

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

На правах рукописи

Гербутова Дарья Дмитриевна

**Разработка и реализация модели
для определения центров тяжести плоских фигур**

Направление подготовки 01.04.02
«Прикладная математика и информатика»

**АВТОРЕФЕРАТ
МАГИСТЕРСКОЙ ДИССЕРТАЦИИ**

2018

Работа выполнена в ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры «Прикладная математика и информатика»

Егорова Юлия Георгиевна

Рецензент:

и.о. заведующего лабораторией химических и фазовых превращений в материалах, ведущий научный сотрудник ИМиМ ДВО РАН, кандидат технических наук, доцент
Жилин Сергей Геннадьевич

Защита состоится 22 июня 2018 г. в 10.00 часов по адресу: 681000, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27, ауд. 321/3.

Автореферат разослан 15 июня 2018 г.

Секретарь ГЭК

А.А. Сиротин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Актуальность темы. В задачах изгиба, кручения, сложного сопротивления, а также при расчетах сжатых стержней на устойчивость используются геометрические характеристики сечений: статический момент, а также осевой (экваториальный), полярный и центробежный моменты инерции сечений.

Геометрические характеристики сечений простой формы можно определить по специальным формулам. Кроме того, в таблицах ГОСТа (называемых также таблицами нормального сортамента) приводятся геометрические характеристики профилей стандартного проката (уголков, швеллеров, двутавров). Для определения геометрических характеристик сложных сечений приходится расчленять их на ряд простых фигур и пользоваться формулами, устанавливающими зависимости между геометрическими характеристиками относительно различных осей.

Актуальность работы заключается в том, что при наличии программы расчета центров тяжести сечений любой формы появляется возможность определять центр тяжести любого заданного плоского сечения. Кроме того, результаты работы могут быть внедрены в учебный процесс и использованы при изучении курсов, связанных с сопротивлением материалов и классической механикой.

Целью исследования является создание программы, позволяющей определять центры тяжести сечения любой заданной формы.

Для достижения указанной цели поставлены следующие *задачи*:

- изучить раздел дисциплины «Сопротивление материалов», посвященный определению центров тяжести плоских сечений;
- разработать программу для определения центров тяжести сечений произвольной формы;
- протестировать программу на сечениях различной формы;
- удостовериться в совпадении результатов работы программы и тестовых образцов.

Объектом исследования является плоское сечение стержня в задачах, связанных с изгибом и кручением.

Предметом исследования является центр тяжести плоского сечения стержня.

Для решения поставленных задач использовались следующие *методы* исследования: теоретические (анализ) и эмпирические (изучение литературы и результатов деятельности).

Научная новизна исследования заключается в следующем:

- получена возможность определять центры тяжести сечений произвольной формы;
- разработана программа, внедрение которой в учебный процесс существенно поможет при изучении курсов «Сопротивление материалов» и «Классическая механика».

Достоверность и обоснованность результатов исследования. Основана на классических подходах сопротивления материалов и строгих математических выкладках.

Практическая значимость полученных результатов состоит в том, что получена возможность определять центры тяжести сечений любой заданной формы. Результаты работы могут быть внедрены в учебный процесс при изучении курсов «Сопротивление материалов» и «Классическая механика».

Апробация результатов. Результаты работы докладывалась на:

– Научно-техническое творчество аспирантов и студентов материалы 47-й научно-технической конференции студентов и аспирантов. ФГБОУ ВО «КНАГУ» 2018.-845-847с.

Публикации. По результатам выполненных в диссертации исследований автором опубликовано 2 работы:

– «Моделирование пластического состояния в задаче о растяжении полосы, ослабленной вырезами» в сборнике «Научно-техническое творчество аспирантов и студентов ||| Материалы 46-й научно-технической конференции студентов и аспирантов. 2016.-122-124с.

– «Разработка и реализация модели для определения центров тяжести плоских фигур» в сборнике «Научно-техническое творчество аспирантов и студентов ||| Материалы 47-й научно-технической конференции студентов и аспирантов. 2018.-845-847с.

Структура и объем. Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы. Объем работы – 48 страниц, в том числе 10 рисунков и 1 приложение.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение раскрывает актуальность темы, определяются цели и задачи исследования, объект, предмет, указываются научная новизна, практическая значимость, достоверность и обоснованность результатов исследования.

В первой главе вводятся определения статического момента сечения, центральных осей, момента инерции сечения, главных осей и главных моментов инерции, центра тяжести сечения.

Свяжем сечение с системой координат x, y и рассмотрим следующие два интеграла:

$$S_x = \int_F y dF, \quad S_y = \int_F x dF,$$

где F у знака интеграла указывает на то, что интегрирование ведется по всей площади сечения. Каждый из интегралов представляет собой сумму произведений элементарных площадей dF на расстояние до соответствующей оси (x или

у). Первый интеграл называется статическим моментом сечения относительно оси x , а второй – статическим моментом сечения относительно оси y . Статический момент измеряется в см^3 или мм^3 .

Ось, относительно которой статический момент равен нулю, называется центральной. Среди семейства параллельных осей она является единственной, и расстояние до этой оси от некоторой, произвольно взятой, оси x_1 равно

$$b = y_c = \frac{S_{x_1}}{F}.$$

Аналогично, для другого семейства параллельных осей

$$a = x_c = \frac{S_{y_1}}{F}.$$

Точка пересечения центральных осей называется центром тяжести сечения. Путем поворота осей можно показать, что статический момент относительно любой оси, проходящей через центр тяжести, равен нулю.

Нетрудно установить тождественность данного определения и обычного определения центра тяжести как точки приложения равнодействующих сил тяжести. Если уподобить рассмотренное сечение однородной пластинке, то сила тяжести пластинки во всех точках будет пропорциональна элементарной площади dF , а момент сил тяжести относительно некоторой оси пропорционален статическому моменту. Этот момент относительно оси, проходящей через центр тяжести, равен нулю. В нуль обращается, следовательно, и статический момент относительно центральной оси.

Рассмотрим три следующих интеграла:

$$J_x = \int_F y^2 dF, \quad J_y = \int_F x^2 dF, \quad J_{xy} = \int_F xy dF,$$

где по-прежнему через x и y обозначены текущие координаты элементарной площадки dF в произвольно взятой системе координат x, y . Первые два интеграла называются осевыми моментами инерции сечения относительно осей x и y соответственно. Третий интеграл называется центробежным моментом инерции сечения относительно осей x, y . Измеряются моменты инерции в см^4 или мм^4 .

Осевые моменты инерции всегда положительны, поскольку положительной считается площадь dF . Центробежный момент инерции может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от расположения сечения относительно осей x, y .

Оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, а осевые моменты принимают экстремальные значения, называются главными осями. Если они к тому же являются центральными, то тогда они называются главными центральными осями. Заметим, что если сечение имеет ось симметрии, то эта ось, очевидно, всегда будет главной. Осевые моменты инерции относительно главных осей называются главными моментами инерции.

Во второй главе рассматриваем задачу, связанную с нахождением центров тяжести плоских фигур, которые можно задавать совокупностью алгебраических неравенств, считая, что сечение однородно. Для её решения напишем программу, позволяющую вычислять центр тяжести сечения. Основная идея,

реализуемая этой программой (математическая модель), следующая: задаётся совокупность алгебраических неравенств, берём матрицу над Z_2 , размера $n \times n$ (где n – достаточно большое число, например, 1000), эта матрица задаёт координатное поле размера $m \times m$ по правилам $x_i = \frac{m \left(i - \frac{n}{2} \right)}{n}$; $y_j = \frac{m \left(j - \frac{n}{2} \right)}{n}$, затем матрица заполняется 0-ми и 1-ми, клетка (i, j) будет нулевой, если точка (x_j, y_i) не удовлетворяет совокупности неравенств, и 1 в противном случае. Количество $(i, j) = 1$ в матрице – это площадь фигуры и знаменатель формул, а суммы соответствующих координат (x_j, y_i) – это числители формул нахождения центра тяжести $x_c = \frac{\sum_{i=0..n-1} x_i}{k}$; $y_c = \frac{\sum_{j=0..n-1} y_j}{k}$

Очевидно, что данные вычисления в части проверки удовлетворяет ли точка совокупности или нет, могут быть распараллелены, поэтому часть заполнения матрицы решается на GPU. Программа написана на языке JavaScript с использованием технологии WebGL, для её запуска желательно использовать браузеры Google Chrome или FireFox, последних версий.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

1. «Разработка и реализация модели для определения центров тяжести плоских фигур» в сборнике «Научно-техническое творчество аспирантов и студентов ||| Материалы 47-й научно-технической конференции студентов и аспирантов. 2018.-845-847с.