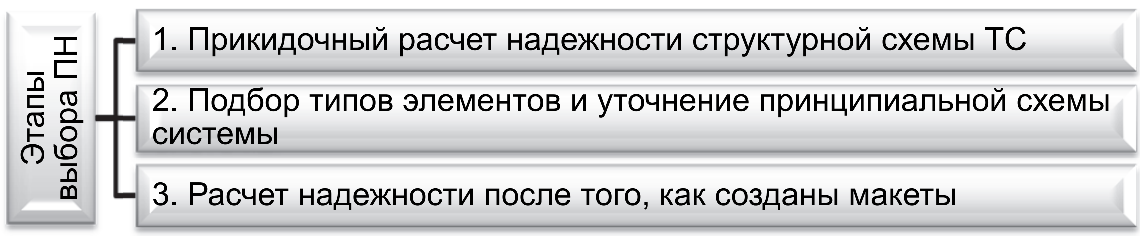


Рис. 4.24. Этапы выбора ПН

Прикидочный расчет надежности структурной схемы ТС производится с целью выбора принципа построения системы.

Здесь определяется число элементов, при отказах которых система выходит из строя. Часто количество таких элементов находят приемом сравнения с аналогичными, ранее разработанными блоками. Затем разыскивают в справочных материалах средние значения ПН элементов, например, средние интенсивности отказов.

Второй этап расчета надежности заключается в подборе типов элементов и уточнении принципиальной схемы системы. На этом этапе определяются условия работы системы (температура, давление, электрическая нагрузка и т.д.).

Для учета нагрузок целесообразно составлять таблицы (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Учет нагрузок

Наименование элемента	Режим работы		Интенсивность отказов, 1/ч
	t, °C	Коэффициент нагрузки	
Датчик	55	0,5	$9 \cdot 10^{-7}$
Термопара	55	0,75	$4 \cdot 10^{-7}$

На этом этапе представляет также большой интерес использование коэффициентного способа расчета надежности. Он применяется тогда, когда известно достоверное значение интенсивности отказов лишь одного элемента системы.

Предполагается, что при различных режимах работы справедливо соотношение

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_\nu} = K_i, \tag{4.6}$$

где λ_i – интенсивность отказов рассматриваемого элемента; λ_ν – достоверно известная интенсивность отказов одного элемента (основного элемента расчета).

Значения коэффициента K_i обычно находят путем анализа данных по интенсивностям отказов различных элементов. Так как эти расчеты являются приближенными, обычно вычисляют минимальные и максимальные значения K_i.

Приняв во внимание допущение (4.6) и используя выражения (4.2) и (4.3), можно записать

$$p_{\text{ТС}}(t) = exp\left[-t\lambda_0 \sum_{i=1}^{d} N_i K_i\right]$$

или

$$p_{\text{ТС}}(t) = exp[-t\lambda_{\text{ТС}}],$$

где $\lambda_{\text{ТС}} = \lambda_0 \sum_{i=1}^{d} N_i K_i$; N – число элементов i-го типа; d – число типов элементов.

Если вместо функции надежности $P_{\text{ТС}}(t)$ взять *среднюю наработку на отказ*

$$T_{\text{ТС}_{\text{ср}}} = \frac{1}{\lambda_{\text{ТС}}},$$

то полученные зависимости можно считать инвариантными в отношении условий эксплуатации системы.

Действительно, при изменении условий эксплуатации ТС будет меняться лишь интенсивность отказов до основного элемента расчета, т.е. будет меняться лишь масштаб.

При коэффициентном способе расчета для сравнения вариантов по надежности нет необходимости.

Третий этап расчета надежности проводится после того, как созданы макеты. Здесь целесообразно провести дополнительные лабораторные испытания, в ходе которых вводят грубые отказы. При этом оценивают влияние отказа элементов на работоспособность ТС и уточняют логическую схему расчета надежности.

Контрольные вопросы:

1. Покажите на примере, почему необходим выбор основного ПН при расчете надежности ТС.
2. Какие ПН выбираются в качестве основных для ТС различного типа?
3. Перечислите факторы, которые необходимо учитывать при назначении норм надежности, и объясните, каким образом производится этот учет.
4. Покажите на примерах основные способы распределения норм надежности по элементам.
5. Проведите анализ основных аналитических выражений для последовательного, параллельно-нагруженного и параллельно-ненагруженного соединения элементов.

5. ОБЩИЕ МЕТОДЫ РАСЧЁТА НАДЁЖНОСТИ ПРОЕКТИРУЕМЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

5.1. Способы и основные этапы определения надежности проектируемых систем

Постановка задачи.

Имеются сведения о надежности элементов объектов и связях между элементами (или схемами объектов). По этим данным необходимо определить значения показателей надежности объекта.

Определение надежности всего объекта или системы преследует следующие цели (рис. 5.1).

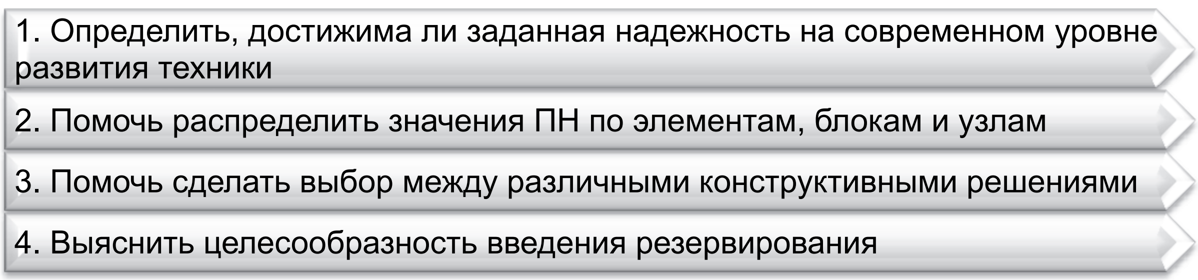


Рис. 5.1. Цели определения надежности

Существуют два пути определения надежности ТС (рис. 5.2).

Общепринятым в настоящее время является *первый путь*.

Здесь необходимо определить, какие состояния ТС надо учитывать, признаки этих состояний и т.д., т.е. необходимо описать функционирование реальной ТС формальным языком событий и состояний.

Рис. 5.2. Пути определения надежности

Наибольшее распространение получили логические модели БР системы. При этом полагают, что элементы могут находиться в двух несовместных состояниях:

- работоспособном;
- неработоспособном.

Функциональные связи между элементами заменяются логическими, характеризующими состояние ТС.

Условия работоспособности системы при отказах элементов записываются с помощью логических соотношений.

Вид логической модели определяет возможность получения расчетных формул. Наиболее распространенные формальные преобразования достаточно подробно описаны в литературе [6]. Для описания надежности наибольшее распространение получили следующие методы (рис. 5.3).

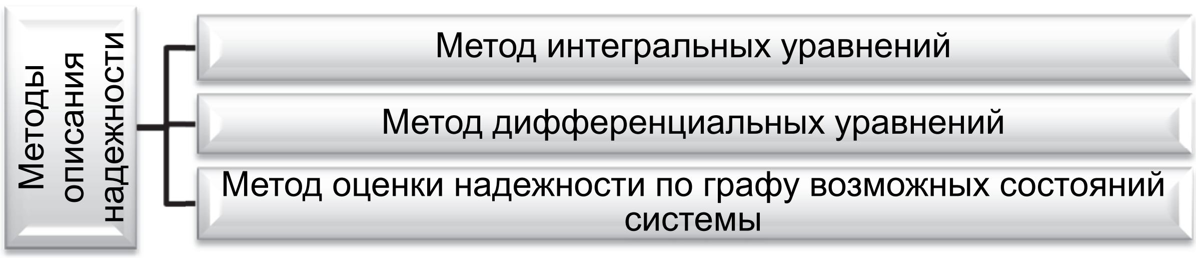


Рис. 5.3. Методы описания надежности

5.2. Метод интегральных уравнений

Метод интегральных уравнений можно применять при расчете надежности любых систем при любых распределениях времени БР и времени восстановления.

Определение ПН здесь происходит путем составления и решения интегральных или интегро-дифференциальных уравнений.

При составлении интегральных уравнений обычно выделяют один или несколько бесконечно малых интервалов времени. Для этих интервалов времени рассматривают сложные события, которые появляются при совместном действии нескольких факторов.

Эти уравнения сравнительно просто составлять, но трудно решать. Часто решения приходится находить численными методами с помощью ЭВМ. В связи с этим метод интегральных уравнений в настоящее время не получил широкого распространения.

В качестве примера применения этого метода рассмотрим расчет надежности невосстанавливаемой ТС с холодным резервом.

При этом предположим:

- индикатор отказа и переключатель абсолютно надежны;
- резервные элементы не могут отказать до включения их в работу;
- ремонт резервной системы в процессе ее работы невозможен.

Такая резервированная система будет безотказно работать в течение времени $(0, t)$ при *двух возможных событиях*:

- основной элемент не отказал;
- основной элемент отказал в момент $\tau < t$, а резервный элемент проработал безотказно в течение интервала $(\tau - t)$.

Обозначим *вероятность первого события* $p_1(t)$. Очевидно, что вероятность появления отказа основного элемента в течение малого интервала времени $(\tau, \tau + d\tau)$ равна

$$\omega_1(\tau)d\tau = -p'(\tau)d\tau,$$

где $\omega_1(\tau)$ – плотность вероятности момента i-го отказа.

Вероятность БР системы при условии, что в момент τ произошел отказ основного элемента и включился резервный, равна $p_2(t - \tau)$.

Таким образом, *вероятность осуществления второго события* на интервале $(\tau, \tau + d\tau)$ равна

$$p_2(t - \tau) \cdot \omega_1(\tau)\, d\tau. \tag{5.1}$$

Интегрируя выражение (5.1) от 0 до t, получим *вероятность осуществления второго события*:

$$p_2(t) = \int_0^t p_2(t - \tau) \cdot \omega_1(\tau) d\tau.$$

Очевидно, что *вероятность дублированной системы с холодным резервом* равна сумме вероятностей осуществления первого и второго событий:

$$p(t) = p_1(t) + \int_0^t p_2(t - \tau) \cdot \omega_1(\tau) d\tau. \tag{5.2}$$

При *показательном распределении* наработки до отказа основного и резервного элементов, имеющих интенсивность отказов λ_1 и λ_2 из выражения (5.2) имеем

$$p(t) = e^{-\lambda_1 t} + \int_0^t e^{-\lambda_2(t-\tau)}\lambda_1 e^{-\lambda_1\tau}d\tau = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right).$$

Плотность наработки такой системы до отказа равна

$$\omega(t) = -p'(t) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}\right) =$$

$$= \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right).$$

Если система имеет *один основной* и (K–1) *резервный элемент*, то, взяв за основу выражение (5.2), можно получить рекуррентную формулу:

$$p_{\text{КС}}(t) = p_{K-1}(t) + \int_0^t p_K(t-\tau)\omega_{K-1}(\tau)d\tau.$$

где индекс (K–1) означает, что соответствующие характеристики относятся к резервной системе, при отказе которой включается в работу последний K резервный элемент.

5.3. Метод дифференциальных уравнений

Метод дифференциальных уравнений основан на допущении, что время между отказами и время восстановления подчиняются показательным распределениям.

При этом *параметр потока отказов*

$$\Omega = \lambda = 1/T_{\text{ср}},$$

а *интенсивность восстановления*

$$\mu = 1/T_{\text{в}},$$

где $T_{\text{ср}}$, $T_{\text{в}}$ – соответственно среднее время до отказа и восстановления.

Этот метод может применяться для расчета надежности как восстанавливаемых, так и невосстанавливаемых систем.

Для использования этого метода необходимо иметь математическую модель в виде множества состояний системы, в которых она может находиться при отказах и восстановлениях.

Математическую модель изображают в виде графа состояний. На этом графе кружочками изображают возможные состояния системы при отказах ее элементов. Стрелками изображают возможные направления переходов системы из одного состояния в другое. Около стрелок указывают интенсивность переходов (например, λ и μ).

Изобразим пример такого графа (рис. 5.4).

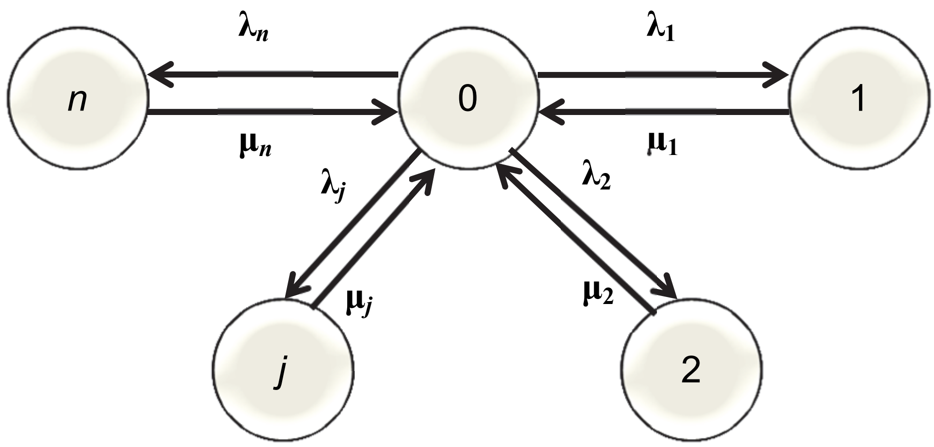


Рис. 5.4. Граф состояний восстанавливаемой системы

Если рассматривается *невосстанавливаемая система*, то между состояниями имеется только *одна стрелка*.

Для определения вероятностей $P_j(t)$ нахождения системы в j-м состоянии в момент времени t составляют по графу состояний систему обыкновенных дифференциальных уравнений.

Для этого в левую часть каждого уравнения ставят производную по времени от вероятности нахождения системы в j-м состоянии в момент времени t.

Число членов в правой части равно числу стрелок, соединяющих рассматриваемое состояние с другим. При этом каждый член равен вероятности перехода из одного состояния в другое, а именно произведению интенсивности перехода (например, λ_{ij}) на вероятность того i-го состояния, из которого стрелка выходит. Знак произведения берется положительным, когда стрелка входит в рассматриваемое состояние.

Полученная система дифференциальных уравнений дополняется *нормированным условием*

$$\sum_{j=0}^{n} p_j(t) = 1, \tag{5.3}$$

где $P_j(t)$ – вероятность нахождения системы в j-м состоянии; n+1 – число возможных состояний.

Далее все множество состояний разбивается на два подмножества.

Тогда *функцию готовности* системы можно определить так:

$$G(t) = \sum_{j=0}^{n} p_j(t).$$

Если необходимо определить коэффициент готовности (или простоя), то рассматривают установившийся режим эксплуатации при $t \to \infty$.

В этом случае все производные $P'_j(t) = 0$ и система дифференциальных уравнений переходит в систему алгебраических уравнений.

Пример.

Вычислим коэффициент готовности системы, если коэффициент готовности каждого из n элементов системы соответственно равны $K_{Г1}$, $K_{Г2}, \ldots, K_{Гi}, \ldots, K_{Гn}$.

Считаем, что вся система отказывает, если отказал хотя бы один из ее элементов.

Необходимо рассмотреть все состояния системы. Для этого составляется граф состояний (см. рис. 5.4). Этот граф обозначает следующие состояния системы:

0 – все элементы работоспособны;

1 – первый элемент неработоспособен, остальные работоспособны;

2 – второй элемент неработоспособен, остальные работоспособны и т.д.

Вероятность появления одновременно двух неработоспособных элементов считаем пренебрежительно малой.

Символами обозначены:

$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ – интенсивности отказов;

$\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ – интенсивности восстановления.

По графу состояний составляем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{dp_1(t)}{dt} = \lambda_1 p_0 - \mu_1 p_1(t), \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = \lambda_2 p_0 - \mu_2 p_2(t), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{dp_n(t)}{dt} = \lambda_n p_0 - \mu_n p_n(t). \end{cases} \tag{5.4}$$

Сюда же добавляют *нормировочное условие* (5.3).

При установившемся режиме эксплуатации уравнения вида (5.4) примут вид

$$\begin{cases} \lambda_1 p_0 - \mu_1 p_1(t) = 0, \\ \lambda_2 p_0 - \mu_2 p_2(t) = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \lambda_n p_0 - \mu_n p_n(t) = 0. \end{cases} \tag{5.5}$$

Решив полученную систему алгебраических уравнений (5.5) с учетом нормировочного условия, получим

$$K_{\text{ГС}} = p_0 = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{n} \frac{\lambda_j}{\mu_j}}. \tag{5.6}$$

Вероятность нахождения системы в j-м состоянии

$$p_j(t) = \frac{\lambda_j}{\mu_j} \cdot p_0.$$

Зная формулу $K_{\Gamma} = \frac{\mu}{\mu+\lambda}$, имеем

$$\mu_j = \lambda_j \cdot \frac{K_{\Gamma j}}{1 - K_{\Gamma j}}. \tag{5.7}$$

Подставив в (5.6) выражение для μ_j из (5.7), получим

$$K_{\text{ГС}} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{1}{K_{\Gamma j} - 1} \right)}. \tag{5.8}$$

Пусть $K_{\Gamma 1} = 0{,}6$; $K_{\Gamma 2} = 0{,}7$; $K_{\Gamma 3} = 0{,}8$.

Подставив эти значения в (5.8), получим

$$K_{\Gamma C} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{0{,}6} - 1 \right) + \left(\frac{1}{0{,}7} - 1 \right) + (\frac{1}{0{,}8} - 1)} = 0{,}43.$$

5.4. Метод оценки надежности по графу возможных состояний систем

Метод оценки надежности по графу возможных состояний систем основан на методе дифференциальных уравнений, при котором приходится решать систему линейных алгебраических уравнений.

Структура определителей этой системы позволяет сформулировать правило нахождения выражений для ПН непосредственно по графу.

Такое правило для выражений стационарной вероятности нахождения системы в j-м состоянии состоит в следующем: проходят кратчайшие пути (без возвращения) из всех крайних состояний в каждое состояние системы по направлению стрелок и перемножают все интенсивности переходов. Каждая интенсивность перехода учитывается только один раз.

Вероятность нахождения в j-м состоянии для графов без колец определяется по формуле

$$p_j(t) = \frac{\Delta_j}{\sum_{i=0}^{K} \Delta_i},$$

где Δ_j, Δ_i – произведения интенсивностей переходов из всех кратчайших состояний соответственно в j-е и i-е при движении по кратчайшему пути в направлении стрелок; K – число состояний системы.

Кратчайшими считаются состояния, которые не имеют выходящих стрелок при невосстанавливаемой системе и имеют не более одной выходящей стрелки при восстанавливаемой системе.

Применяя это правило, мы можем получить формулу для коэффициента готовности системы $K_{ГС}$ без составления и решения дифференциальных уравнений.

Пример.

ТС состоит из трех узлов. Отказ любого узла – отказ ТС. Известны интенсивности отказов λ_1, λ_2, λ_3 и интенсивности восстановлений μ_1, μ_2, μ_3 узлов ТС. Определить $K_{ГС}$.

Решение.

Описание системы, а следовательно, и ее граф аналогичен графу на рис. 5.4. Изобразим граф ТС согласно условию задачи (рис. 5.5).

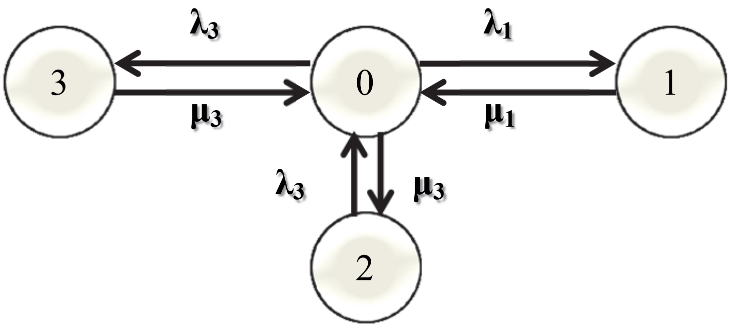


Рис. 5.5. Граф состояний ТС

Используя изложенное ранее правило, определяем по графу (см. рис. 5.5) коэффициент готовности ТС:

$$K_{ГС} = p_C - \frac{\Delta_0}{\Delta_0 + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3}, \quad (5.9)$$

где $\Delta_0 = \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3$; $\Delta_1 = \lambda_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3$; $\Delta_2 = \mu_1 \cdot \lambda_2 \cdot \mu_3$; $\Delta_3 = \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \lambda_3$.

Подставляя λ_i и μ_i в (5.9) окончательно получим

$$K_{ГС} = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3}{\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 + \lambda_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 + \mu_1 \cdot \lambda_2 \cdot \mu_3 + \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \lambda_3} =$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} + \frac{\lambda_3}{\mu_3}}.$$

Для нестационарного состояния находят выражения вероятности нахождения в рассматриваемом состоянии.

5.5. Расчет потерь производительности систем из-за ненадежности элементов

Обычно в этом случае находят *средние потери в единицу времени* как математическое ожидание потерь выходного эффекта в единицу времени:

$$\bar{W} = \overline{Э_0} - \sum_{v=0}^{S} \overline{Э_v}\, h_v,$$

где $\overline{Э_0}$ – средний выходной эффект в единицу времени для полностью работоспособной абсолютно надежной (идеальной) системы; h_v – вероятность нахождения системы в v-м состоянии (или доля времени нахождения системы в v-м состоянии); S – число возможных состояний системы.

Иногда удобнее вычислять относительные средние потери из-за ненадежности

$$\frac{\bar{W}}{\overline{Э_0}} = \left(1 - \sum_{v=0}^{S} \varepsilon_v h_v\right) \cdot 100\ \%, \tag{5.10}$$

где $\varepsilon_v = \frac{\overline{Э_v}}{\overline{Э_0}}$ – коэффициент снижения эффекта в ν-м состоянии.

Основные трудности возникают при определении вероятностей нахождения системы в различных состояниях. Поэтому в результате предварительного анализа необходимо сформулировать некоторое правило (допущения) и придерживаться его в ходе расчета.

Наиболее целесообразными являются следующие *допущения*:

1. Возможны $(n + 1)$ состояния системы. Одно состояние соответствует работоспособности всех элементов. Остальные состояния соответствуют неработоспособности одного из n элементов. Выходной эффект соответствует только для одного состояния – при работоспособности всех элементов («схема одного состояния»).

2. Схема аналогична предыдущей, только при отказе одного элемента возникает ν-е состояние, которому соответствует выходной эффект $э_v$ («схема одного отказа»).

3. Возможны лишь такие состояния системы, при которых не более двух ее элементов неработоспособны: «схема двух отказов». Общее число состояний $n + 1 + C_n^2$.

4. Доли времени нахождения системы в других, кроме указанных выше, состояниях считаются пренебрежительно малыми.

Расчеты потерь производительности системы из-за ненадежности элементов целесообразно проводить, переходя последовательно от схемы одного состояния к схемам одного, двух и так далее отказов элементов.

При «схеме одного состояния» коэффициент эффективности для этого состояния $\varepsilon_v = 1$, для остальных состояний $\varepsilon = 0$. При этом относительные средние потери вычисляются по формуле

$$\frac{\bar{W}}{Э_0} = 1 - h_0,$$

где h_0 – вероятность того, что все элементы работоспособны.

Вероятность h_0 вычисляется по значениям коэффициентов готовности всех j-х элементов $K_{Гj}$ или по формуле (5.6).

При схеме «одного отказа» вычисляются вероятности нахождения системы в каждом ν-м из $(n + 1)$ состояний по формуле

$$h_v = h = \frac{\lambda_j}{\mu_j} \cdot h_0 = \frac{\lambda_j}{\mu_j} \cdot \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{n} \frac{\lambda_j}{\mu_j}}.$$

При этом

$$\frac{\bar{W}}{Э_0} = 1 - h_0 - \sum_{j=1}^{n} \varepsilon_j h_j = 1 - h_0 \left(1 + \sum_{j=1}^{n} \varepsilon_j \cdot \frac{\lambda_j}{\mu_j}\right).$$

Увеличение относительной производительности системы при расчете по схеме одного отказа может быть грубо оценено по формуле

$$\sum_{j=1}^{n} \varepsilon_j \cdot \frac{\lambda_j}{\mu_j} \approx n\varepsilon_{\text{ср}1} \left(\frac{\lambda_j}{\mu_j}\right)_{\text{ср}} = z_1,$$

где $\varepsilon_{\text{ср}1}$ – ориентировочная оценка среднего коэффициента эффекта для состояния системы, в которой не работает один элемент (остальные $(n$-$1)$ работают); $\left(\frac{\lambda_j}{\mu_j}\right)_{\text{ср}}$ – среднее значение отношения λ_j/μ_i для элементов системы.

При расчете по «схеме двух отказов» вычисления сильно усложняются из-за резкого увеличения числа рассматриваемых состояний. Поэтому часто приходится применять ЭВМ. Последовательность вычисления та же: по графу вычисляют средние потери по формуле (5.10).

Чтобы решить вопрос о целесообразности расчета по «схеме двух отказов» перепишем формулу (5.10) в виде

$$\frac{\bar{W}}{Э_0} = 1 - h_0 - \sum_{j=1}^{n} \varepsilon_j h_j - \sum_{v=n+1}^{S} \varepsilon_v h_v\,, \tag{5.11}$$

где $S = C_n^1 + C_n^2 = n + \frac{1}{2} n \cdot (n - 1)$.

В выражении (5.11) первая сумма характеризует производительность системы при одном отказе, а вторая – при двух.

Контрольные вопросы:

1. Для каких законов распределения времени БР используются методы интегральных и дифференциальных уравнений при расчете надежности ТС?
2. Проанализируйте достоинства и недостатки метода дифференциальных уравнений и метода расчета надежности по графу возможных состояний ТС.
3. Покажите (доказательно), почему при использовании метода оценки надежности по графу возможных состояний ТС нет необходимости в составлении и решении системы алгебраических уравнений.
4. Проведите сравнительный анализ достоинств и недостатков всех трех рассмотренных методов расчета надежности ТС.

6. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ

6.1. Обеспечение надежности средств технических систем

Рассмотренные в предыдущих разделах вопросы позволяют выделить основные направления работ по повышению и обеспечению надежности ТС. При этом можно выделить четыре группы мероприятий по повышению надежности технических систем при их проектировании (рис. 6.1).

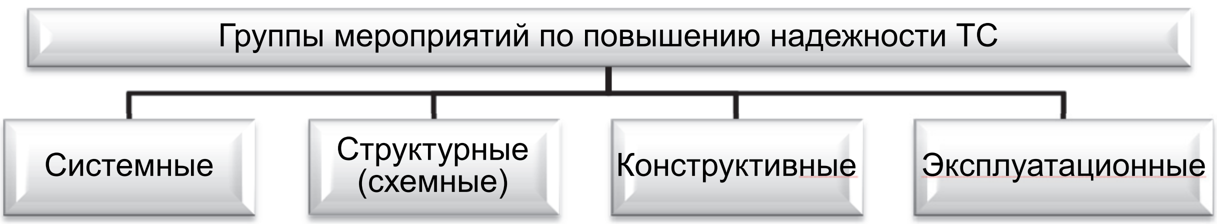


Рис. 6.1. Мероприятия по повышению надежности

1. <u>К системным методам</u> относятся организационно-экономические мероприятия по стимулированию повышения надежности и ряд технических мероприятий по обеспечению надежности и долговечности ТС [12].

Одним из путей стимулирования повышения надежности является *включение в стоимость ТС затрат на гарантийные ремонт и обслуживание*. При этом разработчик учитывает, что при повышении надежности уменьшаются затраты на гарантийный ремонт и обслуживание, т.е. прибыль становится наибольшей при определенном значении показателя надежности, превышающем максимально допустимый уровень. В этом случае разработчики и изготовители ТС стремятся узнать этот уровень и достигнуть его.

Следовательно, *стимулируются точные оценки надежности и ее повышение*. Другим путем стимулирования повышения надежности является *планирование расходов на весь срок службы проектируемой* ТС.

Технические мероприятия по оформлению показателей надежности проектируемых ТС необходимы при любой системе взаимоотношений заказчика и разработчика. К техническим мероприятиям относятся учет внешних воздействий на проектируемые технические средства (рис. 6.2).

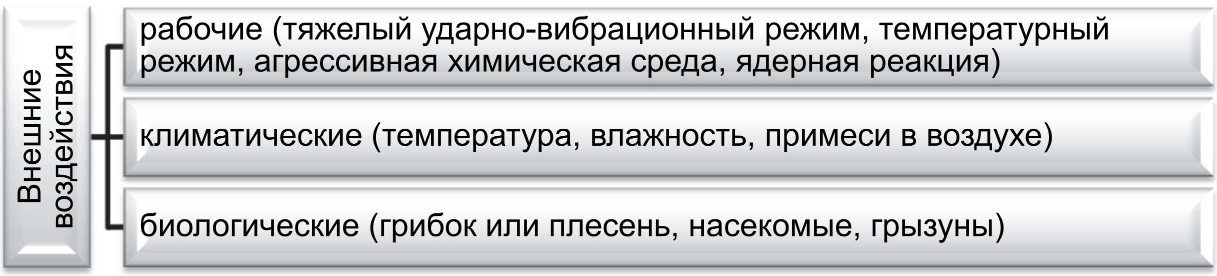


Рис. 6.2. Учет внешних воздействий при повышении надежности

2. Структурные (схемные) методы объединяют мероприятия по повышению надежности ТС путем совершенствования принципов их построения.

Эти методы отличаются большим разнообразием и интенсивно развиваются. К ним относятся, например, варианты построения ТС, нечувствительных к появлению отказов, за счет введения избыточных аппаратурных и программных средств. При этом могут использоваться и аппаратные (например, резервированные), и программные (например, сравнение результатов избыточных вычислений) средства. В ряде случаев также могут применяться и аппаратно-программные средства обнаружения отказов элементов и восстановления ТС. Более подробно структурные (схемные) методы повышения надежности будут рассмотрены в дальнейшем.

3. К конструктивным методам относятся мероприятия по созданию или подбору элементов, узлов или блоков ТС, созданию благоприятных режимов работы, принятию мер по облегчению ремонтов и т.д. При этом обычно оказываются более надежными те элементы, узлы или блоки ТС, которые не имеют перемещающихся деталей, тонких обмоток, накаливаемых нитей и т.п.

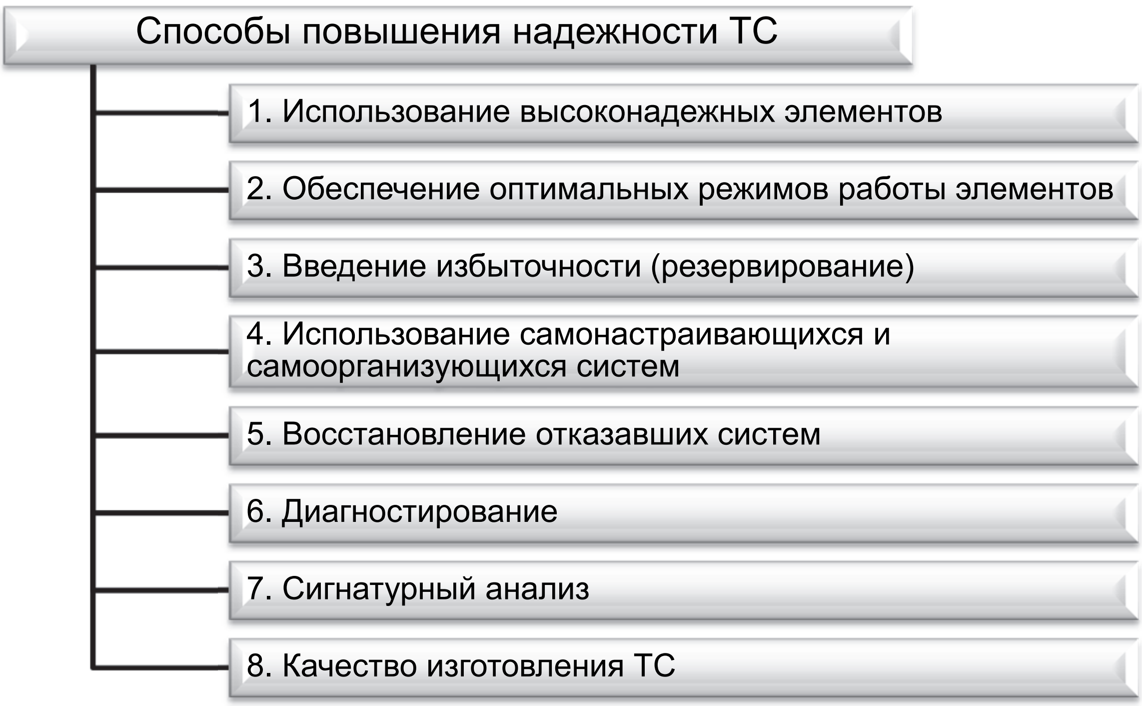
Время устранения отказа можно существенно уменьшить путем построения ТС по блочно-узловому способу. При этом все ТС разбиваются на отдельные функционально законченные блоки, которые в электронных системах соединяются между собой кабелями, а в механических – связываются кинематически. Блоки в свою очередь разбиваются на функционально законченные узлы, выполняемые в виде легкосъемных конструкций. При таком построении ТС восстановление состоит в замене вышедших из строя блоков или узлов, что значительно ускоряет процесс ввода ТС в строй. Осуществление блочно-узловых конструкций тесно связано с унификацией элементов и систем, которая производится на основе отбора наиболее надежных вариантов. При этом не только повышается надежность ТС, но и снижается их стоимость, упрощается изготовление. В ряде случаев удается создать очень сложные системы из элементов всего двух-трех типов.

4. Планирование эксплуатационных мероприятий на стадии проектирования ТС состоит в разработке системы эксплуатационного обеспечения. Проектирование ТС при этом должно осуществляться в соответствии с номенклатурой работ по техническому обслуживанию.

Например, для планирования периодического регулирования определяющих параметров ТС необходимо предусмотреть возможность контроля и прогнозирования значений этих параметров и т.д.

Безусловно, структурные (схемные) и конструктивные методы повышения надежности являются основными для обеспечения соответствующего уровня надежности разрабатываемых ТС.

Способы повышения надежности ТС приведены на рис. 6.3.



6.3. Способы повышения надежности ТС

1. Использование высоконадежных элементов. При проектировании ТС необходимо особое внимание уделять подбору стандартизированных и унифицированных элементов, использование которых значительно повышает надежность, т.к. эти элементы отработаны наилучшим образом в схемном, конструктивном и технологическом отношении.

2. Обеспечение оптимальных режимов работы элементов. Опыт эксплуатации элементов показывает, что оптимальные значения коэффициента нагрузки, при которых интенсивность внезапных отказов наименьшая, находятся в пределах от 0,2 до 0,4. Кроме того, установлено, что при этих же значениях коэффициента нагрузки параметры элементов медленнее отклоняются от номинальных. При этом большое значение имеет выбор коэффициента нагрузки по тепловому, механическому и радиационному режимам. Указанные режимы в большой мере зависят от конструкции устройств, а также от принятых технических решений. Естественно, это должно учитываться в процессе проектирования.

3. Введение избыточности (резервирование). Опыт использования различных методов резервирования в ТС показывает, что *постоянное резервирование* может использоваться по отношению к отдельным элементам или схемам. Для сложных ТС обычно применяется *резервирование замещением*, которое также используется и для отдельных устройств. Часто, например в САУ и АСУ, используются *мажоритарное резервирование* и *самокорректирующие коды*.

Временное резервирование широко применяется в средствах вычислительной техники. Его конкретная реализация, например, осуществляется способом двойного – тройного счета. Например, определенная задача решается дважды, и сравниваются полученные результаты. Совпадение результатов означает, что отказы и сбои отсутствуют и можно переходить к решению следующих задач. В случае несовпадения результатов, что означает отказ или сбой в работе устройства, необходимо решение повторить.

Временное резервирование используется также при тестовом контроле, т.е. периодическом решении специальных задач с известными ответами. Очевидно, что в этом случае на основании сравнения полученного результата с известным можно судить о работоспособности устройства. Причем чем больше времени выделяется на тестовый контроль и чем чаще он проводится, тем с большей достоверностью можно судить о работоспособности контролируемого устройства.

4. Использование самонастраивающихся и самоорганизующихся систем. Особенно важным является принцип самоорганизации. Для его реализации создаются, например, такие САУ и АСУ, которые способны изменять свою структуру в процессе функционирования. Перестройка структуры осуществляется таким образом, чтобы обеспечить с помощью сохранивших работоспособность звеньев системы требуемое качество

регулируемого процесса. Это приводит к необходимости учета при проектировании систем влияния параметров отдельных звеньев на соответствующие показатели исследуемой системы.

5. Восстановление отказавших систем. Это эффективный метод повышения надежности. Здесь основным вопросом является обнаружение факта отказа и поиск отказавших элементов. Такая задача может быть решена с помощью диагностирования ТС, например, при использовании автоматизированных систем контроля, где в качестве основного центрального звена применяется ЭВМ, обеспечивающая проверку большого числа контрольных точек в течение небольшого промежутка времени.

6. Диагностирование. Свои особенности при этом имеет диагностирование устройств вычислительной техники. Здесь широкое применение находят методы диагностирования, основанные на использовании различных логических соотношений, информационного и алгоритмического резерва.

7. Сигнатурный анализ. В настоящее время в средствах вычислительной техники все шире используется сигнатурный анализ, который основан на сжатии информации и представлении ее массивов в виде их специальных образов – *сигнатур*. Анализ сигнатур при обработке различных массивов информации позволяет сделать выводы о работоспособности устройств. Кроме того, время восстановления существенно сокращается за счет обеспечения доступности всех узлов ТС для осмотра, т.е. определяется ремонтопригодностью разрабатываемых конструкций.

8. Качество изготовления ТС. Большое значение для обеспечения надежности, как уже неоднократно указывалось, имеет качество изготовления ТС, которое определяется технологической дисциплиной, организацией контроля на всех стадиях проектирования, производства, проведения испытаний и качеством комплектующих и материалов. Здесь также имеют большое значение качество эксплуатации, принятая система технического обслуживания, обеспечение комплектами запасных частей и их пополнение, подготовленность обслуживающего персонала и ряд других факторов.

Анализ надежности ТС показывает, что примерно:

- от 40 до 45 % всех отказов возникает в аппаратуре из-за ошибок на этапе проектирования;
- 20 % – из-за ошибок, допущенных при производстве;
- 30 % – из-за неправильной эксплуатации;
- от 5 до 10 % – из-за естественного износа и старения.

Таким образом, как видно из изложенного материала, существует достаточно большое количество направлений повышения надежности ТС и их составных частей.

Однако из всех перечисленных выше направлений и путей необходимо подчеркнуть важность, а также определенную специфику методов *резервирования*, которые рассмотрим более подробно.

6.2. Основные понятия, определения и классификация методов резервированных технических систем

Резервированием называют метод повышения надежности ТС за счет введения избыточности. Под *избыточностью* понимают дополнительные средства и возможности сверх минимально необходимых для выполнения ТС заданных функций.

Таким образом, задачей введения избыточности является обеспечение нормального функционирования ТС после возникновения отказов в ее элементах.

Существует три основных вида резервирования (рис. 6.4).

Рис. 6.4. Виды резервирования

Структурное резервирование (или аппаратное) предусматривает использование избыточных элементов ТС.

Суть такого вида резервирования заключается в том, что в минимально необходимый вариант системы, элементы которой называют основными, вводятся дополнительные элементы, узлы, устройства либо даже вместо одной системы предусматривается использование нескольких идентичных систем.

При этом избыточные резервные структурные элементы, узлы, устройства предназначены для выполнения рабочих функций при отказе соответствующих основных элементов, узлов и устройств.

Информационное резервирование предусматривает использование избыточной информации.

Простейшим примером реализации такого вида резервирования является многократная передача одного и того же сообщения по каналу связи.

В качестве другого примера можно привести использование специальных кодов, обнаруживающих и исправляющих ошибки (коды с повторением и инверсией, циклический код, код Хемминга и т.д.), которые появляются в результате сбоев и отказов аппаратуры.

Здесь следует заметить, что использование информационного резервирования влечет за собой также необходимость введения избыточных элементов.

Временное резервирование предусматривает использование избыточного времени. В случае применения этого вида резервирования предполагается возможность возобновления функционирования ТС после того, как оно было прервано в результате отказа, путем его восстановления.

При этом также предполагается, что на выполнение ТС необходимой работы отводится время, заведомо большее минимально необходимого.

Перечисленные виды резервирования могут быть применены либо к ТС в целом, либо к отдельным их элементам или к группам таких элементов. В первом случае резервирование называется *общим*, во втором – *раздельным*.

Наиболее широкое распространение в настоящее время получило *структурное резервирование*. ТС с использованием этого вида резервирования могут классифицироваться по различным признакам (рис. 6.5).

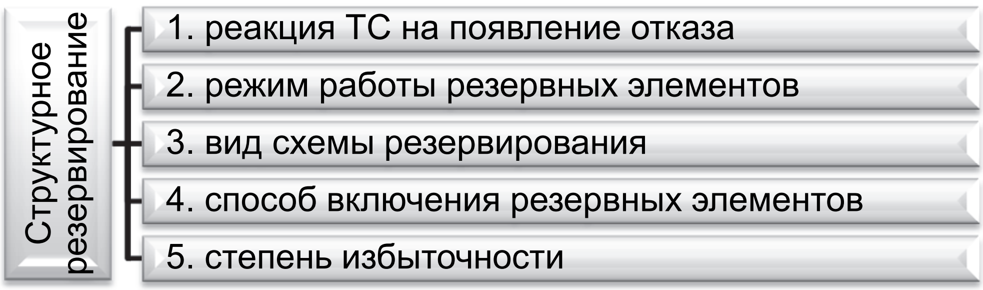


Рис. 6.5. Классификация структурного резервирования

1. В первую очередь различные резервированные ТС отличаются друг от друга реакцией на появление отказов, т.е. своими «динамическими» свойствами (рис. 6.6).

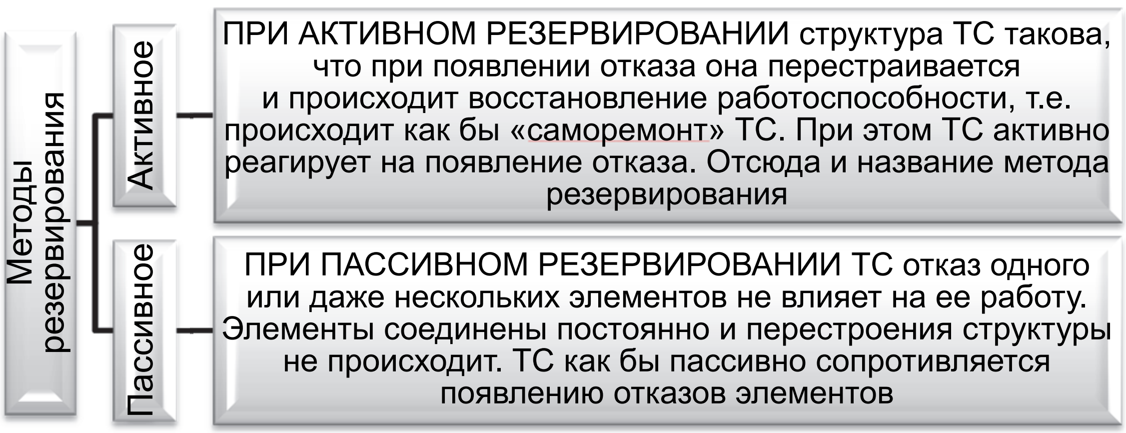


Рис. 6.6. Виды структурного резервирования по реакции на появление отказа

2. Как при активном, так и при пассивном методах резервирования большое значение имеют режимы работы резерва. Однако если в первом случае для расчета важно знать нагрузку на резервные элементы до появления отказа, то во втором случае – после появления отказа. По этому классификационному признаку для *активного резервирования* различают резервы, представленные на рис. 6.7.

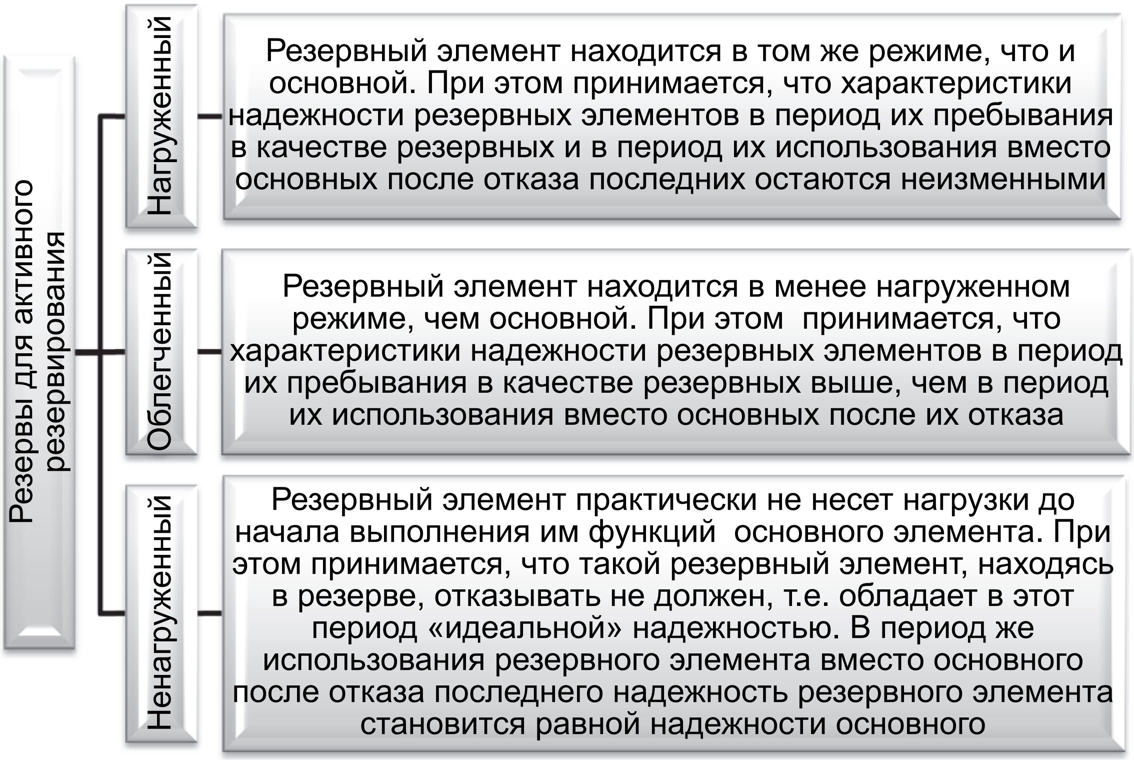


Рис. 6.7. Виды структурного активного резервирования

При отказе хотя бы одного их элементов ТС *с пассивным резервированием* может изменяться нагрузка, воспринимаемая элементами, оставшимися работоспособными. Именно поэтому в ТС с пассивным резервированием большое значение имеют условия работы элементов после появления отказа, т.е. стабильность нагрузки на элементы, оставшиеся работоспособными. По этому признаку различают три вида ТС *с пассивным резервированием* (рис. 6.8).

При пассивном резервировании наибольший выигрыш в надежности достигается в ТС с неизменной нагрузкой, наименьший – с резервированием по нагрузке.

Здесь следует подчеркнуть, что в ТС с *активным резервированием* происходит нарушение работы объекта на время с момента отказа основного элемента до момента включения резервного.

Рис. 6.8. Виды структурного пассивного резервирования

Таким образом, если такой перерыв в работе ТС принципиально недопустим, то, следовательно, метод *пассивного резервирования* является единственно возможным. И это один из самых существенных моментов, на который разработчик ТС должен обратить свое внимание при выборе между активным и пассивным методами резервирования.

3. Оба рассмотренных выше метода реализуются по различным схемам резервирования. Принципиального различия между видами схем резерва нет. Однако при этом все же различают следующие виды резервирования, представленные на рис. 6.9.

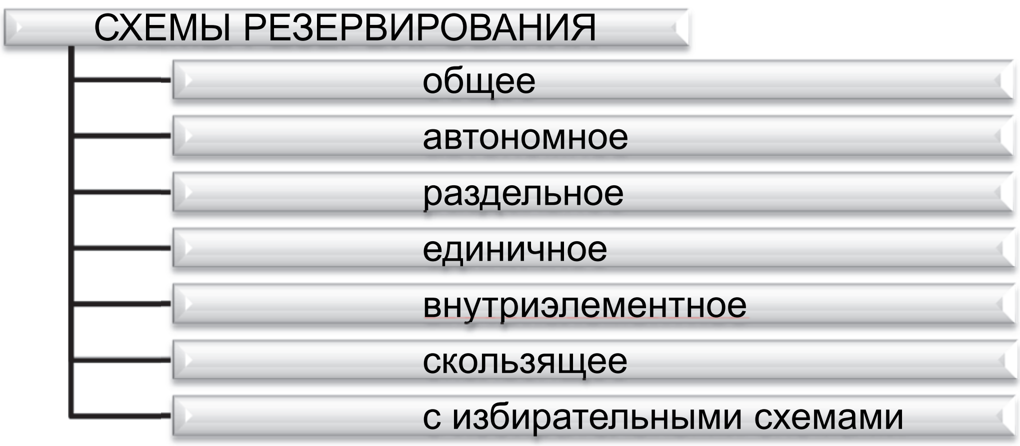


Рис. 6.9. Виды структурного резервирования по различным схемам

Общее резервирование состоит в резервировании ТС в целом, и благодаря своей простоте этот способ наиболее известен (рис. 6.10).

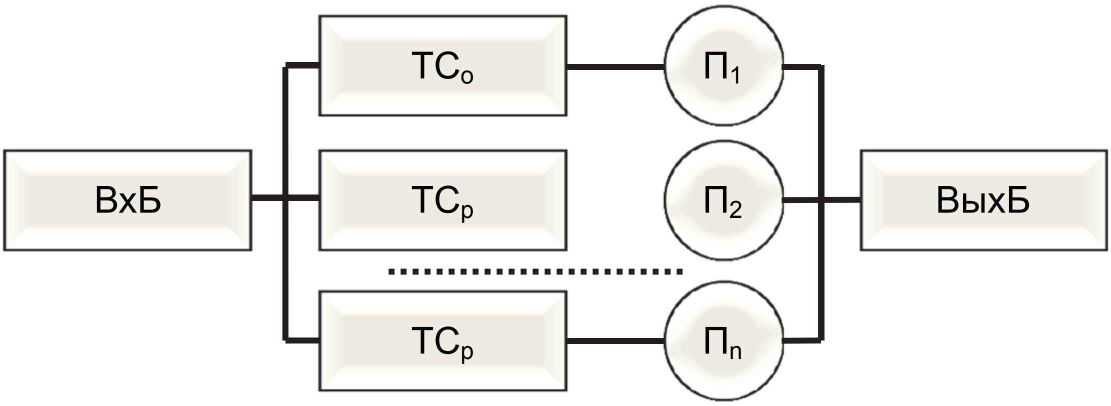


Рис. 6.10. Структуры общего активного резервирования:
ВхБ – входной блок; $ТС_о$ – основные ТС; $ТС_р$ – резервные ТС;
$П_i$ – переключатели; ВыхБ – выходной блок

Автономное резервирование – один из вариантов общего. Оно состоит в применении нескольких независимых объектов, выполняющих одну и ту же задачу.

Каждый из этих объектов имеет свой вход и выход и, обычно, независимые источники питания. Примером объектов с автономным резервированием может служить совокупность устройств телеизмерения, выполняющих одну и ту же задачу, если каждое устройство имеет свои входные датчики, записывающие (выходные) блоки и источники питания.

Автономное резервирование обычно применяется при проведении ответственных экспериментов в системах ответственного назначения. При этом автономное резервирование (рис. 6.11) всегда является *пассивным*.

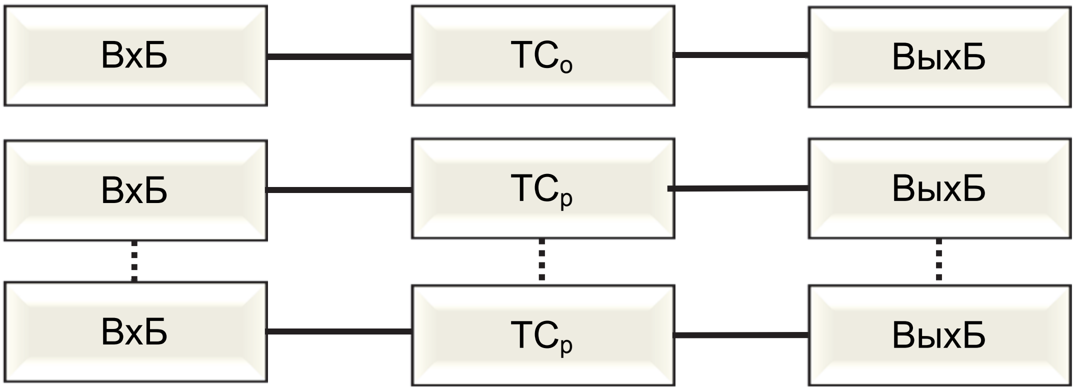


Рис. 6.11. Структуры общего автономного резервирования:
ВхБ – входной блок; $ТС_о$ – основные ТС; $ТС_р$ – резервные ТС;
$П_i$ – переключатели; ВыхБ – выходной блок

Раздельное резервирование состоит в резервировании ТС по отдельным элементам или их группам (участкам). ТС с активным общим резервированием можно считать частным случаем ТС с раздельным резервированием при одном участке резервирования.

Единичное резервирование состоит в замене элементов ТС элементарными резервированными схемами (обычно пассивными). В сложных ТС очень трудно найти рациональную схему раздельного резервирования.

Кроме того, схемы резервирования различных ТС каждый раз приходится проектировать заново, что требует иногда довольно значительных материальных затрат и времени. Поэтому единичное резервирование, при котором простейшие схемы резерва типовых элементов могут выполняться в виде готовых блоков (ячеек), часто оказывается удобным из-за простоты построения сложных резервированных ТС.

При единичном резервировании не нужно составлять специальных схем, а можно просто ставить на место каждого элемента в функциональной схеме ТС его аналог – типовую резервированную ячейку.

Внутриэлементное резервирование состоит в резервировании внутренних связей элемента. Если при единичном резервировании используются схемы из существующих элементов (ячейки), то применение внутриэлементного резервирования связано с изменением конструкции элемента. Примером использования внутриэлементного резервирования может служить так называемый релер – резервированное реле.

Скользящее резервирование применяется в ТС с большим количеством одинаковых элементов. Оно состоит в том, что используется небольшое число резервных элементов, которые могут подключаться взамен любого из отказавших элементов основной ТС.

При *резервировании с избирательной схемой* сравниваются сигналы на выходе нечетного числа параллельно работающих устройств и во внешнюю цепь выдается сигнал, имеющийся на выходе большинства устройств.

Избирательные схемы применяются в тех случаях, когда трудно установить, отказали или нет отдельные устройства.

4. <u>По способу включения резервных элементов</u> все рассмотренные выше схемы резервирования разделяются, как показано на рис. 6.12.

5. Еще одним классификационным признаком резервированных ТС является <u>степень избыточности</u> (рис. 6.13), которая характеризуется кратностью резервирования.

Кратность резервирования – это отношение числа резервных элементов к числу резервируемых или основных элементов ТС. Резервирование, кратность которого равна единице, называется *дублированием*.

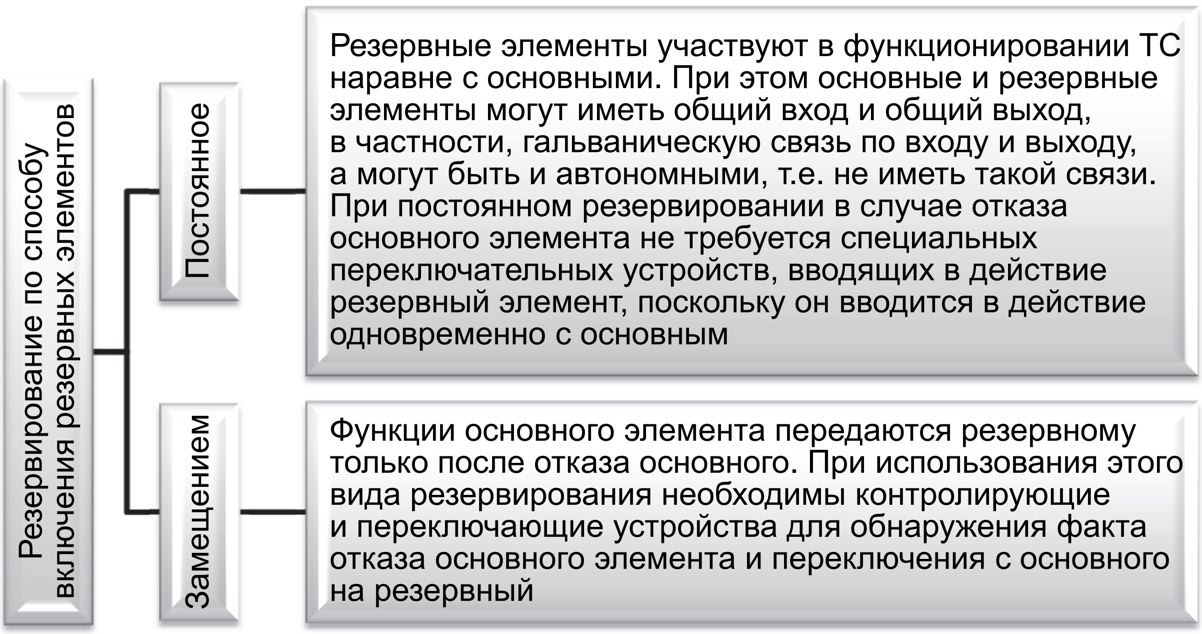


Рис. 6.12. Виды структурного резервирования
по способу включения резервных элементов

Следует отметить, что надежность ТС в значительной степени определяется применением резервирования с восстановлением или без него. Резервирование, при котором работоспособность любого основного и резервного элементов ТС в случае возникновения отказов подлежит восстановлению в процессе эксплуатации системы, *называется резервированием с восстановлением.* В противном случае имеет место *резервирование без восстановления.*

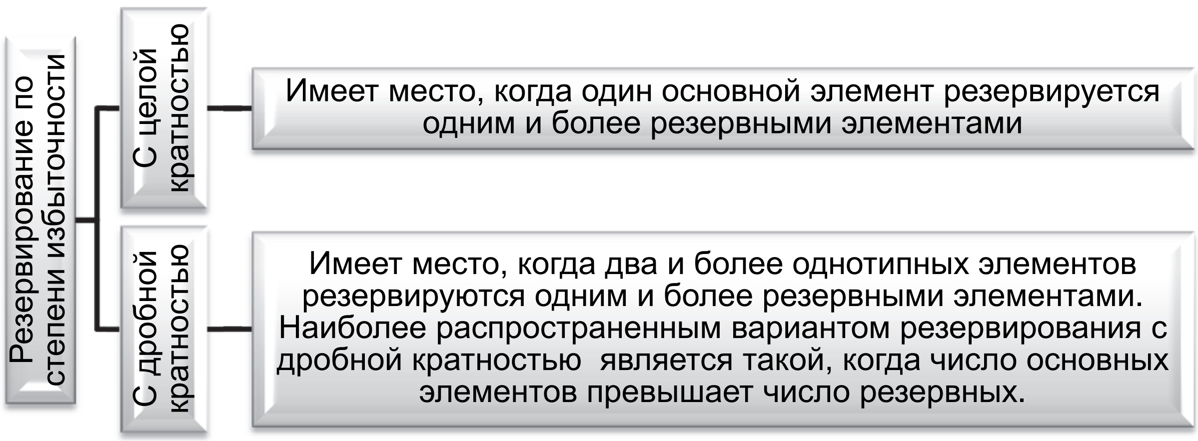


Рис. 6.13. Виды структурного резервирования по степени избыточности

Общая схема классификации резервированных ТС приведена на рис. 6.14.

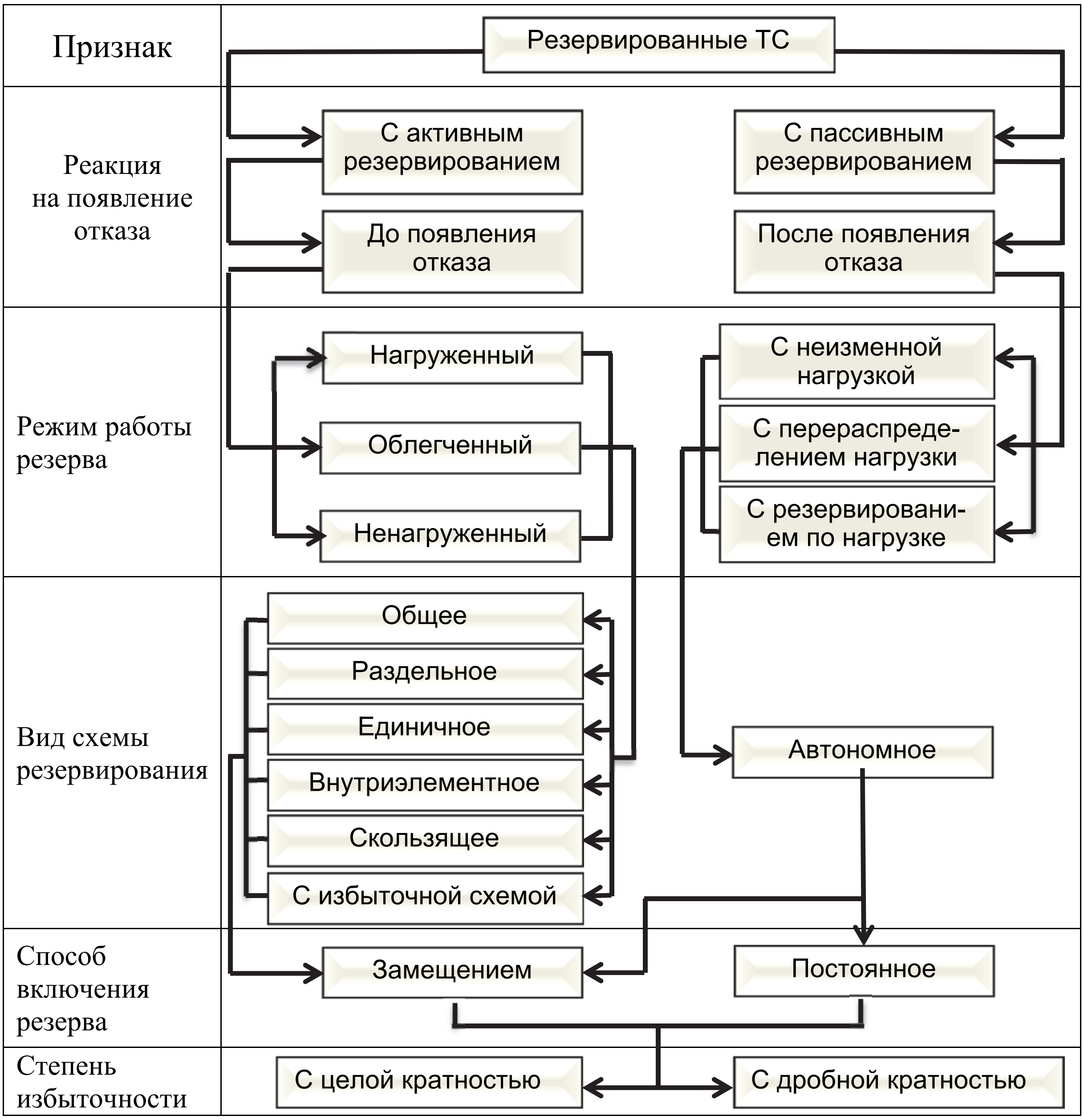


Рис. 6.14. Классификация резервированных ТС

6.3. Расчет надежности технических систем при структурном резервировании

Как известно, при проектировании ТС разработчик реализует в аппаратуре возможность выполнения проектируемой системой набора функций, предусмотренных техническим заданием (ТЗ).

При этом очевидно, что реализация этих функций ограничена значениями основных критериев, заложенных в ТЗ: точностью, производительностью, надежностью, стоимостью и т.д.

Таким образом, на каждом этапе проектирования ТС необходим расчет значений этих критериев на предмет их соответствия заданным значениям в ТЗ.

В частности, для расчета надежности проектируемых ТС при использовании структурного резервирования обычно составляется расчетно-логическая схема резервированной системы. В большинстве случаев элементы ТС в этой схеме имеют параллельно-последовательное соединение.

В цепочке последовательно соединенных элементов отказ хотя бы одного из них приводит к выходу из строя всей цепочки.

В резервированной группе параллельно соединенных элементов допускается выход из строя определенного числа элементов (в зависимости от кратности резервирования) без нарушения функционирования группы в целом. Примером расчетно-логической схемы могут служить структуры, представленные на рис. 6.10, 6.11.

Перед тем как переходить к рассмотрению методов расчета показателей надежности ТС со структурным резервированием необходимо сделать ряд замечаний:

1. Расчет надежности для схем *общего резервирования* (см. рис. 6.10) можно осуществлять по расчетно-логической схеме одного резервированного элемента путем замены последовательно соединенных элементов (блоков, устройств, узлов) эквивалентными элементами, ПН которых находятся по формулам

$$p(t) = \prod_{i=1}^{K} p_i(t), \tag{6.1}$$

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^{K} \lambda_i(t),$$

где $P_i(t)$, $\lambda_i(t)$ – соответственно вероятность безотказной работы и интенсивность отказов i-го элемента; K – число последовательно соединенных элементов.

2. Для получения показателей надежности ТС в целом *при раздельном резервировании* достаточно определить показатели надежности резервируемого элемента (блока, устройства, узла). В этом случае ПН всей ТС получают путем применения расчетных формул для основного соединения, в котором в качестве элементов выступают резервированные группы элементов.

3. В дальнейшем изложении многие расчетные формулы будут получены в предположении, что случайное время до отказа элемента распределено по *экспоненциальному закону*. Следует подчеркнуть, что это предположение многократно подтверждалось экспериментальным путем в аппаратуре автоматики, построенной на элементах электроники и электротехники. В тех же случаях, когда фактическое распределение времени до отказа отличается от экспоненциального закона, его использование дает обычно заниженные оценки, т.е. нижние границы надежности аппаратуры.

4. Надежность резервированных ТС, особенно восстанавливаемых, в большой степени зависит от надежности аппаратуры встроенного контроля. Действительно, аппаратура контроля предназначена для определения факта отказа основной аппаратуры и выдачи команды устройству переключения к переходу на резервную аппаратуру. Кроме того, аппаратура контроля служит также для локализации места неисправности. При расчетах надежности резервирования ТС надежность аппаратуры встроенного контроля может быть приближенно учтена путем включения в расчетно-логическую схему последовательно с резервированной группой элемента, соответствующего аппаратуре встроенного контроля.

6.3.1. Общее резервирование с постоянно включенным резервом и целой кратностью

Расчетно-логическая схема для постоянного включения резерва представлена на рис. 6.15.

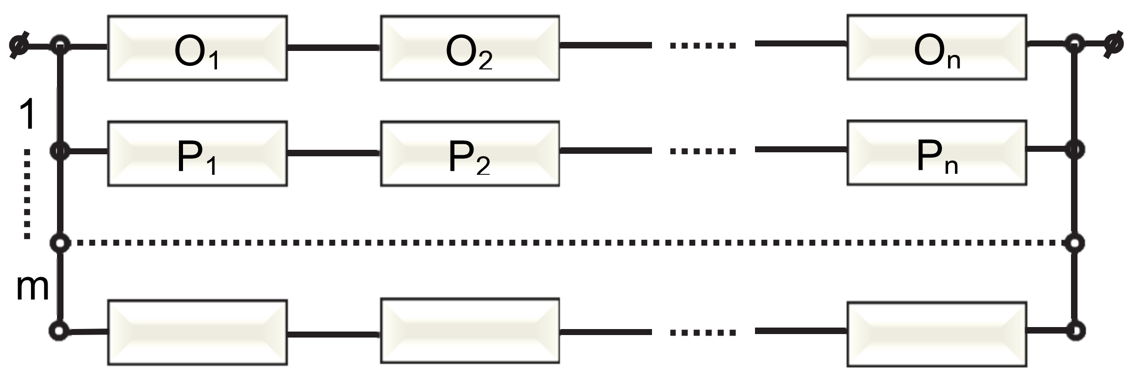


Рис. 6.15. Общее резервирование с постоянно включенным резервом

На рис. 6.15. основная цепь состоит из n элементов $O_1, O_2,\ldots, O_n$.

Каждая из m резервированных цепей включает в себя также n элементов $P_1, P_2,\ldots, P_n$.

Для простоты рассуждений будем считать, что основная и резервные цепи имеют одинаковую надежность. Кратность такой схемы резервирования равна m.

Следовательно, данная схема соответствует случаю, когда отказ ТС наступает при отказе всех $(m + 1)$ цепей как основной, так и резервных.

Будем считать также, что основная и резервная цепи включаются в работу одновременно (нагруженный резерв), но используется лишь одна цепь – основная. При отказе основной цепи ее функции без всякого перерыва начинает выполнять одна из резервных.

В этом случае *вероятность БР* резервированной ТС будет определяться по следующей формуле:

$$p_{\text{ТС}}(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} p_i(t)\right]^{m+1}, \tag{6.2}$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i-го элемента в течение времени t; n – число элементов основной или любой резервной цепи; m – кратность резервирования.

Если время до отказа каждой цепи резервированной ТС распределено по экспоненциальному закону, то в этом случае имеем для *вероятности безотказной работы*

$$p_{\text{ТС}}(t) = 1 - \left[1 - e^{-\lambda_0 t}\right]^{m+1}. \tag{6.3}$$

Средняя наработка на отказ для экспоненциального распределения будет равна

$$T_{\text{ТС}_{\text{ср}}} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{i+1} = T_{\text{ср}_0}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{i+1}, \tag{6.4}$$

где $\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n}\lambda_i$ – интенсивность отказов основной цепи или любой из резервных; $T_{\text{ТСср}}$ – средняя наработка до отказа основной цепи или любой из резервных.

6.3.2. Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом и целой кратностью

Расчетно-логическая схема для такого типа резервирования представлена на рис. 6.16.

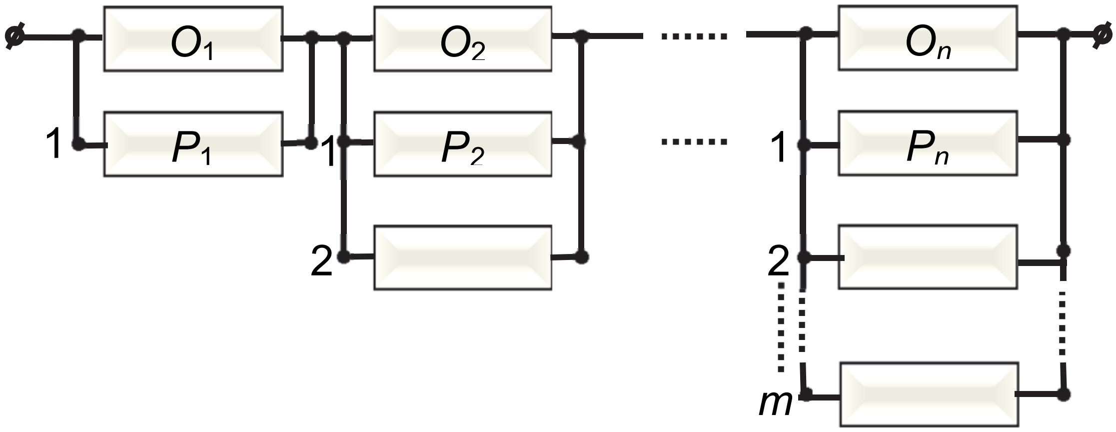


Рис. 6.16 Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом

При раздельном резервировании каждый элемент основной цепи O_i имеет свои резервные элементы P_i и соответственно свою кратность резервирования m_i (см. рис. 6.16).

В частном случае кратность резервирования может быть и одинаковой для всех основных элементов. Следовательно, при расчете надежности таких резервированных ТС в случае нагруженного резерва можно использовать формулы (6.2) – (6.4) для элементов основной цепи, а затем, используя выражение (6.1), определять показатели надежности ТС в целом.

С учетом изложенного, *вероятность безотказной работы* ТС с раздельным резервированием будет определяться так:

$$p_{\text{ТС}}(t) = \prod_{i=1}^{n} \{1 - [1 - p_i(t)]^{m+1}\}.$$

При *экспоненциальном распределении* вероятность безотказной работы ТС будет равна

$$p_{\text{ТС}}(t) = \prod_{i=1}^{n} \left\{1 - \left[1 - e^{-\lambda_0 t}\right]^{m_i+1}\right\}.$$

В частном случае при *равной надежности основных и резервных элементов*, а также *одинаковой кратности резервирования* получим

$$p_{\text{ТС}}(t) = \{1 - [1 - p_i(t)]^{m+1}\}^{n}.$$

Средняя наработка на отказ при этом

$$T_{\text{ТС}_{\text{ср}}} = \int\limits_0^\infty p_{\text{ТС}}(t)dt = \frac{(n-1)!}{\lambda(m+1)} \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{V_i(V_i+1)\dots(V_i+n+1)},$$

где $V_i = \frac{i+1}{m+1}$.

6.3.3. Общее и раздельное резервирование замещением и целой кратностью

В случае отказа основной цепи (или элемента) вручную или автоматически с помощью специального переключателя в схему ТС включаются резервные цепи (или элементы).

Отказ резервированной ТС при этом наступает после отказа последней резервной цепи (или элемента). Если предположить наличие «идеального» («абсолютно надежного») переключателя, то расчет *вероятности безотказной работы* ТС можно произвести по следующей рекуррентной формуле:

$$p_{m+1}(t) = p_m(t) + \int\limits_0^t p(t-\tau)a_m(\tau)d\tau, \qquad (6.5)$$

где $p_{m+1}(t)$, $p_m(t)$ – вероятность БР резервированной ТС кратностью $(m + 1)$ и m соответственно; $p(t–\tau)$ – вероятность БР основной цепи (или элемента) ТС в течение времени $(t–\tau)$; $a_m(\tau)$ – частота отказов резервированной ТС кратностью m в момент времени τ.

Рекуррентная формула (6.5) позволяет получать расчетные соотношения для ТС любой кратности резервирования.

При этом для получения формул расчета надежности необходимо выполнить интегрирование в правой части (6.5), подставив вместо $p(t–\tau)$ и $a_m(\tau)$ их значения в соответствии с выбранным законом распределения и состоянием резерва.

Расчетно-логические схемы общего и раздельного резервирования замещением представлены на рис. 6.17. и 6.18.

При общем резервировании замещением и нагруженном резерве (см. рис. 6.17) для подсчета $P_{\text{ТС}}(t)$ и $T_{\text{ТСср}}$ обычно используют выражения (6.2) – (6.4).

При ненагруженном резерве и экспоненциальном законе распределения времени БР *вероятность* $P_{\text{ТС}}(t)$ и *средняя наработка* $T_{\text{ТСср}}$ определяются из следующих выражений:

$$p_{\text{ТС}}(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^2}{i!}, \tag{6.6}$$

$$T_{\text{ТС}_{\text{ср}}} = T_{\text{ср}_0}(m + 1), \tag{6.7}$$

где λ_0, $T_{\text{ср}0}$ – интенсивность отказов и средняя наработка до отказа основной цепи ТС соответственно.

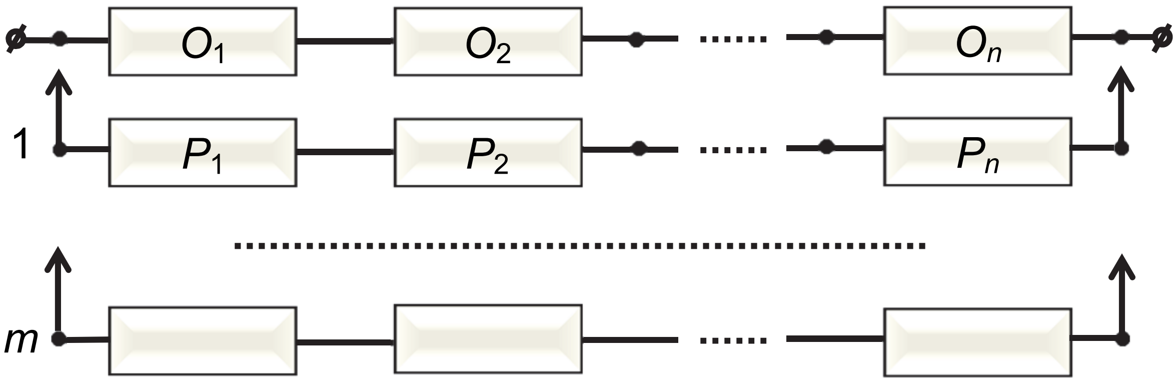


Рис. 6.17. Резервирование замещением общее

При *облегченном резерве и экспоненциальном распределении* соответственно имеем *вероятность* $P_{\text{ТС}}(t)$ и *среднюю наработку* $T_{\text{ТСср}}$

$$p_{\text{ТС}}(t) = e^{-\lambda_0 t} \left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!} \left(1 - e^{-\lambda_i t}\right)^i \right], \tag{6.8}$$

$$T_{\text{ТС}_{\text{ср}}} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{1 + iK}, \tag{6.9}$$

где $a_i = \prod_{j=0}^{i=1} \left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right); K = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}$; λ_1 – интенсивность отказов резервной цепи до замещения.

В случае раздельного резервирования замещением (см. рис. 6.18), как уже говорилось, каждый элемент основной цепи O_1, O_2,…, O_n имеет свои резервные элементы P_i и соответственно свою кратность резервирования m_i, которая в частном случае может быть и одинаковой для всех основных элементов.

Следовательно, объединяя в отдельную группу каждый элемент основной цепи вместе со своими резервными элементами, мы получаем последовательное соединение отдельных резервированных групп, которые в совокупности и составляют резервированную ТС в целом.

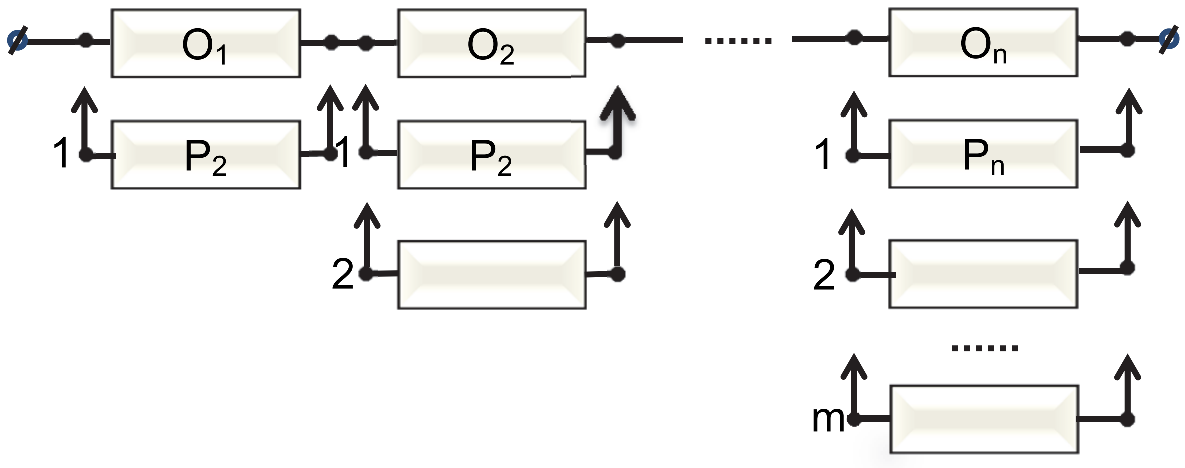


Рис. 6.18. Резервирование замещением раздельное

Таким образом, расчет надежности каждой резервированной группы элементов можно произвести по известным уже формулам общего резервирования замещением:

- для нагруженного резерва – по формулам (6.2) – (6.4);
- для ненагруженного – по формулам (6.6) – (6.7);
- для облегченного – по формулам (6.8), (6.9).

Для определения ПН резервированных ТС в целом расчет ведется в дальнейшем по известной формуле для последовательного соединения элементов (6.1). Отсюда *вероятность безотказной работы* ТС с раздельным резервированием замещением может быть определена из выражения

$$p_{\text{ТС}}(t) = \prod_{i=1}^{n} p_{ri}(t),$$

где $P_{ri}(t)$ – вероятность безотказной работы групп, резервированных по способу замещения элементов основной цепи ТС i-го типа.

$P_{ri}(t)$ вычисляется по формулам (6.2) – (6.4), (6.6) – (6.9).

Все приведенные выше расчетные соотношения были получены, как указывалось, для случая «идеального» переключателя. На практике все переключатели безусловно имеют отказы, причем самого различного характера. Среди них следует отметить:

- несрабатывание при отказе основной аппаратуры, в результате чего резервный элемент не будет включен взамен отказавшего основного, что приведет к отказу резервной группы;
- ложное срабатывание, в результате чего произойдет переключение на резерв при исправной основной аппаратуре, что приведет к уменьшению времени до отказа группы в целом;
- отказы, которые выводят из строя резервную группу в целом.

Учет всех этих обстоятельств существенно усложняет определение ПН резервной группы и в данном разделе полностью приводиться не будет.

Здесь мы рассмотрим приближенное решение этой задачи, учитывая только отказы переключателя первой и третьей групп из вышеуказанных. Схема для такого случая расчета надежности приведена на рис. 6.19.

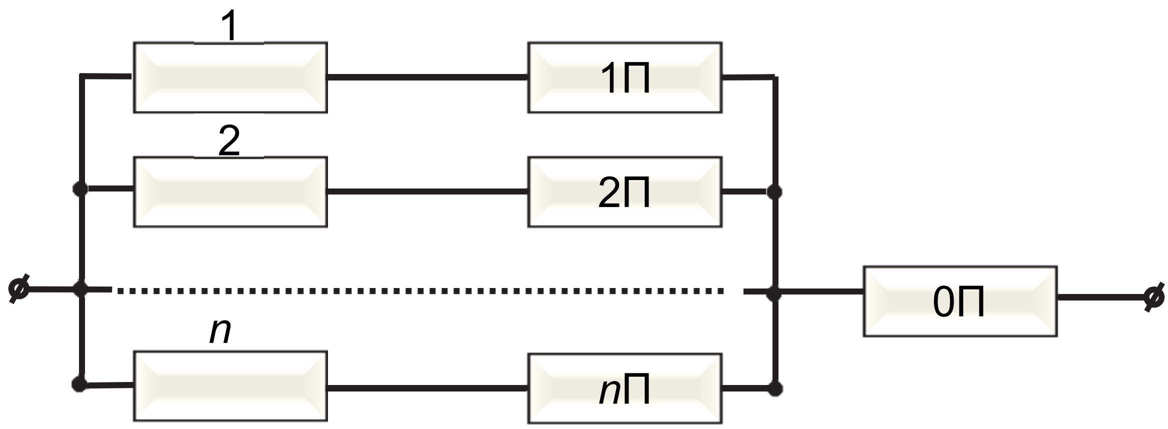


Рис. 6.19. Расчетно-логическая схема резервированной группы с переключением

Элементы переключателя, отказы которых приводят к отказу резервной группы в целом, условно выделяются в отдельный блок ОП (общие элементы переключателя), включаемый последовательно с резервной группой.

Каждая ветвь резервной группы состоит из последовательно соединенных основного либо резервного элемента 1, 2, 3, … n и элементов переключателя П, которые управляют данной ветвью и отказы которых выводят из строя данную ветвь.

Вероятность БР резервной группы в этом случае в течение времени с учетом ненадежности переключателя и при указанных выше допущениях может быть определена по следующей формуле:

$$p_{\text{РГ}}(t) = \left\{1 - \prod_{i=1}^{n} [1 - p_i(t) \cdot p_{i\text{П}}(t)]\right\} p_{\text{ОП}}(t),$$

где $P_i(t)$ – вероятность БР основного либо резервного элемента; $P_{i\text{П}}(t)$ – вероятность БР совокупности элементов переключателя, которые осуществляют включение i-й ветви резервной группы; $P_{\text{ОП}}(t)$ – вероятность БР совокупности элементов переключателя, отказы которых приводят к отказу резервной группы в целом.

6.3.4. Резервирование с дробной кратностью

Расчетно-логическая схема одного из вариантов *общего резервирования с постоянно включенным резервом и дробной кратностью* приведена на рис. 6.20.

В рассматриваемой схеме используется n основных и $(l - n)$ резервных элементов (I – общее число основных и резервных элементов).

При этом $(l - n) > n$ и, следовательно, мы имеем дробную кратность резервирования равную $m = (l - n)/n$.

Выражения для вероятности БР и средней наработки на отказ для случая *общего резервирования ТС с дробной кратностью и постоянно включенным резервом при экспоненциальном распределении*:

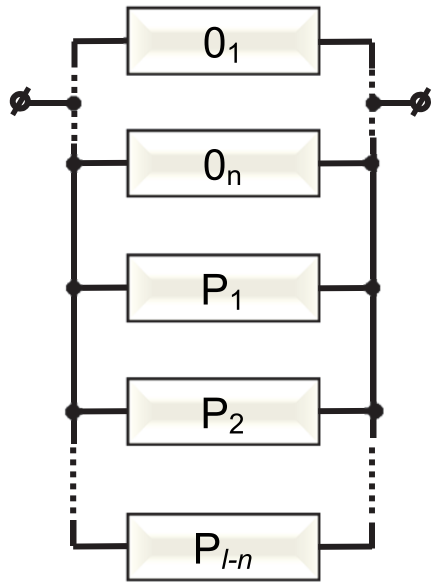


Рис. 6.20. Дробное резервирование

$$p_{\text{ТС}}(t) = \sum_{i=0}^{l-n} C_l^i \cdot p^{l-i}(t) \sum_{j=0}^{i} (-1)^j C_l^i \cdot p_0^j(t),$$

$$T_{\text{ТС}_{\text{ср}}} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^{l-n} \frac{1}{n+i},$$

где $P_0(t)$ – вероятность БР основного или любого резервного элемента.

Рассмотрим теперь методы расчета надежности ТС при *резервировании замещением с дробной кратностью*.

Расчетно-логическая схема для такого типа резервирования при нагруженном резерве приведена на рис. 6.21.

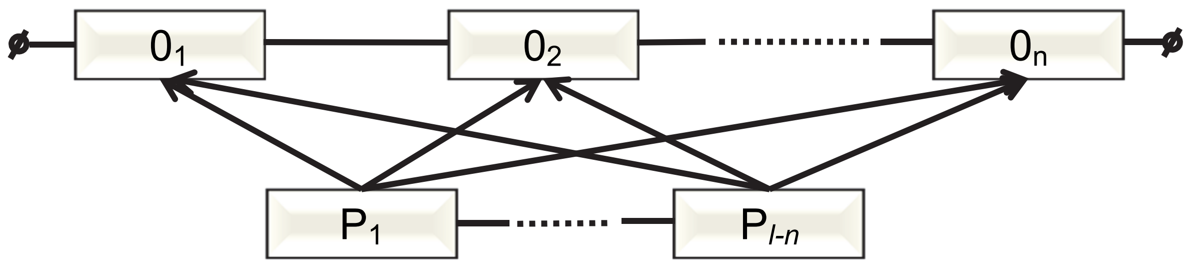


Рис. 6.21. Резервирование замещением с дробной кратностью

Резервированная ТС состоит из n основных однотипных и $(l - n)$ резервных элементов, находящихся в нагруженном резерве ($n > (l - n)$). При отказе одного из основных элементов на его место без перерыва в работе включается один из резервных. Причем резервные элементы также могут отказывать. Таких замещений, не нарушающих работу ТС в целом, может быть не более $(l - n)$.

Средняя наработка до отказа такой ТС в предположении абсолютно надежных переключающих устройств и равнонадежных элементов, каждый из которых имеет одинаковую интенсивность отказов λ_0, может быть определена по формуле

$$T_{\text{ТС}_{\text{ср}}} = \frac{1}{\lambda_0}\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \cdots + \frac{1}{l}\right),$$

где l – общее число основных и резервных элементов ТС.

Вероятность БР резервированной ТС в течение времени t для данного случая (см. рис. 6.21)

$$p_{\text{ТС}}(t) = \sum_{i=0}^{l-n} C_l^i [1 - p_0(t)]^i \cdot [p_0(t)]^{l-i}. \qquad (6.10)$$

Рассмотрим частный случай резервирования с дробной кратностью, а именно *мажоритарное резервирование*, которое часто используется в устройствах дискретного действия (рис. 6.22).

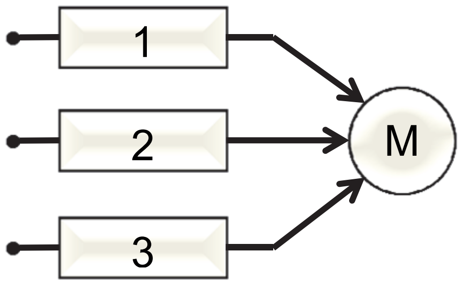


Рис. 6.22. Мажоритарное резервирование

При мажоритарном резервировании вместо одного элемента (канала) включаются три идентичных элемента (канала), выходы которых подаются на мажоритарный орган М (элемент приоритета).

Если все элементы такой резервированной группы исправны, то на вход М поступают три одинаковых сигнала и такой же сигнал поступает во внешнюю цепь с выхода М.

Если один из трех резервированных элементов отказал, то на вход М поступают два одинаковых сигнала (истинных) и один сигнал ложный.

На выходе М будет сигнал, совпадающий с большинством совпадающих сигналов на его входе, т.е. мажоритарный орган осуществляет операцию определения приоритета или выбора по большинству.

Следовательно, условием безотказной работы является безотказная работа любых двух элементов из трех и мажоритарного органа в течение заданного времени t.

Применяя выражение (6.10) для $n = 2$ и $(l - n) = 1$ с учетом вероятности БР в течение времени мажоритарного органа $P_{\text{М}}(t)$, получим формулу для определения вероятности безотказной работы ТС с мажоритарным резервированием:

$$p_{\text{ТС}}(t) = p_{\text{М}}(t) \cdot [3p_0^2(t)] - 2p_0^3(t).$$

В случае ненагруженного резерва при резервировании с дробной кратностью (см. рис. 6.21) (заметим, что такой вид резервирования называют часто *скользящим*) отказ одного из n основных однотипных элементов приводят к включению на его место одного из $(l - n)$ резервных.

При этом по условию элементы, находящиеся в резерве, отказывать не могут до их включения на место отказавшего основного элемента.

Исходя из этого условия и учитывая, что в процессе нормального функционирования ТС в работе находится постоянно n элементов, интенсивность отказов каждого из которых равна λ_0, средняя наработка до отказа и вероятность БР в целом за время t при экспоненциальном распределении могут определяться из следующих выражений:

$$T_{\text{ТС}_{\text{ср}}} = \frac{1}{\lambda_0}\left(\frac{l - n + 1}{n}\right) = T_{\text{ср}_0}\left(\frac{l - n + 1}{n}\right),$$

$$p_{\text{ТС}}(t) = e^{-n\lambda t}\sum_{i=0}^{l-n}\frac{(n\lambda_0 t)'}{i!} = e^{-\lambda t}\sum_{i=0}^{l-n}\frac{\lambda t}{i!},$$

где $T_{\text{ср}0}$ – средняя наработка на отказ основного или резервного элемента; $\lambda = n\lambda_0$ – интенсивность отказов основной цепи ТС.

6.4. Расчет надежности технических систем с информационной избыточностью

В устройствах цифровой вычислительной техники, системах телемеханики и т.д. в настоящее время широко используются так называемые *самокорректирующиеся коды*, которые позволяют автоматически обнаруживать и исправлять ошибки в одном или нескольких разрядах, появляющиеся в результате отказов элементов или сбоев. При этом отказы или сбои не нарушают нормального функционирования ТС. Понятно, что устройства, защищенные самокорректирующимися кодами, обладают *информационной избыточностью* (рис. 6.23).

Рис. 6.23. Пути анализа надежности устройств

1. <u>При приближенном анализе надежности</u> ТС разделяется на две части: защищенную кодом от отказов и сбоев и незащищенную (рис. 6.24).

Рис. 6.24. ТС при приближенном анализе надежности

Пусть суммарная интенсивность отказов и сбоев незащищенной части равна λ_1, а защищенной – λ_2.

Условия безотказной работы ТС в течение времени t:

- в незащищенной части устройства за время t не должно произойти ни одного отказа или сбоя;
- в защищенной части за то же время может произойти не более K отказов и сбоев в сумме.

Выполнение этих условий и дает вероятность безотказной работы ТС с информационной избыточностью за время t:

$$p_{\text{ТС}}(t) = e^{-\lambda_1 t} \sum_{i=0}^{k} \frac{(\lambda_2 \cdot t)^i}{i!} e^{-\lambda_2 t}. \qquad (6.11)$$

Из условий безотказной работы и рассмотрения выражения (6.11) следует, что ТС, *защищенные кодом*, по надежности эквивалентны последовательному соединению незащищенной части с K-кратно резервированной (ненагруженный резерв) защищенной частью с идеально надежным переключателем (рис. 6.25).

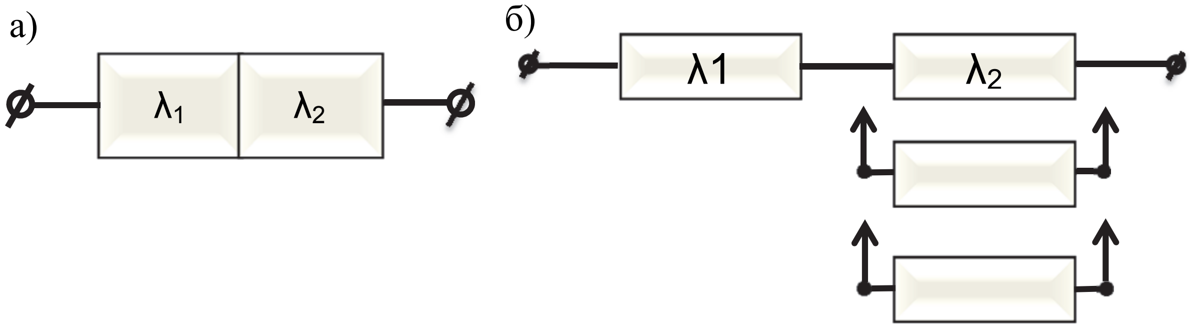


Рис. 6.25. ТС, защищенные самокорректирующимся кодом

2. Уточненный анализ надежности позволяет учесть структуру ТС, *защищенную самокорректирующимся кодом*. В ряде случаев защищенная часть ТС может быть разбита на ($n + N$) независимых линеек или разрядов (рис. 6.26). При этом работоспособность защищенной части обеспечивается отсутствием искажения информации в n линейках или, другими словами, допускается одновременный отказ N любых линеек (либо одновременное появление сбоя в N любых линейках).

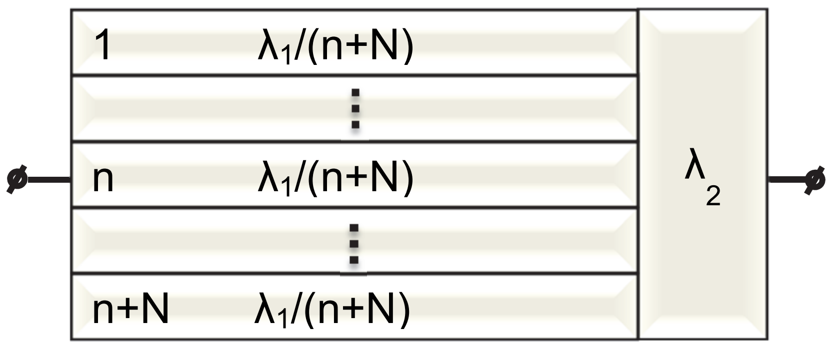


Рис. 6.26. Пример ТС, защищенных самокорректирующимся кодом

Сформулируем условие работоспособности ТС в течение времени t для этого случая. В незащищенной части устройства за время t не должно произойти ни одного отказа и сбоя.

В защищенной части за время t могут отказать (появиться сбои) не более N линеек из ($n + N$) линеек. Отсюда вероятность безотказной работы ТС за время t будет определяться следующим выражением:

$$p_{\text{ТС}}(t) = e^{-\lambda_1 t} \sum_{i=0}^{N} C_{n+N}^{i} \cdot p^{n+N-i}(t)[1 - p(t)]^{-i}, \qquad (6.12)$$

где $p(t) = exp\left(-\frac{\lambda_2 t}{n+N}\right)$ – вероятность безотказной и бессбойной работы одной линейки защищенной части ТС за время t.

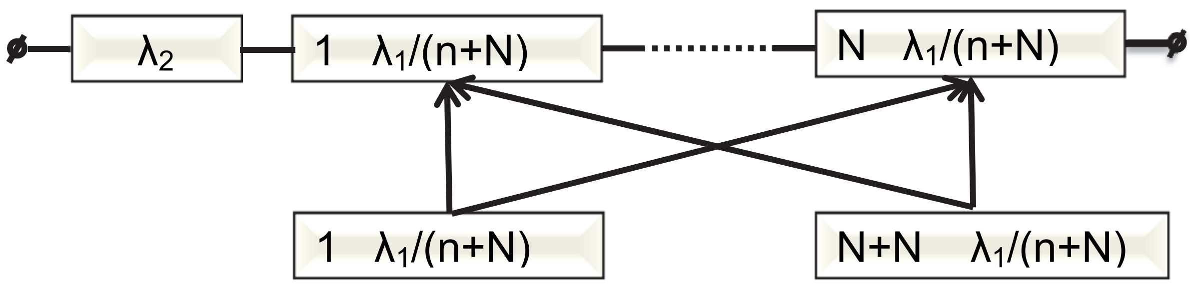


Рис. 6.27. ТС, защищенные самокорректирующимся кодом

Из условия БР и вида выражения (6.12) следует, что ТС, защищенные кодом, по надежности эквивалентны последовательному соединению незащищенной части с резервированной группой, составленной из *n* основных и *N* резервных (нагруженный резерв) линеек, т.е. группе со скользящим нагруженным резервом с абсолютно надежным переключателем (рис. 6.27).

6.5. Расчет надежности технических систем с временным резервированием

Использование *временной избыточности* наряду с рассмотренными уже структурной и информационной является также эффективным способом повышения надежности ТС.

При наличии временной избыточности на выполнение ТС какой-либо работы отводится время, заведомо большее, чем минимально необходимое. В этом случае возможны два варианта использования аппаратуры (рис. 6.28).

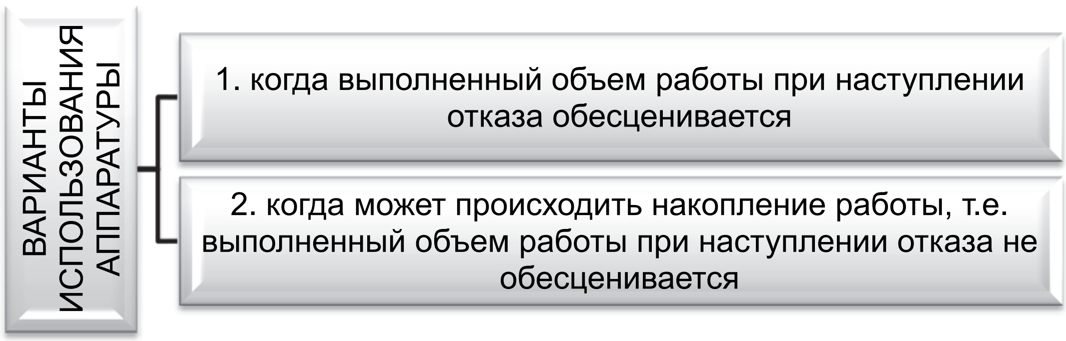


Рис. 6.28. Варианты использования аппаратуры

Рассмотрим более подробно <u>первый вариант</u>.

Пусть отказ аппаратуры обесценивает работу, выполненную ею до момента наступления отказа. В этом случае работа будет все-таки выполнена в полном объеме, если после отказа произойдет восстановление аппаратуры и оставшегося времени будет достаточно, чтобы, начав выполнение работы с самого начала, завершить ее в установленное время.

При этом, естественно, можно допустить появление нескольких отказов, после каждого из которых аппаратура восстанавливается, и каждый раз работа начинается с начала, и так до тех пор, пока работа не будет все-таки выполнена в полном объеме либо не будет исчерпан ресурс времени (рис. 6.29).

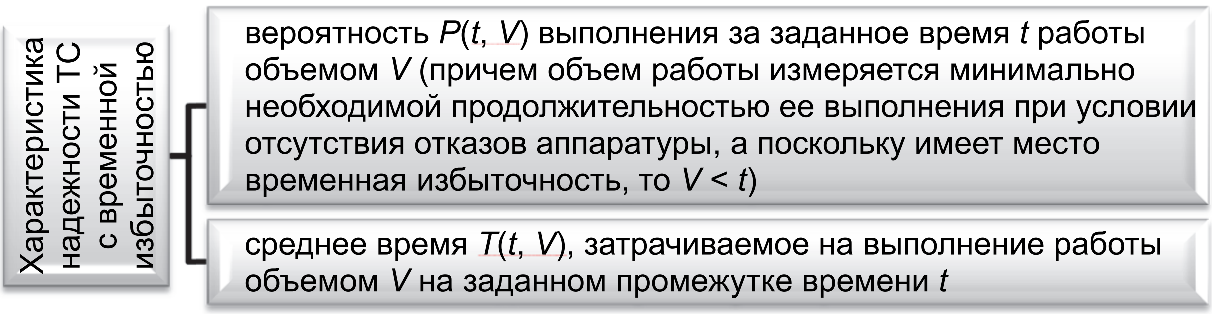


Рис. 6.29. Характеристика надежности ТС с временной избыточностью

Пример.

Пусть работа, которая должна быть выполнена на аппаратуре, имеет объем (продолжительность) V.

При этом интервал V укладывается в промежуток t целое число раз:

$$n = t\ V.$$

Проверка исправности аппаратуры происходит в конце промежутка времени V.

Если первая проверка установит отсутствие отказа, то работа считается успешно завершенной. В противном случае аппаратура восстанавливается (для простоты будем считать, что мгновенно и с вероятностью $P(0) = 1$), включается, и работа начинает выполняться с начала, после чего следует вторая проверка и т.д.

В соответствии с таким режимом работы может быть построен следующий ряд распределения:

$\boldsymbol{t_i}$	$\boldsymbol{V}$	$\boldsymbol{2V}$	……	$\boldsymbol{nV}$
$\boldsymbol{P_i}$	$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{(1-p)p}$	……	$\boldsymbol{(1-p)^{n-1}p}$

где t_i – возможные значения времени выполнения работы ($i = 1, 2,…, n$); P_i – вероятность выполнения работы за время t_i; $P = P(V)$ – вероятность безотказной работы аппаратуры в течение промежутка времени V.

Поскольку работа может быть выполнена за время V либо за время $2V$ и т.д., причем события $t_p = t_i$ (t_p – случайное время выполнения работы) являются событиями несовместимыми, то, применяя теорему сложения вероятностей, получим

$$P(t, V) = p + (1-p)p + K + (1-p)^{n-1}p.$$

Воспользовавшись формулой для суммы геометрической прогрессии, окончательно получим

$$P(t, V) = 1-(1-p)^{n}.$$

Здесь следует подчеркнуть, что полученный результат совпадает с формулой для нагруженного (n–1)-кратного резерва.

Однако в данном случае необходимая надежность обеспечивается не дополнительным включением резервных элементов, а за счет выделения дополнительного времени на выполнение работы одним аппаратом.

Среднее время, затрачиваемое на выполнение работы объемом V на заданном промежутке времени t, легко может быть определено как математическое ожидание случайной величины t_p – случайного времени выполнения работы – и без вывода в окончательном виде равно

$$T_{t,V} = V \cdot \frac{1-(1-p)^n(1+np)}{p}.$$

Контрольные вопросы:

1. Перечислите основные виды резервирования. Дайте их определения.
2. Каковы основные виды структурного резервирования?
3. Проанализируйте особенности пассивного и активного резервирования.
4. Чем отличается ненагруженный резерв от постоянного?
5. В чем состоит отличие нагруженного резерва от облегченного, резервирования с целой кратностью от резервирования с дробной кратностью?
6. Проведите на примере расчет надежности ТС со скользящим резервированием.
7. Поясните на примере особенности мажоритарного резервирования, его достоинства и недостатки.
8. Приведите основные отличительные черты приближенного и уточненного расчета надежности ТС с информационной избыточностью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленный учебный материал свидетельствует о том, что высокопроизводительная и надёжная работа технологического оборудования во многом определяется его надёжностью и безотказностью и, как следствие, безопасностью в процессе его эксплуатации.

В настоящее время трудно представить себе высококвалифицированного специалиста в области машиностроения и промышленной безопасности, не обладающего навыками в оценке надёжности технологического оборудования.

В учебном пособии рассмотрены основные положения теории надёжности технических систем, элементы физики отказов, структурные схемы надёжности технических систем и их расчёт.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Глазунов, Л. П. Основы теории надежности автоматических систем управления : учеб. пособие для вузов / Л. П. Глазунов, В. П. Грабовецкий, О. В. Щербаков. – Л. : Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1984. – 208 с.

2. Дружинин, Г. В. Надежность автоматизированных производственных систем / Г. В. Дружинин. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 480 с.

3. Ястребенецкий, М. А. Надежность автоматизированных систем управления технологическими процессами : учеб. пособие для вузов / М. А. Ястребенецкий, Г. М. Иванова. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 264 с.

4. Львович, Я. Е. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности РЭА : учеб. пособие для вузов / Я. Е. Львович, В. И. Фролов. – М. : Радио и связь, 1986. – 192 с.

5. Матвеевский, В. Р. Проектирование и надежность устройств автоматики и телемеханики : учеб. пособие / В. Р. Матвеевский. – М. : МИЭМ, 1990. – 96 с.

6. Матвеевский, В. Р. Надежность технических средств управления : учеб. пособие / В. Р. Матвеевский. – М. : МГИЭМ, 1993. – 92 с.

7. Козлов, В. А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики / В. А. Козлов, И. А. Ушаков. – М. : Советское радио, 1985. – 462 с.

8. Фомин, А. В. Технология, надежность и автоматизация производства БГИС и микросборок : учеб. пособие для вузов / А. В. Фомин, Ю. И. Боченков, В. А. Сороколуд. – М. : Радио и связь, 1981. – 352 с.

9. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – М. : Высш. шк., 2003. – 479 с.

10. Чистяков, В. П. Курс теории вероятностей : учеб. для студентов втузов / В. П. Чистяков. – 4-е изд. – М. : Агар, 1996. – 256 с.

11. Полуян, Л. В. Оценка надежности и вероятности отказов тонкостенных трубопроводов, деградирующих во времени / Л. В. Полуян, С. Я. Тимашев // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре гос. техн. ун-та. Науки о природе и технике. – 2012. – № I-1(9). – С. 15-23.

12. Технологические методы обеспечения долговечности болтовых соединений / Б. Н. Марьин, О. Е. Сысоев, В. Н. Быченко, П. А. Саблин, Р. В. Шпорт // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре гос. техн. ун-та. Науки о природе и технике. – 2012. – № I-1(9). – С. 57-64.

Учебное издание

Кравченко Елена Геннадьевна

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В МАШИНОСТРОЕНИИ

Учебное пособие

Научный редактор – кандидат технических наук, доцент О. И. Медведева

Редактор Т. Н. Карпова

Подписано в печать 28.03.2014.
Формат 60 × 84 1/16. Бумага 60 г/м^2. Ризограф EZ570E.
Усл. печ. л. 7,66. Уч.-изд. л. 7,32. Тираж 75 экз. Заказ 26173.

Редакционно-издательский отдел
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»
681013, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27.

Полиграфическая лаборатория
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»
681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27.