

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

Ю. Н. Чудинов

**РАСЧЕТ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ
МНОГОЭТАЖНОГО КАРКАСНОГО ЗДАНИЯ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ПК «ЛИРА-САПР»**

Утверждено в качестве учебного пособия
Редакционно-издательским советом Федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

Комсомольск-на-Амуре
2024

УДК 624.04:004.4(07)

ББК 38.112с51я7

Ч-842

Рецензенты:

Кафедра «Строительство» ФГБОУ ВО «Забайкальский
государственный университет», зав. кафедрой
кандидат технических наук, доцент *М. Б. Мершеева*;
А. С. Васильев, кандидат технических наук,
доцент кафедры технических дисциплин
ФГБОУ ВО «Приамурский государственный
университет имени Шолом-Алейхема»

Чудинов, Ю. Н.

Ч-842 Расчет несущих конструкций многоэтажного каркасного здания с применением ПК «Лира-САПР»: учеб. пособие / Ю. Н. Чудинов. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КНАГУ», 2024. – 128 с.

ISBN 978-5-7765-1571-2

В учебном пособии рассматривается расчет несущих конструкций многоэтажного железобетонного каркасного здания с применением ПК «Лира-САПР». Подробно описаны алгоритмы статического и конструктивного расчетов плит перекрытия, ригеля и фундамента многоэтажного каркасного здания. Для контроля результатов численных расчетов выполняются параллельные расчеты в программе MathCAD.

Предназначено для студентов специальности 08.05.01 – «Строительство уникальных зданий и сооружений». Также материал может быть полезен студентам направлений 08.03.01, 08.04.01 – «Строительство» и специалистам, работающим в области проектирования зданий и сооружений.

УДК 624.04:004.4(07)

ББК 38.112с51я7

ISBN 978-5-7765-1571-2

© Чудинов Ю. Н., 2024

© ФГБОУ ВО «КНАГУ», 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О РАСЧЕТЕ НЕСУЩИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ СБОРНЫХ МНОГОЭТАЖНЫХ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ.....	6
1.1. Квалификационные требования к подготовке специалиста по расчету строительных конструкций.....	6
1.2. Конструктивные схемы многоэтажных железобетонных каркасных зданий.....	12
1.2.1. Классификация конструктивных схем.....	12
1.2.2. Пространственная модель здания с рамно-связевой схемой в ПК «Лира-САПР».....	18
1.2.3. Пространственная модель здания со связевой схемой в ПК «Лира-САПР».....	23
1.3. Расчет строительных конструкций методом конечных элементов.....	27
1.3.1. Основная идея метода конечных элементов. Расчет балки методом конечных элементов в программе MathCAD.....	27
1.3.2. Библиотека основных стержневых типов конечных элементов в ПК «Лира-САПР».....	41
1.3.3. Пример расчета балки методом конечных элементов в ПК «Лира-САПР».....	43
1.3.4. Конструктивный расчет изгибаемых железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели в ПК «Лира-САПР».....	47
2. РАСЧЕТ СБОРНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ ПЕРЕКРЫТИЯ ПО ПЕРВОЙ ГРУППЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ.....	51
2.1. Расчетные схемы сборных железобетонных плит.....	52
2.2. Расчет многопустотной плиты перекрытия.....	57
2.2.1. Расчет многопустотной плиты перекрытия в программе MathCAD.....	59
2.2.2. Подбор армирования многопустотной плиты перекрытия в ПК «Лира-САПР» по первой группе предельных состояний.....	63
2.2.3. Проверка несущей способности сборной железобетонной плиты перекрытия в ПК «Лира-САПР» по первой группе предельных состояний.....	72
2.3. Расчет ребристой плиты перекрытия.....	79
2.3.1. Расчет ребристой плиты перекрытия в программе MathCAD.....	80
2.3.2. Подбор армирования ребристой плиты перекрытия в ПК «Лира-САПР» по первой группе предельных состояний.....	85

2.3.3. Подбор армирования ребристой плиты перекрытия в ПК «Ли́ра-САПР» по двум вариантам конструирования.....	91
2.3.4. Проверка несущей способности ребристой плиты перекрытия в ПК «Ли́ра-САПР» по первой группе предельных состояний.....	93
3. РАСЧЕТ РИГЕЛЕЙ КАРКАСНЫХ МНОГОЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ.....	96
3.1. Подбор армирования ригеля связевого каркаса в программе MathCAD.....	96
3.2. Подбор армирования ригеля связевого каркаса в ПК «Ли́ра-САПР» по первой группе предельных состояний.....	103
3.3. Проверка несущей способности ригеля связевого каркаса в ПК «Ли́ра-САПР» по первой группе предельных состояний.....	107
3.4. Учет продольных деформаций в рамно-связевом каркасе многоэтажного здания при статическом расчете.....	111
4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ФУНДАМЕНТОВ.....	116
4.1. Подбор армирования подошвы фундамента в программе MathCAD.....	116
4.2. Расчет армирования фундамента в ПК «Ли́ра-САПР».....	122
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	126
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	127

ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии рассматриваются задачи расчета и проектирования несущих конструкций многоэтажных сборных железобетонных каркасных зданий, входящие в состав курсового проекта 1 по дисциплине «Железобетонные и каменные конструкции».

С помощью материалов данного учебного пособия студенты должны выполнить автоматизированные расчеты плит перекрытия, ригеля и фундамента с применением специализированного расчетного программного комплекса (ПК) «Ли́ра-СА́ПР». При изложении материала предполагается, что студенты владеют начальными базовыми знаниями функционала ПК «Ли́ра-СА́ПР» [13], и детально эта тема не раскрывается.

Стандартная методика обучения в настоящее время в большинстве вузов обычно заключается в том, что студенты отдельно выполняют аналитические и численные расчеты строительных конструкций, хотя реальная практика предполагает их параллельное применение с обязательной верификацией получаемых результатов.

Основными целями рассматриваемых в пособии примеров расчета и проектирования конструкций являются:

1. Получение студентами знаний, навыков и умений по статическому и конструктивному расчетам железобетонных элементов. Студенты должны обладать знаниями по правильному выбору расчетных схем отдельных конструкций, иметь навыки определения расчетных усилий в элементах, уметь выполнять подбор арматуры, проверять несущую способность элементов с заданным армированием.

2. Освоение студентами технологии параллельного применения аналитических и численных расчетов с целью контроля и анализа результатов расчета. Для реализации предлагаемой технологии предполагается также применение программы MathCAD.

3. Получение знаний по вопросам, как в ПК «Ли́ра-СА́ПР» реализуются процедуры метода конечных элементов (МКЭ) и теории расчета железобетонных конструкций по методу предельных состояний. В пособии при описании решения задач помимо стандартного описания функционала ПК «Ли́ра-СА́ПР» будет приводиться информация по реализации выполняемых алгоритмов МКЭ и метода предельных состояний.

Исходные данные для рассматриваемых в пособии примеров расчета строительных конструкций принимаются для рамно-связевого каркаса [8], для связевого каркаса [9]. Также для понимания материала, излагаемого ниже, настоятельно рекомендуем предварительно изучить наиболее важные темы автоматизированного проектирования железобетонных конструкций [12].

1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О РАСЧЕТЕ НЕСУЩИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ СБОРНЫХ МНОГОЭТАЖНЫХ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ

В данном разделе будут изложены основные сведения о конструктивных системах многоэтажных каркасных зданий, принципах расчета и проектирования железобетонных конструкций. Также будут рассмотрены вопросы методики выполнения проектных работ несущих строительных конструкций. Предлагаемая технология проведения расчетов будет изложена с позиции автора пособия, подразумевает наличие у студентов целостного комплекса знаний, умений и навыков по строительной механике, строительным конструкциям и численным методам. При этом основное внимание в расчетах должно уделяться не алгоритмам решения отдельных задач, а пониманию физической и математической сути этих задач.

В разделе будет представлена основная информация о МКЭ, который в настоящее время является основным численным методом, применяемым для определения параметров напряженно-деформированного состояния строительных конструкций. Для надежного и эффективного применения расчетных комплексов проектировщик не обязательно должен в деталях знать все математические тонкости МКЭ. Но отсутствие базовых знаний теории МКЭ и алгоритмов реализации этого метода рано или поздно неминуемо приведет к ошибкам в расчетах.

1.1. Квалификационные требования к подготовке специалиста по расчету строительных конструкций

Образовательная программа подготовки инженеров-строителей включает в себя ряд циклов учебных дисциплин по проектированию строительных конструкций (строительная механика, строительные конструкции, фундаменты и т.д.). Успешное освоение материала этих дисциплин студентами вроде бы должно гарантировать то, что на выпуске из вузов должны получаться молодые специалисты, способные решать реальные задачи проектирования несущих конструкций зданий и сооружений. Но, с точки зрения автора пособия, есть одна большая проблема подготовки специалистов по расчету строительных конструкций, которая заключается в следующем. На производстве для успешного решения задач проектирования необходимо обладать не просто полным набором знаний, умений и навыков в конкретной области, но и понимать, как эти знания связаны между собой. Чему в вузах, к сожалению, обычно не учат.

Автором пособия ниже предлагается перечень основных квалификационных требований, необходимых для выполнения проектных работ.

1. Конечная цель расчета любой конструкции, здания, сооружения – это обеспечение выполнения требований по двум группам предельных состояний (безопасности и пригодности к эксплуатации). Отсюда первое требование к квалификации проектировщика – **хорошее знание и понимание сути метода расчета по предельным состояниям.**

Результаты конструктивного расчета в ПК «Лира-САПР» можно посмотреть на закладках «Железобетон», «Сталь», «Кирпич» (рис. 1.1). Конструктивный расчет деревянных конструкций программа не выполняет. Локальный расчет цельных составных и клееных деревянных конструкций выполняет отдельный модуль программы «ЭСПРИ».

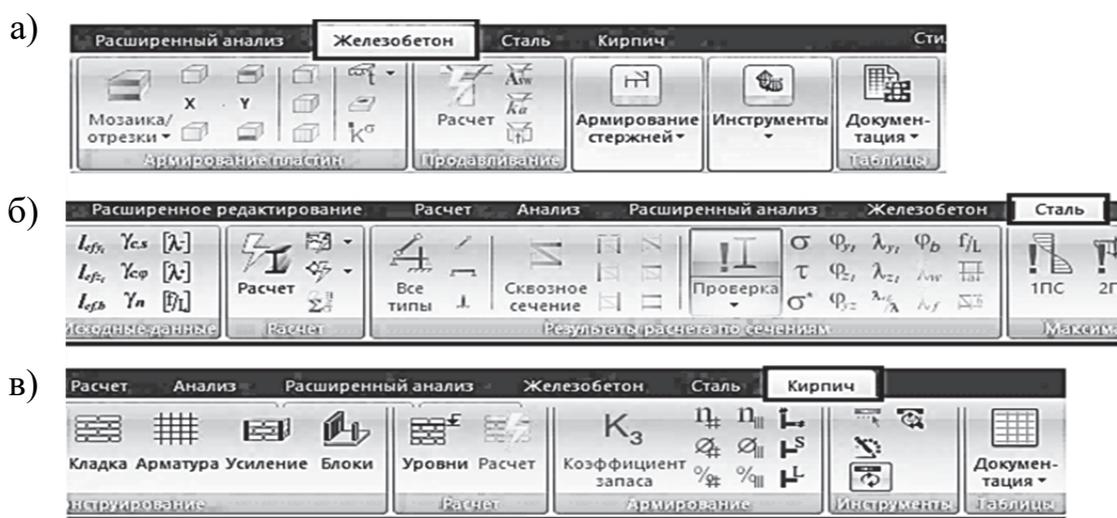


Рис. 1.1. Режимы результатов конструктивного расчета:
 а – для железобетонных конструкций; б – для металлических конструкций; в – для каменных конструкций

2. Получая задание на расчет (проектирование) даже самой простой конструкции, необходимо в любом случае изучить полную конструктивную схему реального физического объекта и убедиться, что упрощенная расчетная схема выбрана правильно и адекватно отражает основные физико-механические свойства конструкции и ее взаимодействие с другими несущими конструкциями. Как следствие, обязательное требование – **понимание сути процесса вычленения отдельных конструкций из общей пространственной расчетной схемы объекта.** Самый простой и наглядный пример по этому пункту – это отсечение отдельных конструкций (плит, балок, ригелей и т.п.) по двум шарнирам, по которым происходит их взаимодействие с другими элементами полной расчетной схемы.

Рассмотрим задачу выбора расчетной схемы для стропильных ферм одноэтажных промышленных зданий с железобетонным и стальным каркасами.

Ферма здания с железобетонным каркасом (рис. 1.2, а) опирается на колонны сверху с соединением на закладных деталях. Такой узел сопряжения считается шарнирным, поэтому статический расчет железобетонных ферм, как правило, выполняется отдельно от других конструкций, как плоских шарнирно-стержневых систем на вертикальные нагрузки (рис. 1.2, б).

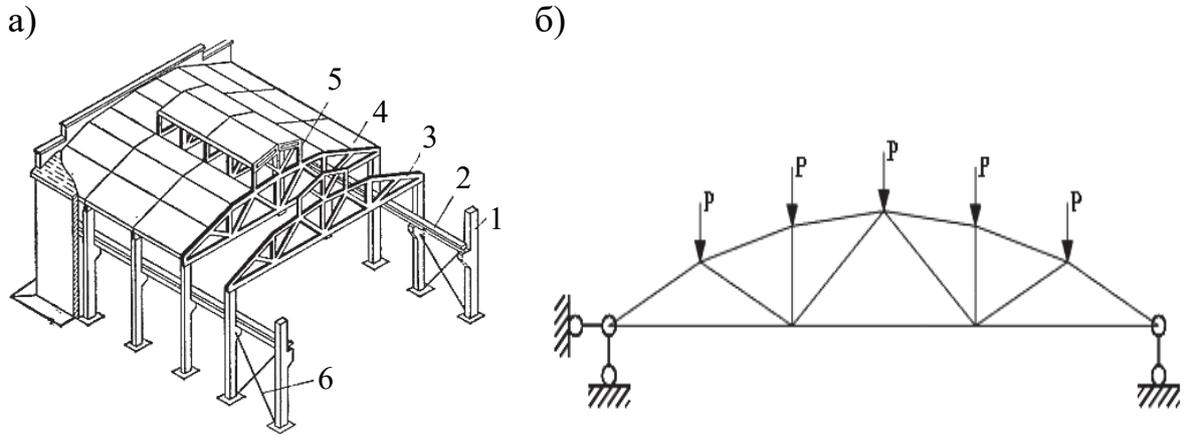


Рис. 1.2. Одноэтажное промышленное здание с железобетонным каркасом:
 а – конструктивная схема здания: 1 – колонна; 2 – подкрановая балка;
 3 – ферма; 4 – плиты покрытия; 5 – рама фонаря; 6 – стальные связи;
 б – расчетная схема стропильной фермы

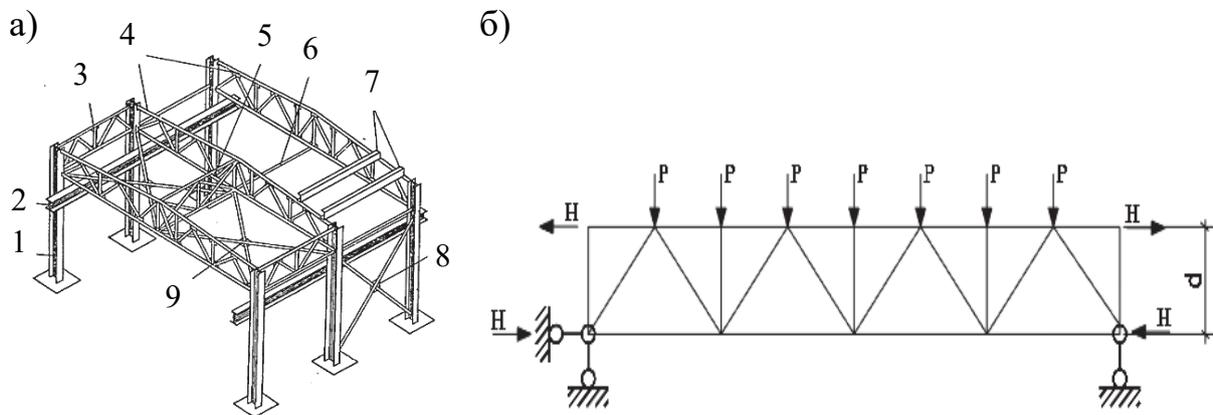


Рис. 1.3. Одноэтажное промышленное здание со стальным каркасом:
 а – конструктивная схема здания: 1 – колонна; 2 – подкрановая балка;
 3, 5 – связевые фермы; 4 – стропильные фермы; 6 – горизонтальные
 распорки; 7 – прогоны; 8 – вертикальные связи; 9 – горизонтальные
 связи; б – расчетная схема стропильной фермы

Стропильная ферма здания с металлическим каркасом (рис. 1.3, а) с целью образования расчетной схемы поперечной рамы с жесткими узлами примыкает к колоннам сбоку. Крайними стойками металлической фермы

являются элементы надкрановых частей колонн. Поэтому статический расчет стропильной металлической фермы должен выполняться или в составе поперечной рамы здания, или по отдельной шарнирно-стержневой расчетной схеме на вертикальные и горизонтальные нагрузки (рис. 1.3, б). Значения горизонтальных внешних нагрузок получают из предварительного статического расчета поперечной рамы, как отношение момента, действующего в уровне условного ригеля рамы (фермы), к расстоянию между поясами фермы: $H = M/d$.

3. При расчете любой конструкции всегда используются три группы уравнений: 1) геометрические (соотношения между деформациями и перемещениями); 2) физические (соотношения между напряжениями и деформациями); 3) статические (уравнения равновесия). При решении большинства учебных задач по расчетам строительных конструкций в вузах обычно используют статические уравнения, иногда геометрические (в методе сил и методе перемещений), а про физические как таковые студентам часто просто не упоминают. *Но на самом деле при формировании (выборе) математической модели (расчетной схемы) конструкции в первую очередь должна быть корректно определена геометрическая модель (вид напряженного состояния, учитываемые в расчете деформации). Также необходимо держать в голове (понимать), какие физические соотношения будут использованы в расчетах.* Если проектировщик не знает, какие соотношения он закладывает в численное решение задачи с помощью специализированной программы, то он просто играет в «русскую рулетку», когда с большой долей вероятности он «проиграет» – выполнит некорректные расчеты. *Поэтому проектировщик должен полностью знать, какие геометрические и физические гипотезы использует конкретный тип КЭ.*

Приведем пример по моделированию железобетонных плит в ПК «Лира-САПР», работающих на изгиб в двух направлениях (плиты перекрытия и покрытия, фундаментные плиты). Тонкие плиты, в которых учитываются только изгибные усилия, моделируются КЭ 11 или КЭ 12. Пластины, в которых необходимо учитывать полную группу внутренних усилий (изгибные и мембранные), моделируются оболочечными КЭ – 41 (прямоугольный), 42 (треугольный), 44 (четырёхугольный).

4. Другим обязательным требованием к квалификации проектировщика является знание им основных положений нормативных документов (СП, ГОСТ и т.д.), регламентирующих деятельность инженера-строителя. *Поэтому, решая любую задачу по расчетам конструкций, необходимо внимательно изучить основные требования нормативных документов, связанных с ней.* Какими бы ни полезными, ясными для понимания были учебники, пособия и другие источники, если хотя бы одно положение нормативного документа не будет соблюдено – экспертиза не примет выполненную работу.

В самом начале работы с ПК «Лира-САПР» необходимо проверить настройку нормативных документов (рис. 1.4).

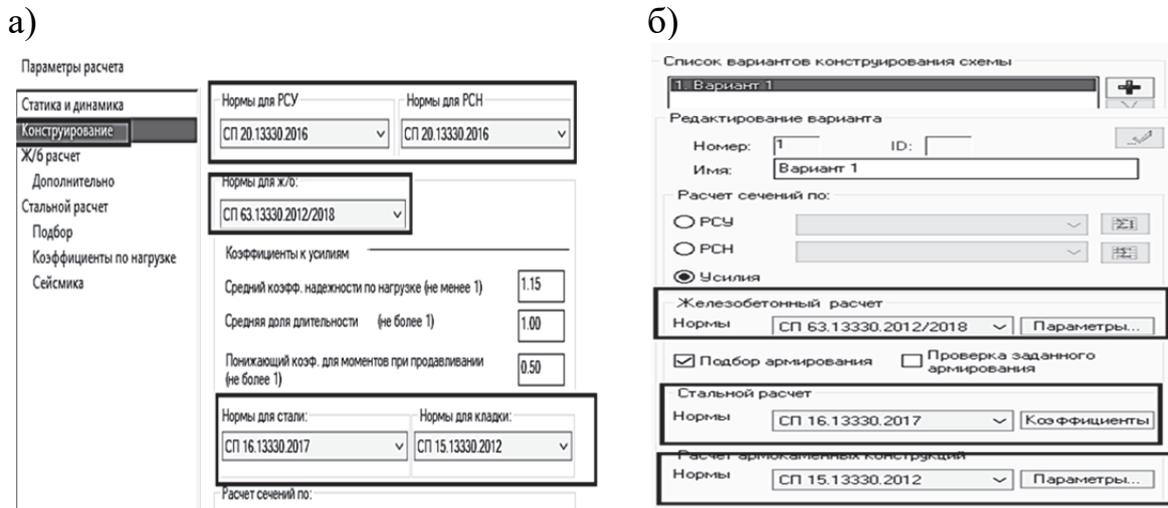


Рис. 1.4. Настройка актуальных нормативных документов в ПК «Лира-САПР»: а – основные настройки программы; б – варианты конструирования

5. Процесс проектирования строительных конструкций состоит обычно из трех этапов: 1) статический (динамический) расчет; 2) конструктивный расчет; 3) конструирование. Необходимо ясно понимать, какие цели решаются на каждом этапе и какие методы (инструменты) при этом используются. *Основной целью статического расчета является определение параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции (усилия, перемещения, напряжения). Основной целью динамического расчета является определение динамических характеристик (частоты, формы, периоды колебаний). Основной целью конструктивного расчета является подбор или проверка сечений для металлических и деревянных конструкций, подбор или проверка армирования для железобетонных конструкций.*

Для решения задач первого этапа в аналитических расчетах обычно используется метод сил или метод перемещений, а в численных расчетах – МКЭ.

Для решения задач второго этапа в аналитических расчетах используются, как правило, уравнения равновесия предельной стадии, а в численных расчетах железобетонных конструкций – нелинейная деформационная модель.

6. Проектировщик должен знать особенности расчета и проектирования конструкций, выполненных из разных материалов:

для железобетонных элементов

- три стадии работы железобетона: 1) расчет образования трещин; 2) расчет прогибов и ширины раскрытия трещин; 3) расчет по прочности и устойчивости;

- учет в расчете по прочности только сжатого бетона (бетон устанавливается преимущественно в сжатую зону, арматура – в растянутую зону);

для металлических конструкций

- различные варианты потери устойчивости;
- различные методики вычисления геометрических характеристик элементов (в первую очередь расчетных длин);

для деревянных конструкций

- учет анизотропности материала (различные сопротивления в зависимости от направления приложенной внешней нагрузки);

- учет ослаблений элементов (коэффициенты ослаблений, методики определения расчетных сечений).

7. Проектировщик должен визуально представлять возможные процессы деформирования и разрушения конструкций. Только тогда он сможет осмысленно выполнять расчеты строительных конструкций, понимая смысл каждой математической формулы.

Один из самых наглядных примеров – расчет металлической балки на устойчивость. Возможны в общем случае три варианта потери устойчивости (рис. 1.5).

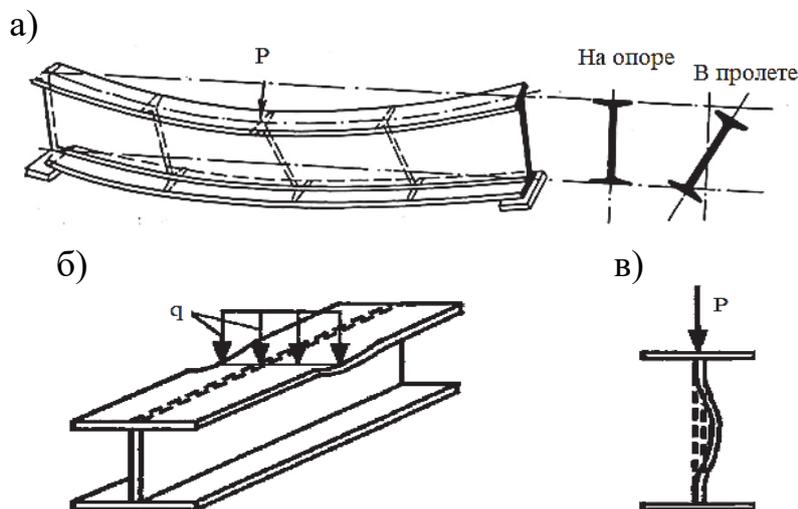


Рис. 1.5. Варианты потери устойчивости металлической балки:
а – общая потеря устойчивости; б – потеря устойчивости стенки;
в – потеря устойчивости сжатой полки

8. Практически все специализированные расчетные комплексы реализуют алгоритмы МКЭ. Одним из основных отличий методики расчета по МКЭ от аналитических расчетов является одновременное использова-

ние трех групп уравнений – статических (динамических), геометрических, физических. Как следствие этого, при формировании исходных данных для расчетного файла необходимо корректно задать (выбрать) много различных параметров. В ПК «Лира-САПР» – это признак схемы, тип КЭ, жесткости, материалы, граничные условия, загрузки, РСУ, РСН, целый ряд коэффициентов и т.д. Любая ошибка может привести к получению неверных результатов расчета.

9. Для гарантии проведения достоверных и надежных расчетов специалист должен иметь программу-инструмент, автоматизирующую аналитические расчеты или просто позволяющую анализировать полученные численные результаты. Многие пользователи думают, что все расчетные комплексы при задании правильных исходных данных безошибочно выполняют расчеты. На самом деле, очень редко, но достаточно регулярно (обычно при выходе новых версий программ) ошибки в численных результатах все же случаются. Кроме того, есть ряд задач, где расчетные комплексы дают значительные погрешности по сравнению с аналитическим расчетом и эти погрешности желательно «отлавливать».

10. Специалист должен иметь *навыки и опыт проведения количественных и качественных проверок, основанных на теоретических знаниях строительной механики и строительных конструкций*. Перечислим самые простые, но от того не менее важные контрольные проверки: картина деформированного состояния, форма эпюр внутренних усилий, значения моментов в шарнирах и жестких заделках.

Далее, согласно приведенным выше основным положениям по выполнению расчетов строительных конструкций, рассмотрим сначала конструктивные схемы многоэтажных железобетонных каркасных зданий. Создадим в ПК «Лира-САПР» пространственные расчетные схемы для рамно-связевого и связевого каркасов и проведем анализ перехода к плоским расчетным схемам отдельных конструкций.

1.2. Конструктивные схемы многоэтажных железобетонных каркасных зданий

1.2.1. Классификация конструктивных схем

Каркасные здания по способу восприятия горизонтальных усилий делят на три группы: 1) связевые; 2) рамные; 3) рамно-связевые (рис. 1.6).

В связевых каркасах сопряжение вертикальных и горизонтальных элементов как в поперечном, так и в продольном направлении является шарнирным. В рамных каркасах все вертикальные и горизонтальные элементы имеют жесткое сопряжение. В рамно-связевом каркасе, как правило,

все узлы поперечных рам являются жесткими, а в продольных рамах вертикальные и горизонтальные элементы соединяются шарнирно.

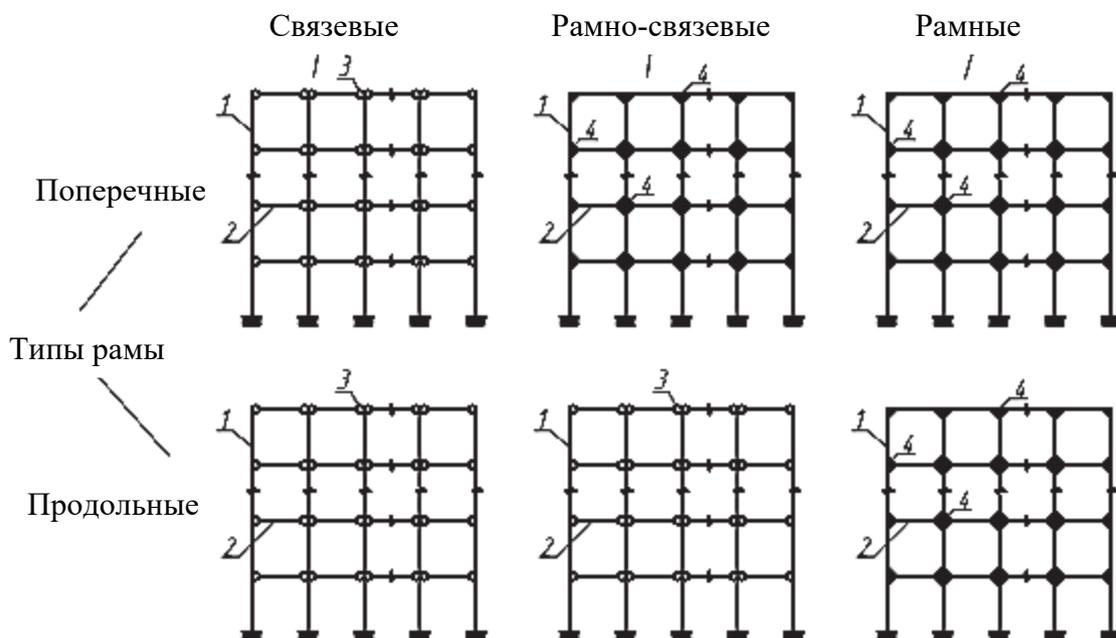


Рис. 1.6. Расчетные схемы каркасных зданий: 1 – колонна; 2 – перекрытие; 3 – шарнирный узел; 4 – жесткий узел

В зависимости от конкретного вида конструктивной схемы разные элементы будут воспринимать горизонтальные нагрузки.

В здании с рамным каркасом (рис. 1.7) все вертикальные и горизонтальные нагрузки воспринимаются поперечными или продольными рамами каркасов с жесткими узлами ригелей перекрытий и колонн с замоноличиванием их стыков.

В здании со связевым каркасом (рис. 1.8) стержневые элементы (колонны и ригели) рассчитываются только на действие вертикальных нагрузок, а вся горизонтальная нагрузка передается на систему продольных и поперечных диафрагм, связей жесткости, соединенную с примыкающими к ним колоннами, при этом соединение колонн и ригелей является шарнирным.

Здание с рамно-связевым каркасом (рис. 1.9) представляет собой пространственную систему, состоящую из плоских поперечных рам с жесткими узлами сопряжения ригеля с колонной, объединенных между собой с помощью плит междуэтажных перекрытий и покрытия, образующих жесткий в своей плоскости диск, и элементов жесткости по колоннам продольного направления. Таким образом, горизонтальные нагрузки воспринимаются как связевой системой диафрагм жесткости, так и рамами каркаса.

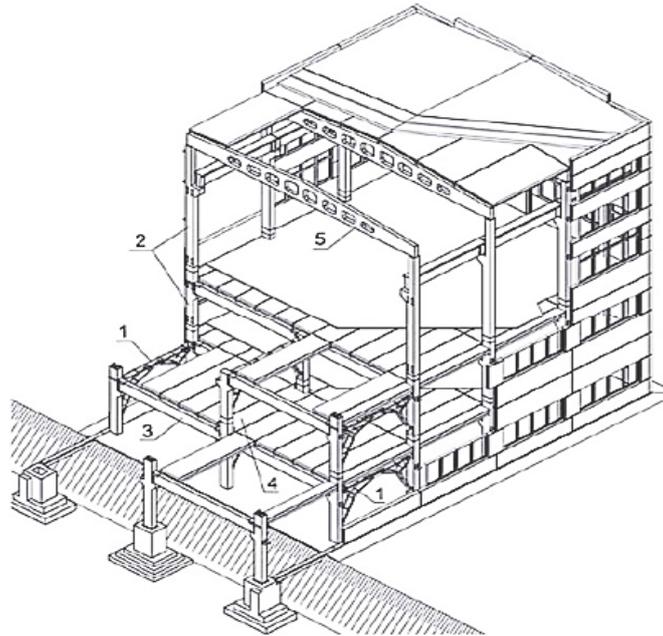


Рис. 1.7. Здание с рамным каркасом (серия 1.420-12):
 1 – вертикальные связи по колоннам; 2 – железобетонные колонны; 3 – железобетонные ригели; 4 – связевые плиты;
 5 – двускатные балки покрытия

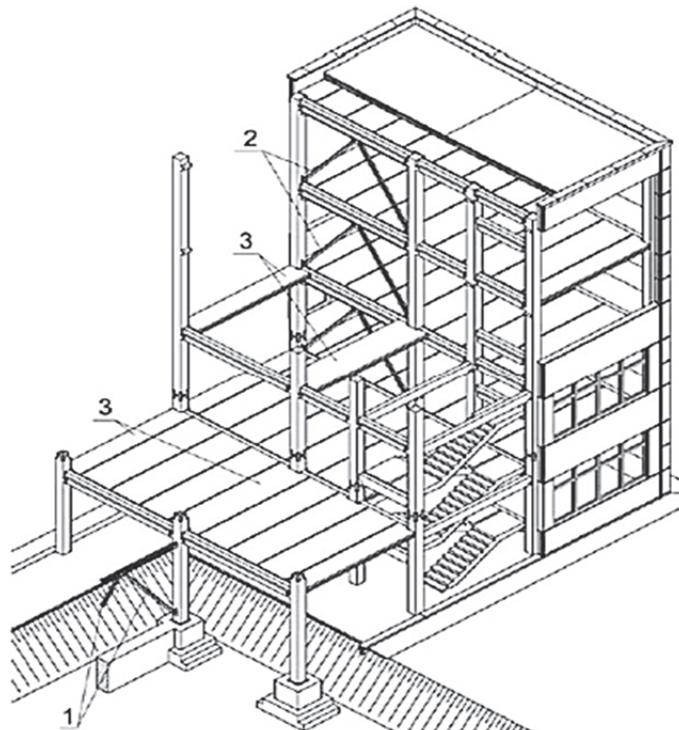


Рис. 1.8. Здание со связевым каркасом (серия 1.020.1):
 1 – продольные связи, расположенные на всех этажах здания;
 2 – поперечные связи, расположенные на всех этажах здания;
 3 – связевые плиты

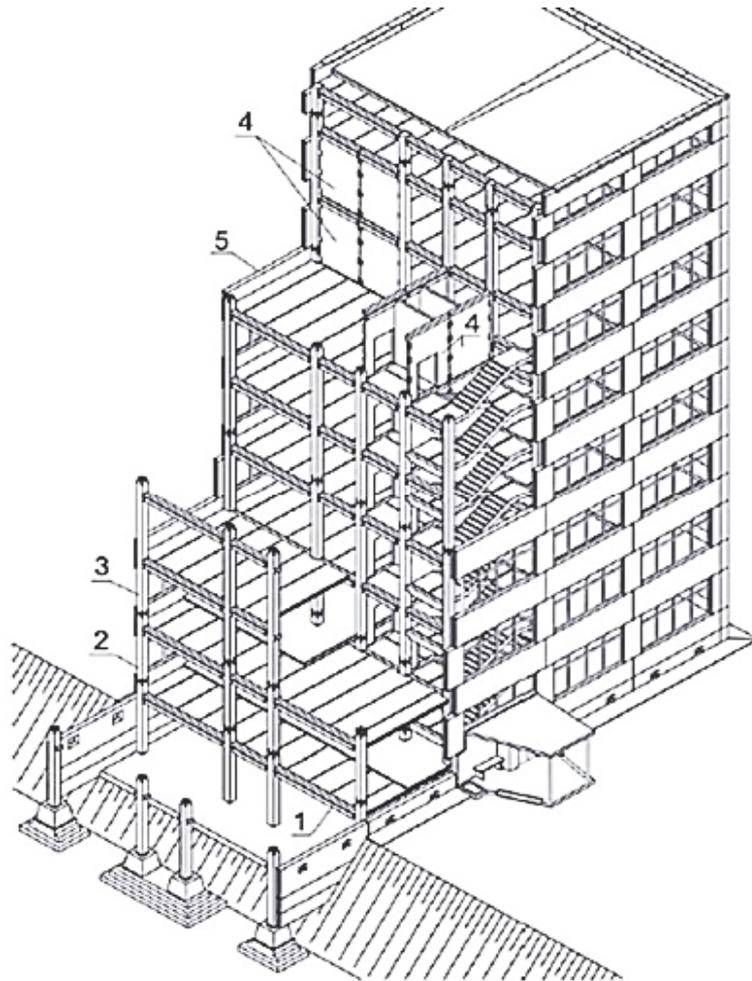


Рис. 1.9. Здание с рамно-связевым каркасом (серия 1.020.1):
 1 – железобетонные ригели; 2 – железобетонные колонны на один этаж; 3 – железобетонные колонны на два этажа; 4 – диафрагмы жесткости; 5 – наружные стеновые панели

В учебном пособии рассматриваются расчеты несущих конструкций двух каркасных многоэтажных зданий:

1. Здание со связевым каркасом [9]. На рис. 1.10 показаны план перекрытия и поперечный разрез здания. Здание имеет 16 этажей, три поперечных и пять продольных пролетов с сеткой колонн $6,3 \times 6$ м. Основные несущие конструкции – многпустотные плиты перекрытия и покрытия, ригели таврового сечения, колонны с короткими консолями, отдельно стоящие столбчатые фундаменты мелкозаложенного.

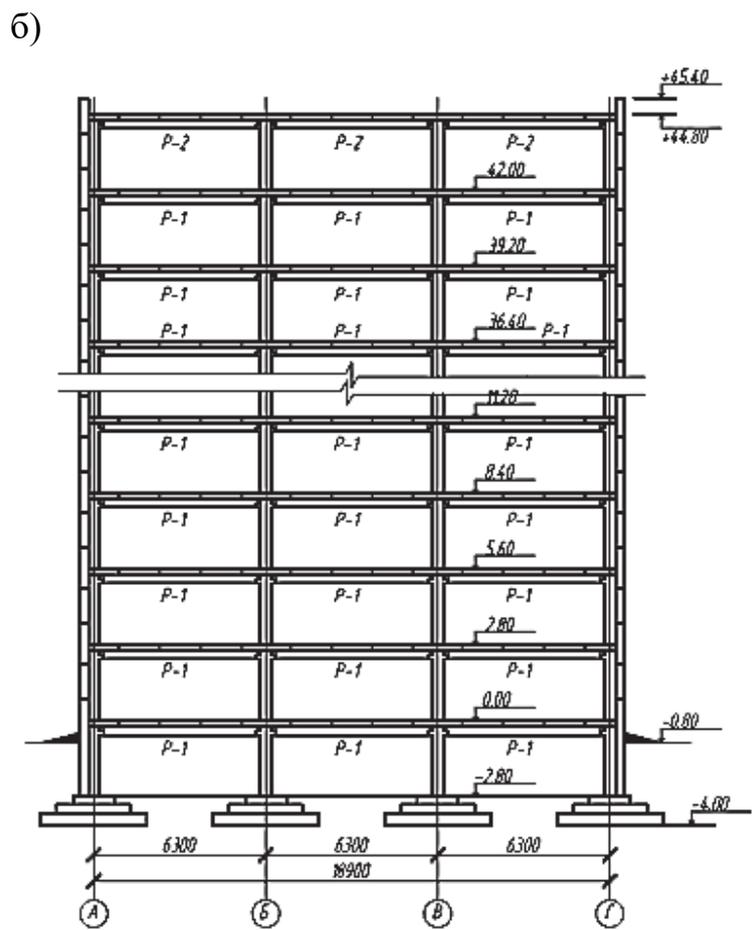
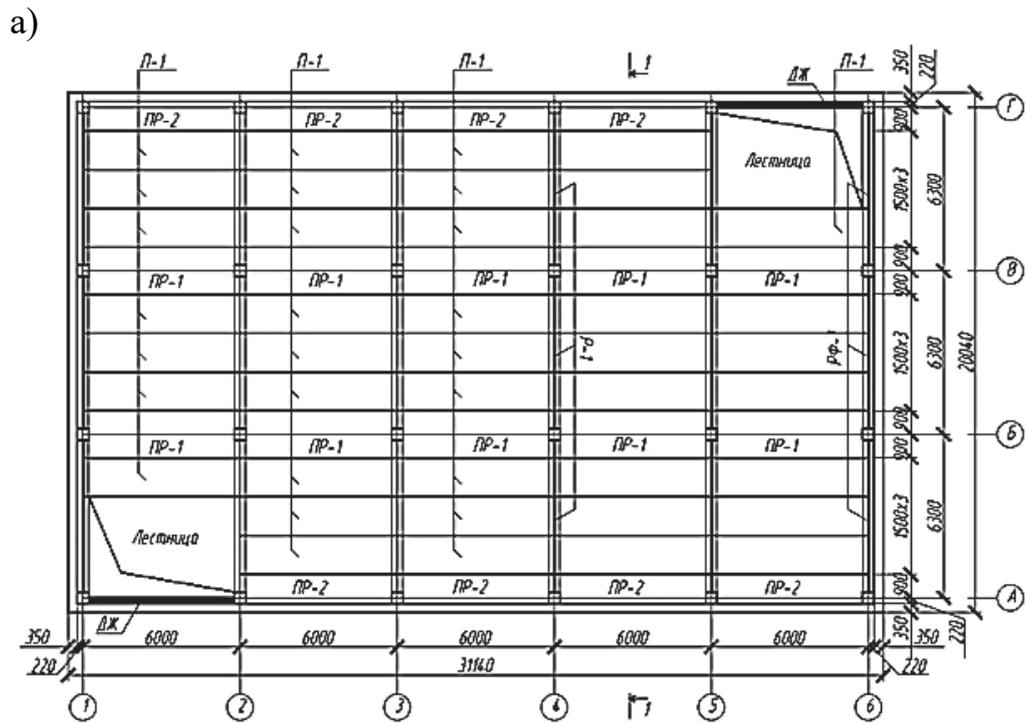


Рис. 1.10. Здание со связевым каркасом:
 а – план перекрытия; б – поперечный разрез

2. Здание с рамно-связевым каркасом [8]. На рис. 1.11 показаны план перекрытия и поперечный разрез здания. Здание имеет три надземных этажа и один подвальный, три поперечных и пять продольных пролетов с сеткой колонн $7 \times 6,2$ м и высотой типового этажа 4,2 м. Основные несущие конструкции – ребристые плиты перекрытия и покрытия, ригели прямоугольного сечения, колонны, отдельно стоящие столбчатые фундаменты мелкого заложения.

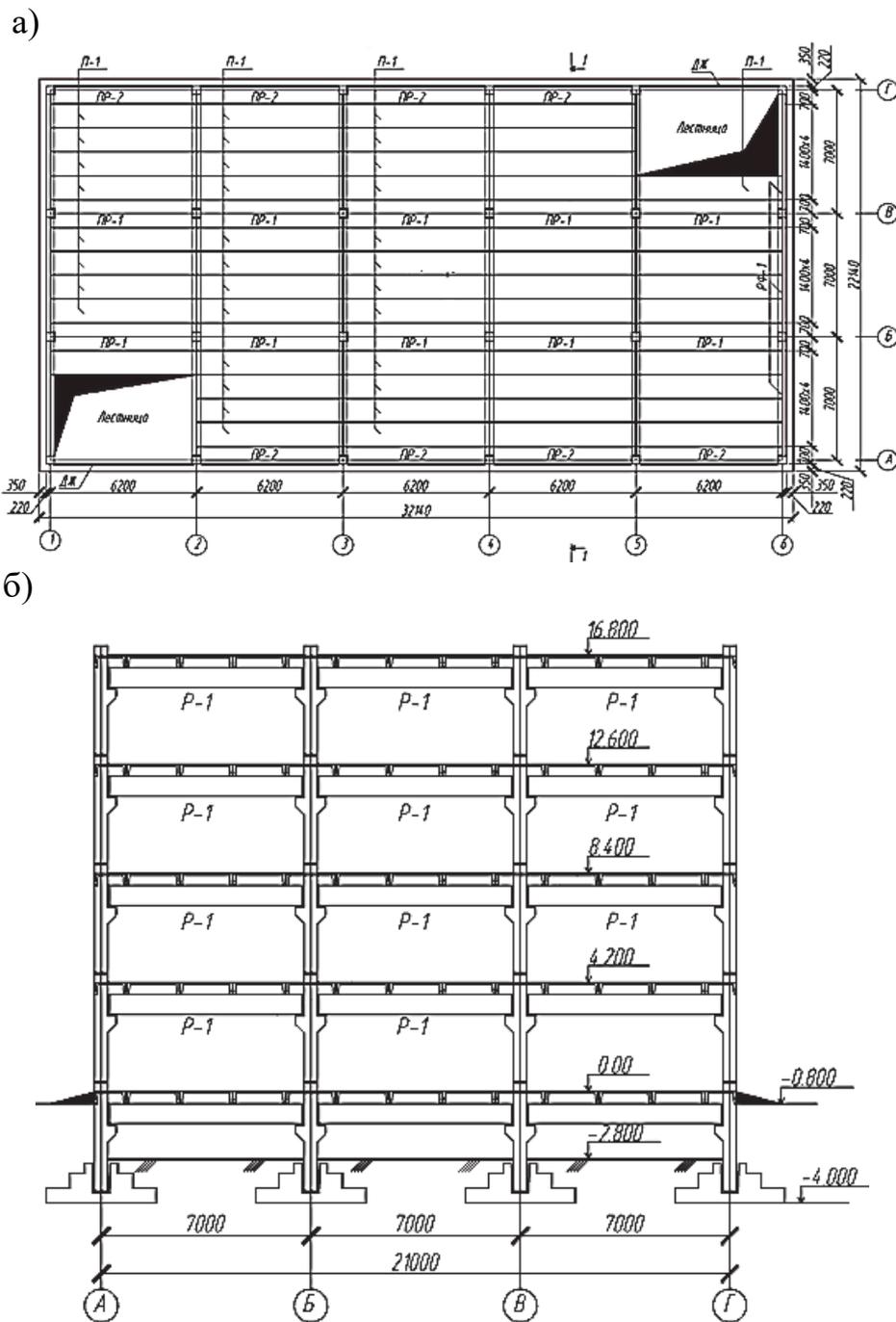


Рис. 1.11. Здание с рамно-связевым каркасом:
а – план перекрытия; б – поперечный разрез

1.2.2. Пространственная модель здания с рамно-связевой схемой в ПК «Ли́ра-САПР»

Основной целью пособия является рассмотрение примеров расчета отдельных железобетонных конструкций по плоским расчетным схемам. Но студенты должны понимать, каким образом осуществляется переход к упрощенным моделям от общей пространственной расчетной схемы здания.

С этой целью в ПК «Ли́ра-САПР» создадим пространственную расчетную модель здания, состоящую только из колонн, ригелей, плит перекрытия. Модель необходима не для выполнения расчетов, а для демонстрации процедур вычленения из нее плоских расчетных схем отдельных конструкций.

Выпишем основные исходные данные для здания с рамно-связевой системой [8]. Число этажей – 4. Высота этажа (длина колонны) $H_{\text{эт}} = 4,2$ м; сетка колонн – $7 \times 6,2$ м (длина ригеля \times длина плиты); сечение колонны $h_c = b_c = 0,4$ м; сечение ригеля $b_b = 0,25$ м, $h_b = 0,6$ м; сечение ребристой плиты примем в виде тавра (рис. 1.2 [8]); класс бетона ригеля и колонны В20; класс бетона плиты В30.

После запуска ПК «Ли́ра-САПР» появится диалоговое окно, в котором необходимо выбрать признак схемы (тип расчетной задачи), задать имя задачи (файла) и при необходимости дать краткое описание задачи (рис. 1.12). Для нашей задачи выбираем признак схемы 5. Также рекомендуется приводить краткое описание задачи, чтобы в дальнейшем было проще понять, какую именно задачу решает данный файл.

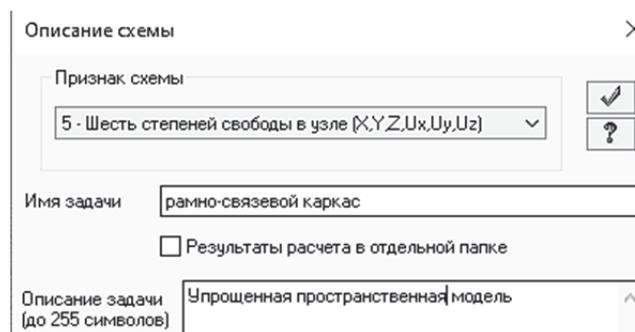


Рис. 1.12. Задание признака схемы

Перед тем как выполнять дальнейшие действия, настоятельно рекомендуем проверить (или исправить) начальные настройки ПК «Ли́ра-САПР» (используемые нормативные документы, размерности). С подробной информацией о начальных настройках ПК «Ли́ра-САПР» можно ознакомиться в п. 2.1.2 [12]. При описании алгоритмов выполняемых задач предполагается, что студент ранее уже выполнял в ПК «Ли́ра-САПР» ста-

тические расчеты фермы, балки, рамы, поэтому детально основы функционала программы здесь не раскрываются. В пособии кратко приводятся сведения по алгоритмам решаемых задач, а особое внимание уделяется анализу получаемых результатов численных расчетов и сравнению с аналитическими решениями.

Геометрическую схему каркаса создадим с помощью окна «Генерация пространственных рам». Откроем это окно щелчком левой кнопки мыши по пиктограмме , расположенной на закладке «Создание».

В открывшемся окне зададим шаг по осям Ox и Oy , размеры и количество поперечного и продольного пролетов, по оси Oz – высоту и количество этажей (рис. 1.13). При этом снимем отметки с опций «Создавать плиты перекрытия и разбивать стержни» и «Создавать фундаментную плиту». Вертикальную отметку начального узла зададим равной $-2,8$ (отметка низа подвального этажа).

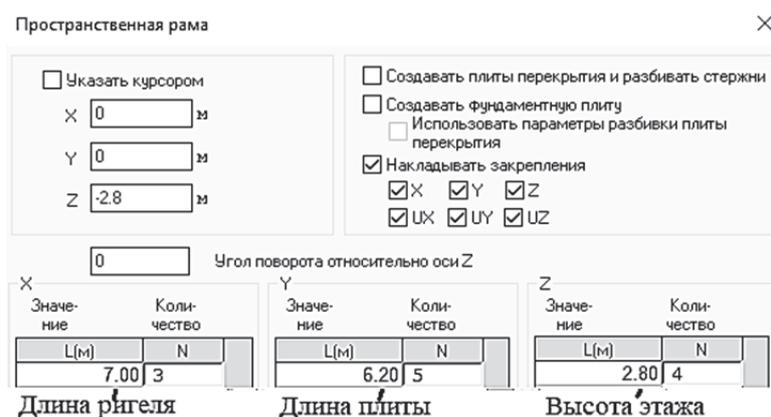


Рис. 1.13. Задание геометрии

После применения команды в рабочем поле отобразится созданная геометрическая схема (рис. 1.14).

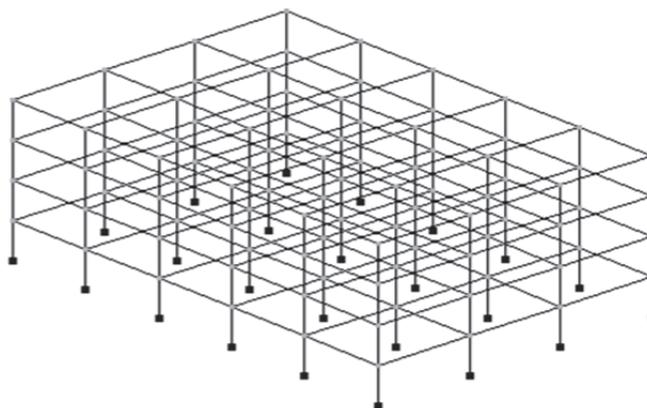


Рис. 1.14. Геометрическая схема

Зададим три жесткости (колонна, ригель, плита) с помощью диалогового окна «Жесткости и материалы» – закладка «Жесткости» (рис. 1.15).

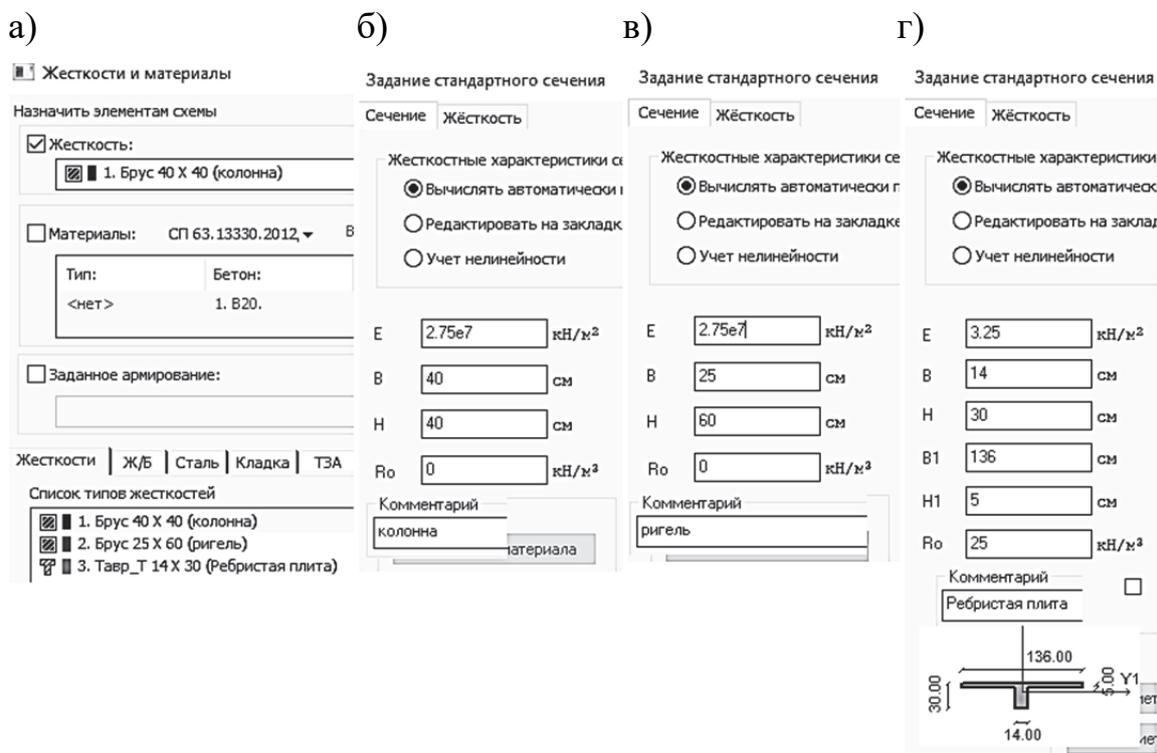


Рис. 1.15. Окна: а – «Жесткости и материалы»; б – жесткости колонны; в – жесткости ригеля; г – жесткости плиты

Далее последовательно присвоим созданные жесткости колоннам, плитам и ригелям. Для этого последовательно выделим сначала все элементы, моделирующие колонны (вертикальные элементы), и при текущей жесткости «Колонны» применим действие. Далее аналогичную операцию необходимо провести для ригелей (горизонтальные элементы по оси Ox) и плит (горизонтальные элементы по оси Oy).

После назначения жесткостей желательно провести контроль выполненной операции. Это можно сделать различными способами: просмотром созданной 3D-модели, выводом на экран номеров или цветов жесткостей. На рис. 1.16 показана 3D-модель созданной расчетной схемы.

Созданная модель не полностью отображает реальную расчетную стержневую схему здания. Программа автоматически создала все колонны и ригели, а вот плиты перекрытия (покрытия) «разложила» только по осям. Поэтому дальше растиражируем плиты перекрытия, учитывая тот факт, что стержни (моделирующие плиты) должны быть расположены с шагом, равным 1,4 м (ширина плиты).

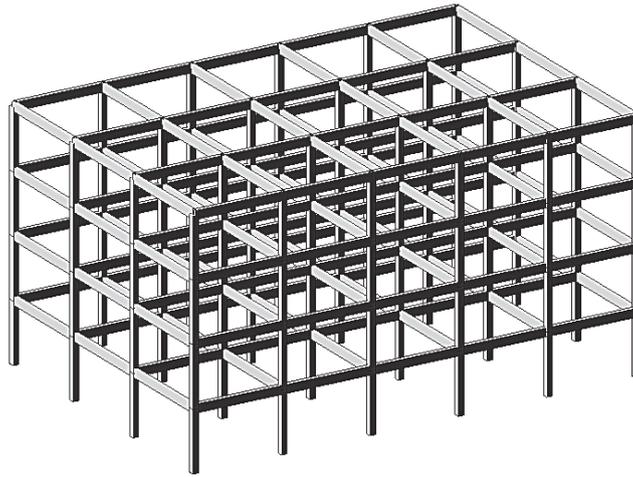


Рис. 1.16. Пространственная модель (3D-графика) здания

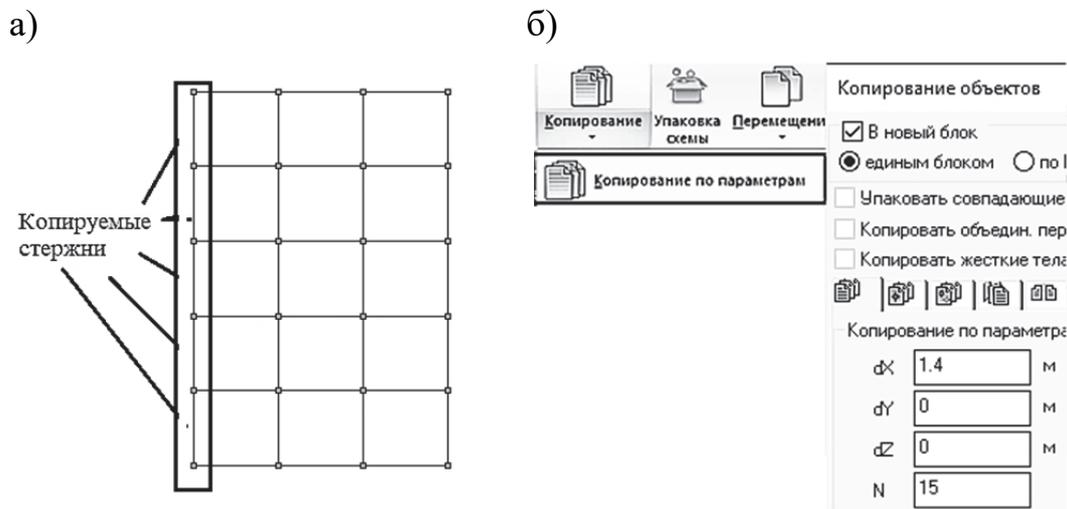


Рис. 1.17. Копирование плит перекрытия и покрытий:
а – копируемые стержни; б – параметры копирования

Операция копирования будет состоять из следующих этапов:

1. Отображение расчетной схемы на плоскость Oxy – пиктограмма  на панели «Проекция».
2. Выбор стержней, расположенных на крайней левой вертикальной оси здания (рис. 1.17, а).
3. Копирование стержней по оси Ox с шагом 1,4 м в количестве пятнадцати: пять плит в каждом поперечном пролете (рис. 1.17, б).
4. Выполнение команды упаковки (удаления совпадающих узлов и элементов, полученных в результате копирования) с помощью пиктограммы «Упаковка» , расположенной на панели «Редактирование».

5. Расчетная схема здания практически создана, но мы не учли тот факт, что сборные плиты опираются на ригели шарнирно. Плиты крепятся к ригелям сваркой на закладных деталях, которые не могут воспринимать изгибающие моменты, и поэтому далее необходимо для всех плит создать шарниры (в начальном и конечном узлах КЭ по оси Oy).

Для задания шарниров первоначально выделим плиты на расчетной схеме. Один из самых простых способов выделения элементов (узлов) – это включение команды «Полифильтр»  на панели «Выбор». Далее на закладке для элементов отметим опцию «По типу жесткости» (рис. 1.18).

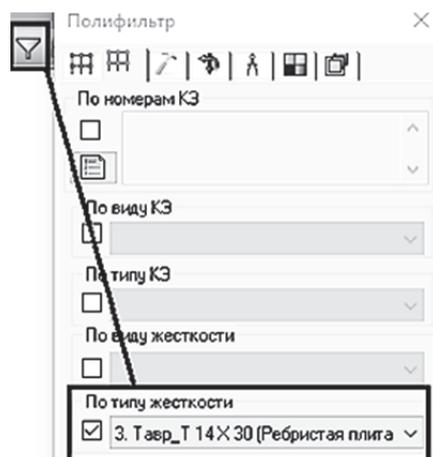


Рис. 1.18. Выделение плит здания с помощью команды «Полифильтр»



Рис. 1.19. Задание шарниров для плит

После того как все плиты оказались выделены, зададим для них шарниры, открыв диалоговое окно «Шарниры» с помощью пиктограммы  (рис. 1.19).

В результате проведенных операций мы получили пространственную расчетную схему здания с рамно-связевым каркасом (рис. 1.20).

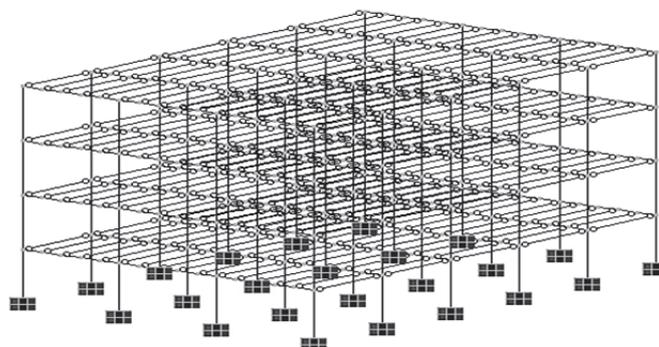


Рис. 1.20. Пространственная расчетная схема рамно-связевого каркаса

Выведем далее на экран последовательно проекции этой расчетной схемы на три стандартные плоскости (рис. 1.21).

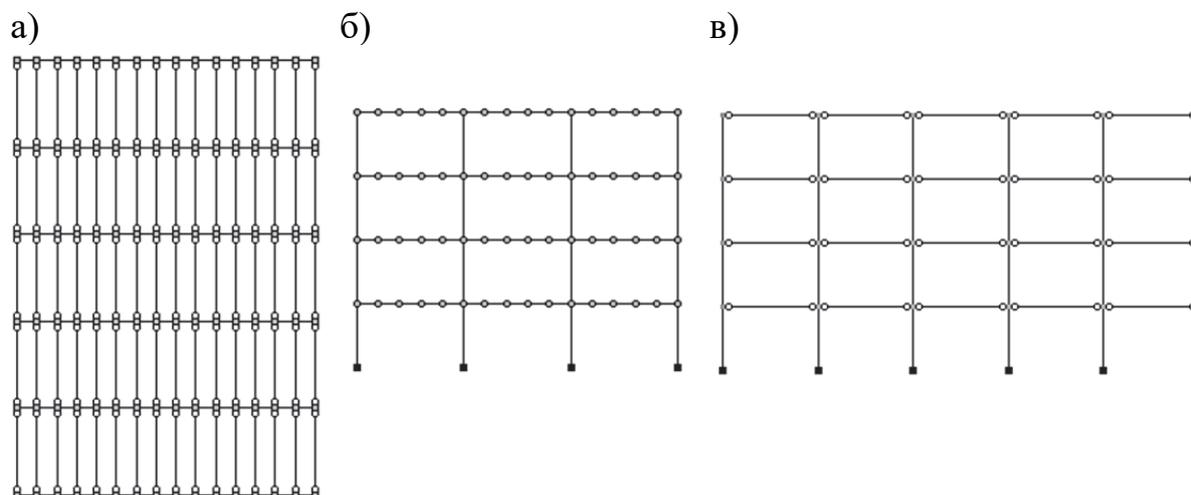


Рис. 1.21. Проекция пространственной расчетной схемы:
а – на плоскость xOy ; б – на плоскость xOz ; в – на плоскость yOz

Вертикальные проекции практически совпадают с рис. 1.6 (для рамно-связевого каркаса), за исключением не совсем понятных промежуточных шарниров в ригелях. Фактически никаких шарниров в ригелях нет, так как это просто отображение примыкающих шарниров, заданных в плитах.

В дальнейших разделах пособия мы будем обращаться к этой созданной пространственной расчетной схеме для объяснения принципов выбора плоских расчетных схем отдельных конструкций.

1.2.3. Пространственная модель здания со связевой схемой в ПК «Лира-САПР»

В этом пункте приведем краткие сведения (рисунки со «скриншотами» выполняемых операций) по созданию пространственной модели здания со связевым каркасом. Сама процедура разработки абсолютно идентична вышеописанной, за одним главным исключением: шарниры врезаются не только для плит, но и для ригелей.

Исходные данные для здания со связевой системой взяты из методических указаний [9]. Число этажей – 16. Высота этажа (длина колонны) $H_{эт} = 2,8$ м. Сетка колонн – $6,3 \times 6$ м (длина ригеля \times длина плиты). Расчетные сечения ригеля и многопустотной плиты приведены ниже на рис. 1.22. Класс бетона ригелей В30, колонн В50, плит перекрытия и покрытия В20.

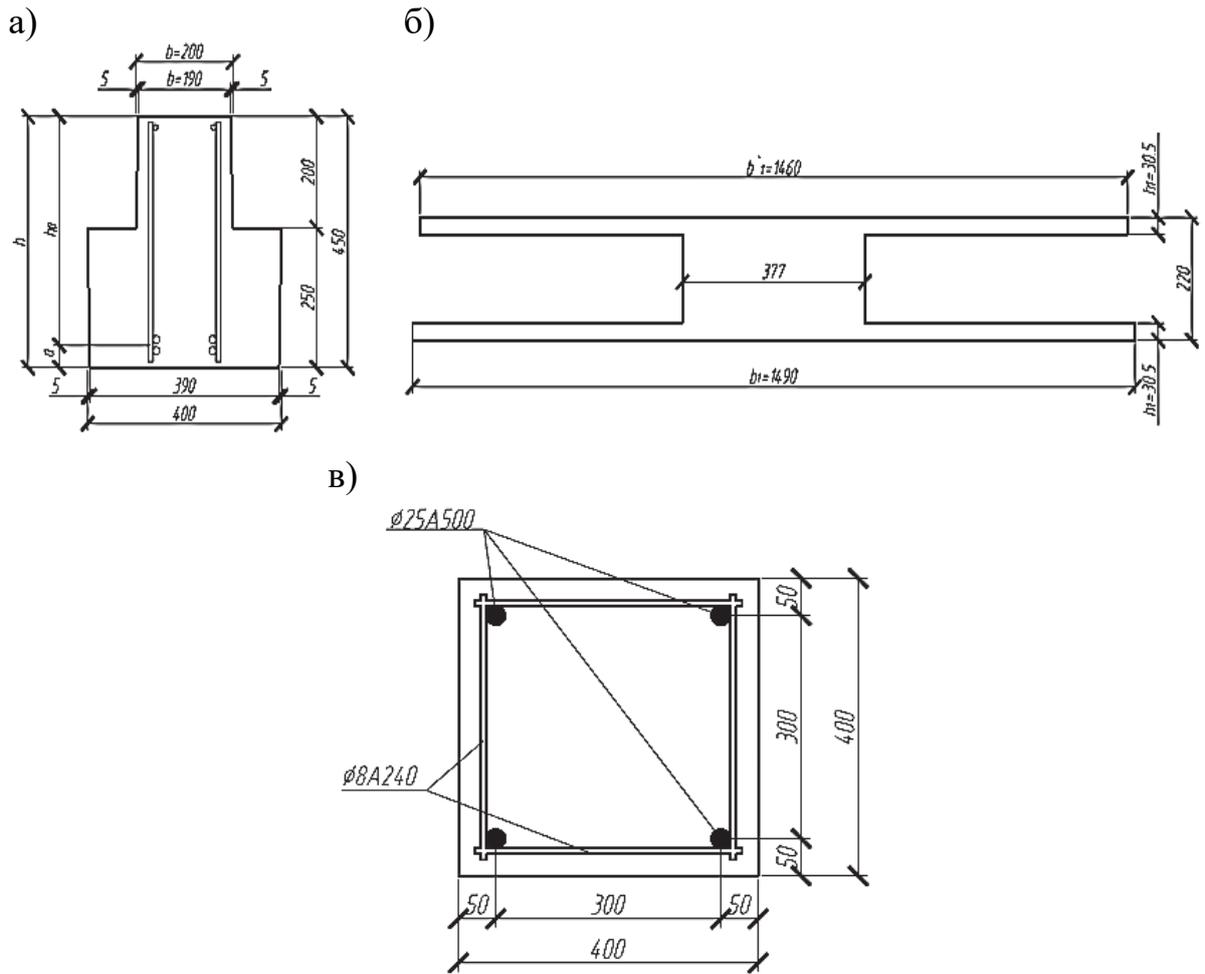


Рис. 1.22. Расчетные сечения конструкций связевого каркаса:
 а – для ригеля связевого каркаса; б – для многопустотной плиты;
 в – для колонны

Алгоритм разработки пространственной модели здания со связевым каркасом:

1. Создание новой задачи в ПК «Ли́ра-САПР» с признаком схемы 5 (рис. 1.23).

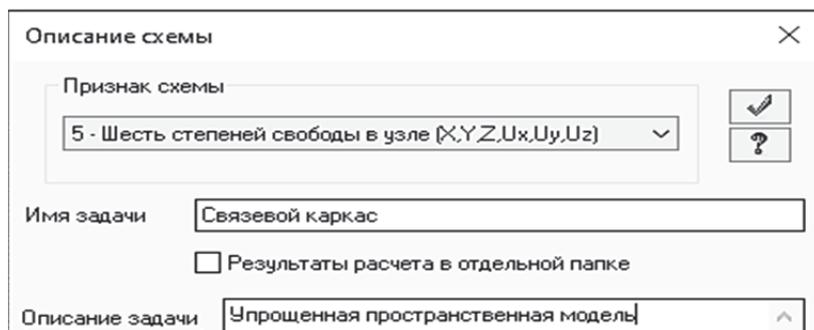


Рис. 1.23. Задание признака схемы для новой задачи

2. Создание геометрической схемы каркаса с помощью окна «Генерация пространственных рам» (рис. 1.24).

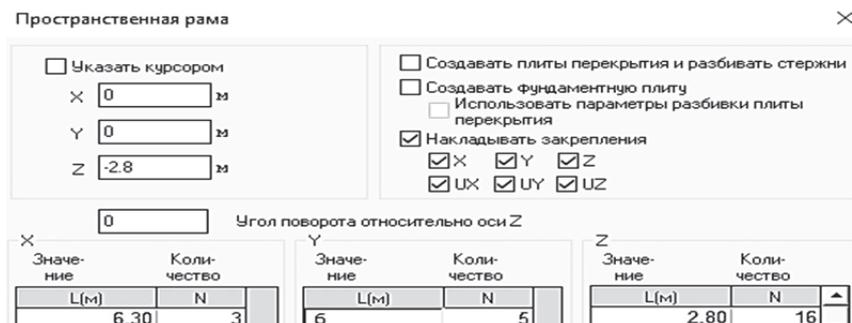


Рис. 1.24. Задание геометрии здания со связевым каркасом

3. Создание жесткостей для колонн, ригелей, плит связевого каркаса с помощью диалогового окна «Жесткости и материалы» – закладка «Жесткости» (рис. 1.25).

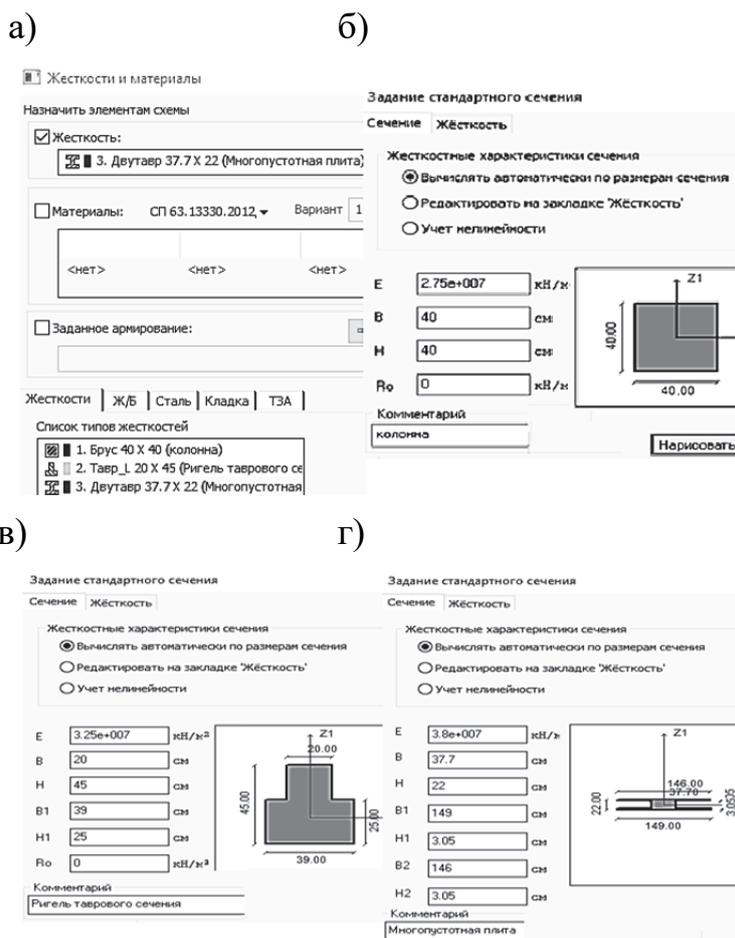


Рис. 1.25. Окна: а – «Жесткости и материалы»; б – жесткости колонны; в – жесткости ригеля; г – жесткости плиты

4. Задание жесткостей колоннам, плитам, ригелям (последовательное выделение определенной группы элементов и присваивание соответствующей жесткости).

5. Контроль задания жесткостей (визуализация 3D-графики, вывод номеров или цвета жесткостей).

6. Задание шарниров для ригелей. Эту операцию необходимо выполнить до того, как будут созданы плиты в пролетах, которые автоматически «дробят» ригели на отдельные КЭ, тогда трудоемкой будет задача выделения сечения ригелей в местах стыковки с колоннами.

7. Тиражирование плит перекрытия (покрытия) крайнего левого ряда с помощью операции «Копирование по параметрам» с шагом, равным 1,26 м (рис. 1.26).

8. Упаковка схемы с помощью пиктограммы «Упаковка» , расположенной на панели «Редактирование» (с целью удаления совпадающих узлов и элементов, полученных в результате копирования).

9. Задание шарниров для всех плит (в начальном и конечном узлах каждой плиты).

В результате выполненных операций мы должны получить трехмерную пространственную модель здания со связевым каркасом (рис. 1.27).

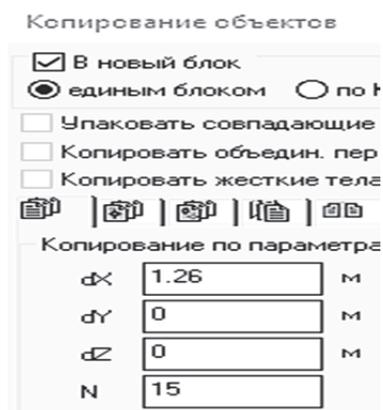


Рис. 1.26. Окно параметров копирования плит перекрытия и покрытий

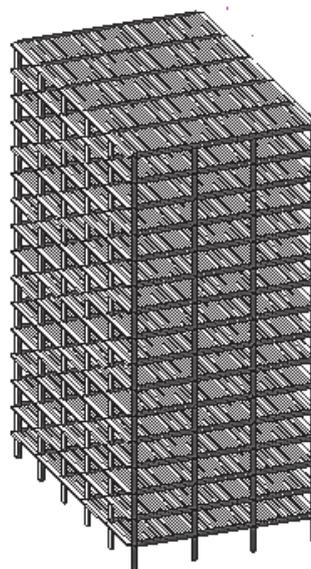


Рис. 1.27. 3D-графика пространственной модели связевого каркаса

Выведем далее на экран последовательно проекции созданной расчетной схемы связевого каркаса на три стандартные плоскости (рис. 1.28).

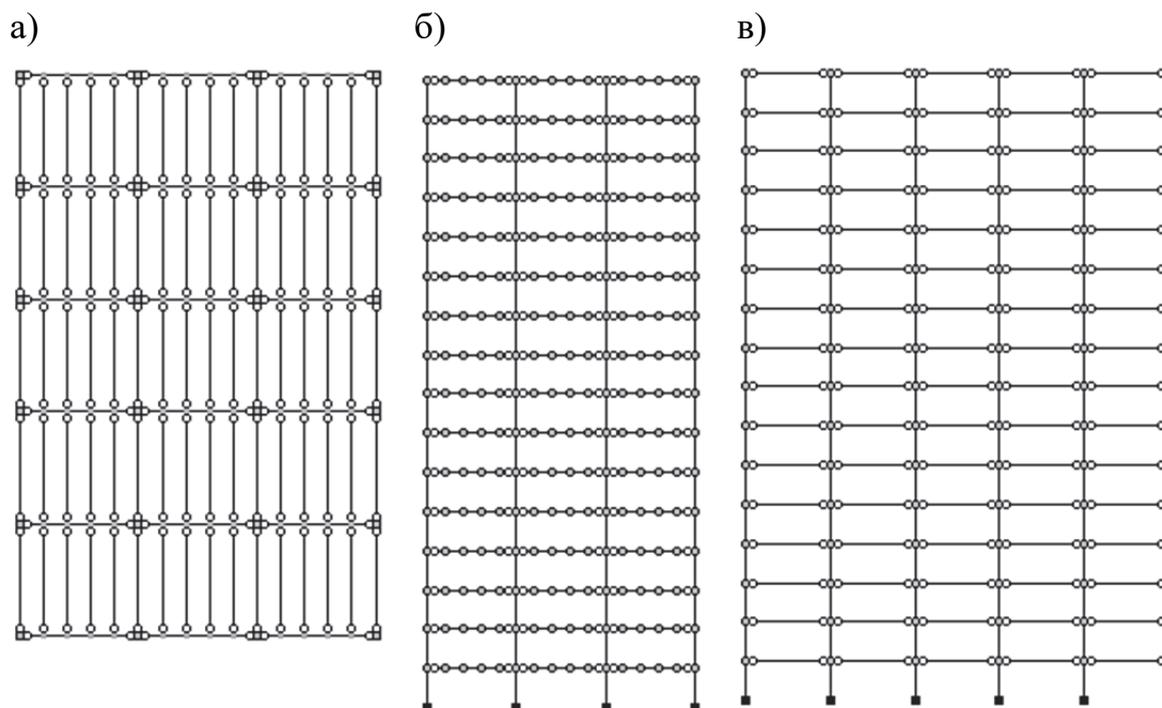


Рис. 1.28. Проекция пространственной расчетной схемы:
 а – на плоскость xOy ; б – на плоскость xOz ; в – на плоскость yOz

Вертикальные проекции практически совпадают с рис. 1.6 (для связевого каркаса). «Лишние» шарниры в промежуточных сечениях ригеля – это так же, как и для связевого каркаса, лишь проекции шарниров примыкания плит к ригелям, а не фактические шарниры в самих ригелях.

После того как мы определились с упрощенными пространственными стержневыми расчетными схемами зданий с рамно-связевым и связевым каркасами, рассмотрим в следующем подразделе базовые сведения о МКЭ на примере расчета железобетонной балки.

1.3. Расчет строительных конструкций методом конечных элементов

1.3.1. Основная идея метода конечных элементов. Расчет балки методом конечных элементов в программе MathCAD

Первое практическое применение МКЭ было связано с решением задач космических исследований в 1950 гг. Сейчас МКЭ широко применяется для решения технических задач практически во всех сферах деятельности человечества. Поэтому по МКЭ в открытом доступе есть большое множество монографий, учебников, пособий. Но большинство из них рассматривают в основном теоретические вопросы математической сути

МКЭ, а приводимые численные решения, как правило, заканчиваются на определении неизвестных МКЭ в узлах расчетной схемы (перемещений или усилий). Тогда как в инженерных задачах конечным результатом статического или динамического расчетов является задача определения всех параметров НДС по области исследуемого объекта.

Еще более острой проблемой для эффективного, а главное, надежного применения МКЭ для решения инженерных задач является практическое отсутствие литературы, где бы описывались внутренние алгоритмы специализированных расчетных комплексов. Например, для ПК «Ли́ра-СА́ПР» имеются десятки учебных пособий, но практически все они описывают в основном только функционал программы. Это касается и вопроса того, как ПК «Ли́ра-СА́ПР» решает задачу конструктивного расчета элементов. Поэтому в приведенном ниже примере постараемся делать как можно более полные пояснения для раскрытия сути проводимых численных расчетов. Главная цель этого – понимание пользователем действий, которые производит ПК «Ли́ра-СА́ПР» в ответ на конкретную выполненную команду.

Рассмотрим суть МКЭ на примере статического расчета однопролетной железобетонной балки пролетом $L = 6$ м, нагруженной сосредоточенной внешней силой $P = 28$ кН (рис. 1.29). Размеры поперечного сечения балки: $b = 0,25$ м, $h = 0,6$ м. Балка выполнена из бетона класса В20 с модулем упругости $E = 2,75 \cdot 10^7$ кПа. В линейном статическом расчете МКЭ армирование железобетонных элементов не учитывается в жесткостных характеристиках сечения. Армирование вносит свой вклад в общую жесткость сечения только в задачах расчета железобетонных конструкций с учетом физической нелинейности.

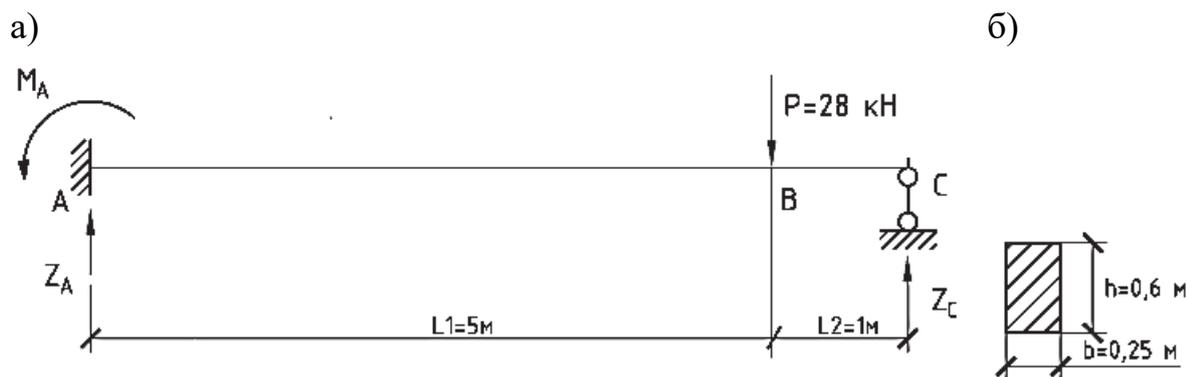


Рис. 1.29. К статическому расчету балки: а – расчетная схема балки; б – сечение балки

Балка жестко закреплена в крайнем левом узле и имеет шарнирно-подвижное опирание в крайнем правом. Жесткая заделка исключает все

виды перемещений, вертикальная шарнирно-подвижная опора допускает продольное перемещение и угол поворота сечения балки.

Рассматриваемая балка является однократно статически неопределимой. Общее число неизвестных реактивных усилий равно четырем (три реакции в заделке и одна в шарнирно-подвижной опоре), а число независимых уравнений статики для плоской задачи равно трем. Поэтому внутренние усилия в балке удобнее всего найти с помощью метода сил. Аналитическое решение для рассматриваемой расчетной схемы известно и входит в таблицу готовых решений, которые использует в своем алгоритме классический метод перемещений строительной механики.

Рассмотрим пример расчета балки МКЭ в программе MathCAD. Сначала просто перечислим основные этапы расчета стержневых конструкций МКЭ, а затем дадим им подробное объяснение и пошагово приведем численное решение задачи. Будут приводиться скриншоты вычислений в программе MathCAD, которые необходимо будет повторить студентам.

Метод конечных элементов в зависимости от того, что принимается в нем за основные неизвестные, имеет две формы: 1) форму метода перемещений; 2) форму метода сил. В МКЭ в форме метода сил неизвестными являются усилия в узлах расчетной конечно-элементной схемы. В МКЭ в форме метода перемещений неизвестными являются перемещения в узлах расчетной конечно-элементной схемы. Наибольшее практическое применение в численных расчетах строительных конструкций имеет МКЭ в форме метода перемещений, так как он имеет ясную физическую трактовку и удобные алгоритмы расчетов.

Программный комплекс «Ли́ра-САПР» (как и большинство других расчетных) реализует МКЭ именно в форме метода перемещений.

Основное уравнение МКЭ для задач статики имеет вид

$$K_s \cdot Z = P,$$

где K_s – матрица жесткости конструкции (квадратная матрица, порядок которой равен общему числу неизвестных узловых перемещений); Z – вектор неизвестных узловых перемещений; P – вектор внешних узловых сил.

По мере решения задачи будем акцентировать внимание на основных теоретических положениях, которые раскрывают суть МКЭ. Рассматриваемая задача статического расчета относительно простая, но именно эта простота позволяет численно отследить все этапы реализации алгоритма МКЭ.

Алгоритм расчета балки МКЭ:

1. Задание исходных численных данных (геометрия, жесткости, нагрузки).
2. Разбиение конструкции на отдельные КЭ.
3. Формирование матриц жесткости отдельных КЭ.

4. Формирование матриц жесткости отдельных КЭ с учетом совместности перемещений и граничных условий.
5. Формирование общей матрицы жесткости конструкции.
6. Формирование вектора внешних узловых усилий.
7. Решение уравнения МКЭ.
8. Формирование векторов узловых перемещений для отдельных КЭ.
9. Вычисление (построение) линий прогибов, углов поворота сечений, кривизн балки.
10. Вычисление (построение) функции распределения изгибающих моментов по длине балки.

Расчет балки МКЭ в программе MathCAD:

1. Зададим исходные данные для расчета балки (рис. 1.30).

$$\begin{aligned}
 \text{Длина балки } L &= 6 \text{ м} & L &:= 6 \text{ м} \\
 \text{Внешняя нагрузка } P &:= 28 \text{ кН} \\
 \text{Ширина сечения балки } b &:= 0.25 \text{ м} \\
 \text{Высота сечения балки } h &:= 0.6 \text{ м} \\
 \text{Класс бетона } & \text{B20} \\
 \text{Модуль упругости бетона B20 } E &:= 2.75 \cdot 10^7 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \\
 \text{Момент инерции сечения балки } I &:= \frac{b \cdot h^3}{12} = 0.0045 \text{ м}^4 \\
 \text{Изгибная жесткость сечения балки } EI &:= E \cdot I = 123750 \text{ кН} \cdot \text{м}^2
 \end{aligned}$$

Рис. 1.30. Исходные данные для расчета балки МКЭ

При расчете балки МКЭ в программе MathCAD будем учитывать только изгибную жесткость в плоскости Oxz , в которой происходит изгиб. ПК «Лири-САПР» автоматически формирует полную группу жесткостей для заданного поперечного сечения: изгибные, продольные, сдвиговые, крутильные. Но в расчете МКЭ фактически будут участвовать только те жесткости, которые необходимы для формирования матриц жесткости конкретного типа КЭ. Так, например, для моделирования работы элементов плоской фермы, в которых возникают только продольные усилия растяжения-сжатия, для расчетов будет необходима только продольная жесткость.

Ниже на рис. 1.31 показаны жесткостные характеристики, вычисленные в ПК «Лири-САПР», для поперечного сечения рассматриваемой балки.

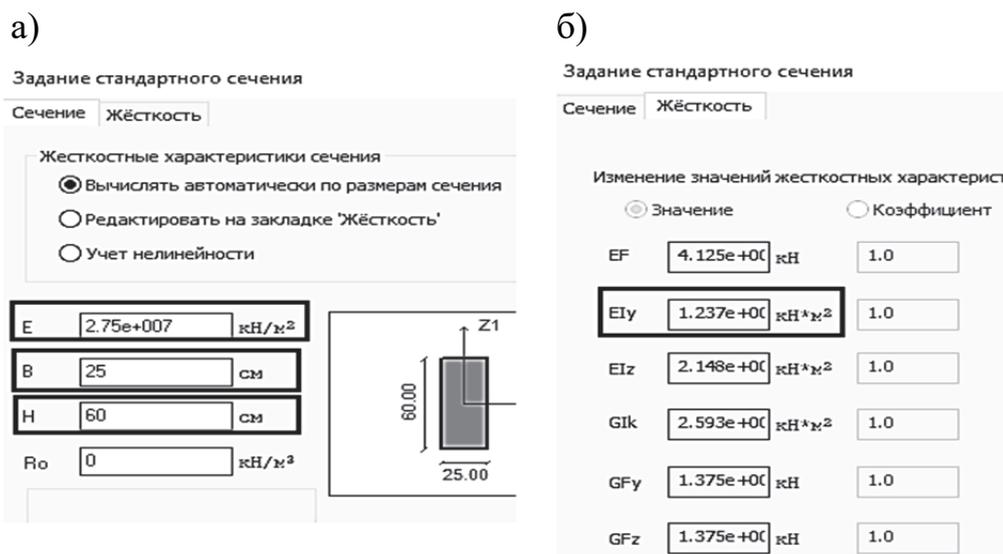


Рис. 1.31. Жесткости сечения балки: а – исходные численные данные; б – автоматически вычисленные программой жесткости

Хотя основное назначение ПК «Лира-САПР» – это полноценный расчет строительных конструкций, но ее можно также эффективно использовать и для решения частных задач, например для автоматического вычисления жесткостных характеристик сечений сложной формы. Особенно это актуально для металлических конструкций с составными сечениями.

Кроме того, необходимо дать пользователям программы очень важный совет: *обязательно контролируйте правильность заданных жесткостей в ПК «Лира-САПР»*. Выполняйте расчеты жесткостных характеристик параллельно в одном из расчетных калькуляторов типа программы *MathCAD*.

2. Разобьем балку на два КЭ. Само название МКЭ объясняется тем, что он предполагает разбиение конструкции на отдельные простые объекты – КЭ. Такая процедура разбиения называется дискретизацией. КЭ объединяются в расчетную модель в определенных точках, называемых узлами.

На рис. 1.32 показаны два КЭ, каждый из которых имеет по четыре степени свободы (по две в каждом узле).

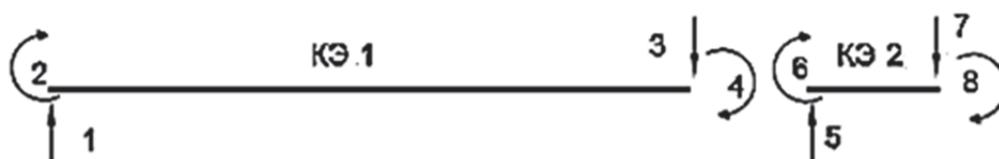


Рис. 1.32. Разбиение балки на два КЭ: 1, 3, 5, 7 – неизвестные линейные перемещения; 2, 4, 6, 8 – неизвестные угловые перемещения

В задачах расчета поперечного изгиба учитываются только нормальные перемещения и углы поворота сечений. Продольными перемещениями в этой задаче мы пренебрегаем. При решении этой же задачи в ПК «Лира-САПР» в расчетах продольные перемещения будут учитываться, но в итоге все они получатся нулевыми. Поэтому для данного этапа МКЭ, когда мы имеем два необъединенных КЭ, общее число неизвестных МКЭ будет равно восьми.

Сделаем еще небольшое пояснение по термину «узел». Хотя узлы на расчетных схемах изображаются в виде точек, но фактически они представляют сечение КЭ. Поэтому когда мы говорим «поворот узла», то фактически это означает «поворот сечения КЭ» (для точки понятие «поворот» не имеет физического смысла).

Ниже на рис. 1.33 показана процедура задания в MathCAD общего числа КЭ и вектора с их длинами.

$$\text{NFE} := 2 \quad \text{Цикл по числу КЭ} \quad i := 1.. \text{NFE} \quad L := \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ м}$$

Рис. 1.33. Задание геометрии расчетной схемы

Дискретизация расчетной схемы на отдельные КЭ – это первая идея, в которой заключается суть МКЭ. Для определения параметров НДС отдельной конструкции, здания, сооружения предлагается разбить его на мелкие объекты (КЭ), для которых имеется готовое аналитическое решение. Геометрия КЭ зависит от исходной математической модели объекта. Стержневые строительные конструкции разбиваются на стержневые КЭ. Стены, монолитные плиты перекрытий и покрытий, диафрагмы жесткости, фундаментные плиты разбиваются на пластинчатые КЭ. Оболочечные конструкции в ПК «Лира-САПР» тоже разбиваются на плоские пластинчатые КЭ. *Криволинейных КЭ в библиотеке ПК «Лира-САПР» нет!* Массивные объекты (плотины, основания и т.п.) разбиваются на объемные КЭ.

Лет двадцать назад в МКЭ главной проблемой был вопрос недостатка вычислительных мощностей компьютеров. В первую очередь это касалось нехватки оперативной памяти. Связано это с тем, что даже для небольших объектов общее число неизвестных МКЭ составляет сотни и тысячи. А, например, для высотного монолитного железобетонного здания счет неизвестных МКЭ идет уже на десятки и сотни тысяч. Поэтому в то время активно развивались различные модификации классического МКЭ – метод редуцированных элементов, метод пространственных КЭ и т.д. Сейчас возможности вычислительной техники возросли на несколько порядков, и классическая форма МКЭ заняла главенствующее положение в численных расчетах.

Этот небольшой экскурс в историю был сделан по следующей простой, но важной причине. Двадцать лет назад пространственные расчеты зданий и сооружений могли выполнять только проектные организации, у которых имелись большие вычислительные машины, а главное, высококвалифицированные специалисты. Сейчас большинству пользователей доступны персональные компьютеры и специализированные расчетные комплексы, и они вроде бы без проблем могут выполнять численные расчеты самых сложных объектов. Но предостерегаем от таких необдуманных действий всех, кто не обладает полным комплексом знаний, умений и навыков, приведенных ранее в подразд. 1.1.

И еще раз выделим основное требование для пользователей специализированных расчетных комплексов – обязательное знание и понимание процедуры реализации МКЭ в автоматизированных расчетах.

Далее приступаем к самому важному этапу МКЭ – формированию матриц жесткости для отдельных КЭ, в которых будут заложены все основные геометрические и физические свойства реального объекта.

3. Сформируем матрицы жесткости отдельных КЭ. *Вторая основная идея МКЭ в форме метода перемещений заключается в том, что итоговое получаемое решение для конструкции складывается из готовых решений для отдельных КЭ на действие единичных кинематических воздействий, сформированных в специальные таблицы – матрицы жесткости.* Размерность матриц жесткости зависит от числа неизвестных. Ниже на рис. 1.34 приведены структура матрицы жесткости балочного КЭ в формульном виде и результаты вычислений элементов матриц жесткости двух КЭ рассматриваемой в примере балки.

$$\begin{array}{l}
 \text{а)} \\
 \mathbf{K}_i := \begin{bmatrix} \frac{12 \cdot EI}{(L_i)^3} & \frac{-6 \cdot EI}{(L_i)^2} & \frac{12 \cdot EI}{(L_i)^3} & \frac{-6 \cdot EI}{(L_i)^2} \\ \frac{-6 \cdot EI}{(L_i)^2} & \frac{4 \cdot EI}{L_i} & \frac{-6 \cdot EI}{(L_i)^2} & \frac{2 \cdot EI}{L_i} \\ \frac{12 \cdot EI}{(L_i)^3} & \frac{-6 \cdot EI}{(L_i)^2} & \frac{12 \cdot EI}{(L_i)^3} & \frac{-6 \cdot EI}{(L_i)^2} \\ \frac{-6 \cdot EI}{(L_i)^2} & \frac{2 \cdot EI}{L_i} & \frac{-6 \cdot EI}{(L_i)^2} & \frac{4 \cdot EI}{L_i} \end{bmatrix} \\
 \text{б)} \\
 \mathbf{K}_1 = \begin{pmatrix} 11880 & -29700 & 11880 & -29700 \\ -29700 & 99000 & -29700 & 49500 \\ 11880 & -29700 & 11880 & -29700 \\ -29700 & 49500 & -29700 & 99000 \end{pmatrix} \\
 \mathbf{K}_2 = \begin{pmatrix} 1485000 & -742500 & 1485000 & -742500 \\ -742500 & 495000 & -742500 & 247500 \\ 1485000 & -742500 & 1485000 & -742500 \\ -742500 & 247500 & -742500 & 495000 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Рис. 1.34. Матрицы жесткости балочного КЭ: а – универсальная параметрическая таблица; б – вычисленные в программе MathCAD матрицы жесткости КЭ 1 и КЭ 2

Метод конечных элементов имеет много общего с классическим методом перемещений строительной механики. Поэтому понять смысл элементов матрицы жесткости будет проще тем студентам, которые хорошо усвоили теоретические знания по методу перемещений. Значения коэффициентов матрицы жесткости, по сути, представляют реакции (рис. 1.35) жестко заземленной балки на действие единичного кинематического воздействия (вынужденного единичного перемещения или угла поворота).

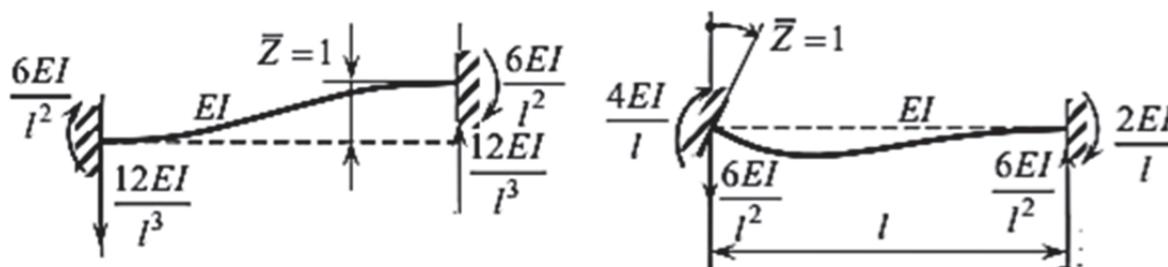


Рис. 1.35. Реакции жестко заземленной балки на действие единичных кинематических воздействий

Поясним значения коэффициента K_{11} матрицы жесткости. Это линейная реакция на вынужденное единичное перемещение, равная $12EI/L^3$. По аналогии определяются и другие коэффициенты матрицы жесткости. Но несмотря на то, что алгоритмы МКЭ и метода перемещений для решения линейных задач стержневых конструкций практически совпадают, эти два метода имеют разную математическую основу.

Метод перемещений является одним из основных методов в строительной механике, который используется для расчета и анализа конструкций. Он основан на представлении конструкции в виде системы связанных точек, где перемещения точек являются основными неизвестными величинами. Наибольшее применение метод перемещений нашел для расчетов стержневых конструкций.

Метод конечных элементов является более универсальным методом. В основе математической формулировки МКЭ в форме метода перемещений лежит вариационный принцип Лагранжа, т.е. принцип минимума потенциальной энергии системы. В отличие от метода перемещений МКЭ позволяет решать задачи для объектов практически любой сложности.

Для получения решения в МКЭ изначально задаются аппроксимирующие функции по области КЭ. Для рассматриваемого типа балочного КЭ линии прогибов по длине балки задаются с помощью полиномов Эрмита (рис. 1.36). Каждый из четырех полиномов представляет линию прогибов КЭ от воздействия единичного узлового перемещения (линейного перемещения или угла поворота).

Полиномы Эрмита

$\Theta_1(x) := \left[-1 + 3 \cdot \frac{x^2}{(L1)^2} - 2 \cdot \frac{x^3}{(L1)^3} \right]$ - аппроксимирующая функция, определяющая вклад вертикального линейного перемещения первого узла конечного элемента в общую картину деформирования балки (линию прогибов)

$\Theta_2(x) := \left[x - 2 \cdot \frac{x^2}{L1} + \frac{x^3}{(L1)^2} \right]$ - аппроксимирующая функция, определяющая вклад углового перемещения (поворота сечения) в первом узле конечного элемента в общую картину деформирования балки (линию прогибов)

$\Theta_3(x) := \left[3 \cdot \frac{x^2}{(L1)^2} - 2 \cdot \frac{x^3}{(L1)^3} \right]$ - аппроксимирующая функция, определяющая вклад вертикального линейного перемещения второго узла конечного элемента в общую картину деформирования балки (линию прогибов)

$\Theta_4(x) := \left[\frac{-x^2}{L1} + \frac{x^3}{(L1)^2} \right]$ - аппроксимирующая функция, определяющая вклад углового перемещения (поворота сечения) во втором узле конечного элемента в общую картину деформирования балки (линию прогибов)

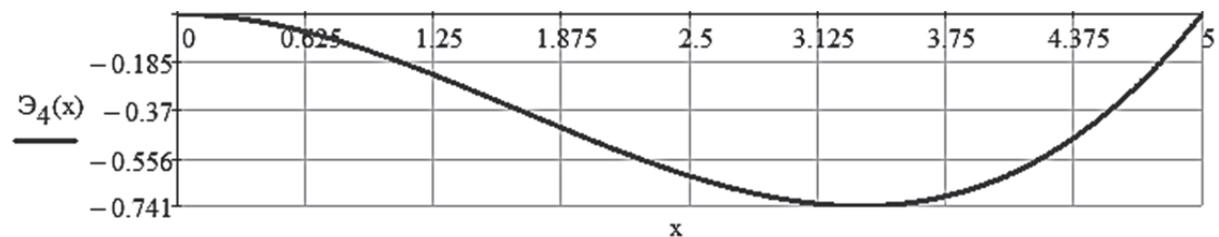
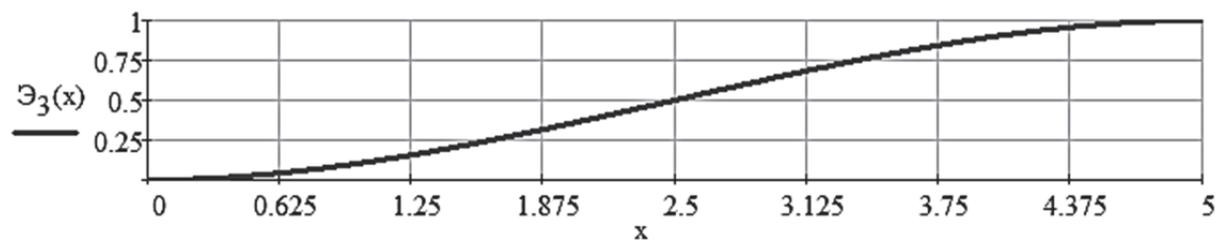
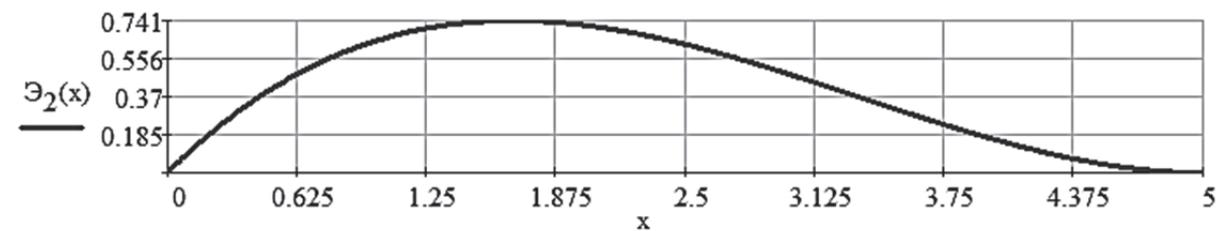
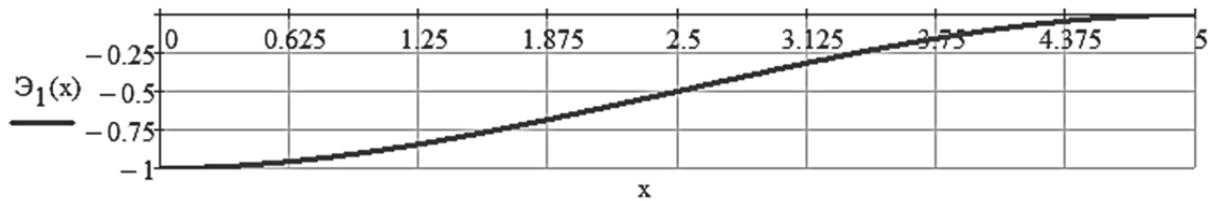


Рис. 1.36. Графики полиномов Эрмита

С помощью полиномов Эрмита после нахождения неизвестных МКЭ (узловых перемещений) определяются все параметры НДС КЭ. Итоговая линия прогибов КЭ получается как сумма четырех функций полиномов $\Theta_i(x)$, умноженных на соответствующее узловое перемещение Z_i :

$$y(x) = \sum_{i=1}^n (\Theta_i(x) \cdot Z_i).$$

Функция распределения изгибающих моментов по длине КЭ (эпюры) определяется с помощью известной аналитической зависимости

$$M(x) = EI \cdot \frac{d^2}{dx^2} y(x).$$

В рассматриваемом ниже примере расчета балки в программе MathCAD мы будем использовать эти зависимости для построения линии прогибов и эпюры изгибающих моментов.

4. Сформируем матрицы жесткости отдельных КЭ с учетом совместности перемещений и граничных условий. Поясним смысл проводимой операции. КЭ, показанные на рис. 1.32, пока никак не связаны между собой, хотя по факту имеют общий узел, в котором по логике должны возникать одни и те же перемещения. То есть в итоговой расчетной схеме должны остаться только три узла. Кроме того, в первом узле все перемещения по условию закрепления (жесткая заделка) должны быть равны нулю, а в крайнем правом узле исключается вертикальное линейное перемещение (в узле установлена вертикальная шарнирно-подвижная опора). Итоговая конечно-элементная расчетная схема с оставшимися ненулевыми неизвестными перемещениями МКЭ показана ниже на рис. 1.37.

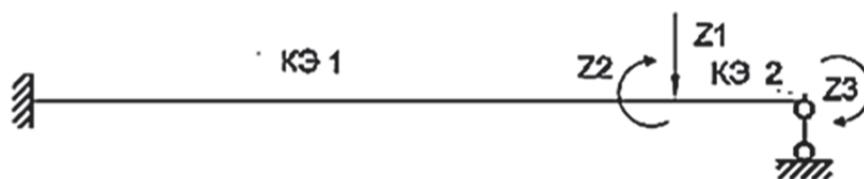


Рис. 1.37. Расчетная схема балки в МКЭ

Исключим лишние неизвестные МКЭ в программе MathCAD с помощью матриц инцидентности. В результате мы получим матрицы жесткости КЭ 1 и КЭ 2 размерностью 3×3 (рис. 1.38).

$$\begin{aligned}
 A_1 &:= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & A_2 &:= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & KO_i &:= A_i^T \cdot K_i \cdot A_i \\
 KO_1 &= \begin{pmatrix} 11880 & -29700 & 0 \\ -29700 & 99000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & KO_2 &= \begin{pmatrix} 1485000 & 742500 & 742500 \\ 742500 & 495000 & 247500 \\ 742500 & 247500 & 495000 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рис. 1.38. Формирование матриц жесткости с учетом совместности перемещений и граничных условий

5. Сформируем общую матрицу жесткости конструкции суммированием матриц жесткости отдельных КЭ (рис. 1.39).

$$KS := \sum_{i=1}^{NFE} KO_i \quad KS = \begin{pmatrix} 1496880 & 712800 & 742500 \\ 712800 & 594000 & 247500 \\ 742500 & 247500 & 495000 \end{pmatrix}$$

Рис. 1.39. Итоговая матрица жесткости конструкции

6. Вектор внешних узловых сил будет иметь один ненулевой элемент – значение внешней сосредоточенной силы, приложенной по направлению первого неизвестного МКЭ (рис. 1.40). Если бы внешняя нагрузка была приложена по длине КЭ, то ее значение необходимо было распределить между двумя узлами КЭ.

$$P := \begin{pmatrix} 28 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7. Линейную систему уравнений МКЭ в программе MathCAD решим с помощью матричного метода. Этот метод разумно применять только для задач с малым числом неизвестных. ПК «Ли́ра-САПР» для решения системы линейных алгебраических уравнений использует метод Гаусса. На рис. 1.41 показаны вычисленные узловые перемещения. Линейное перемещение имеет размерность – метры, угловые перемещения – радианы.

Рис. 1.40. Задание вектора внешних узловых сил

$$KS \cdot Z = P \quad Z := KS^{-1} \cdot P \quad Z = \begin{pmatrix} 0.0002073 \\ -0.0001506 \\ -0.0002357 \end{pmatrix}$$

Рис. 1.41. Решение системы уравнений МКЭ

8. С помощью ранее заданных матриц инцидентности сформируем векторы узловых перемещений для КЭ 1 и КЭ 2 (рис. 1.42).

$$Um_i := A_i \cdot Z \quad Um_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0002073 \\ -0.0001506 \end{pmatrix} \quad Um_2 = \begin{pmatrix} -0.0002073 \\ -0.0001506 \\ 0 \\ -0.0002357 \end{pmatrix}$$

Рис. 1.42. Векторы вычисленных узловых перемещений для отдельных КЭ

Дальнейшие вычисления параметров НДС балки (построение линии прогибов и эпюры изгибающих моментов) приведены на рис. 1.43. Пояснения к этим вычислениям были даны выше.

$$y(x) = q_1 \cdot \mathcal{E}_1(x) + q_2 \cdot \mathcal{E}_2(x) + q_3 \cdot \mathcal{E}_3(x) + q_4 \cdot \mathcal{E}_4(x)$$

Задание длин КЭ в виде переменных, а не элементов вектора

$$L1 := L_1 = 5 \text{ м} \quad L2 := L_2 = 1 \text{ м}^+$$

Полиномы Эрмита

$$y(x) = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i(x) \quad n := 4 \text{ - число аппроксимирующих функций равно общему числу неизвестных узловых перемещений конечного элемента}$$

$$\mathcal{E}_1(x) := \left[-1 + 3 \cdot \frac{x^2}{(L1)^2} - 2 \cdot \frac{x^3}{(L1)^3} \right] \text{ - аппроксимирующая функция, определяющая вклад вертикального линейного перемещения первого узла конечного элемента в общую картину деформирования балки (линию прогибов)}$$

$$\mathcal{E}_2(x) := \left[x - 2 \cdot \frac{x^2}{L1} + \frac{x^3}{(L1)^2} \right] \text{ - аппроксимирующая функция, определяющая вклад углового перемещения (поворота сечения) в первом узле конечного элемента в общую картину деформирования балки (линию прогибов)}$$

$$\mathcal{E}_3(x) := \left[3 \cdot \frac{x^2}{(L1)^2} - 2 \cdot \frac{x^3}{(L1)^3} \right] \text{ - аппроксимирующая функция, определяющая вклад вертикального линейного перемещения второго узла конечного элемента в общую картину деформирования балки (линию прогибов)}$$

$$\mathcal{E}_4(x) := \left[\frac{-x^2}{L1} + \frac{x^3}{(L1)^2} \right] \text{ - аппроксимирующая функция, определяющая вклад углового перемещения (поворота сечения) во втором узле конечного элемента в общую картину деформирования балки (линию прогибов)}$$

Уравнения прогибов по длине отдельных конечных элементов

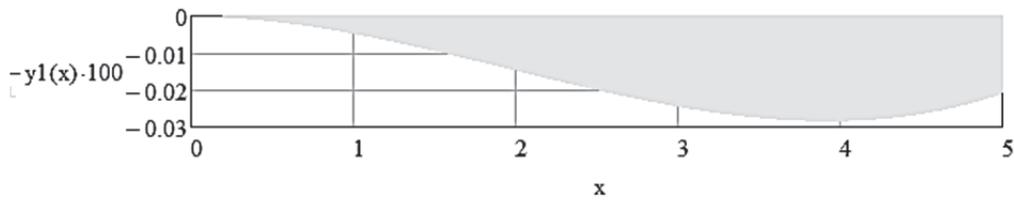
$$f1(x, q_1, q_2, q_3, q_4) := \left(-1 + 3 \cdot \frac{x^2}{L1^2} - 2 \cdot \frac{x^3}{L1^3} \right) \cdot q_1 + \left(x - 2 \cdot \frac{x^2}{L1} + \frac{x^3}{L1^2} \right) \cdot q_2 + \left(3 \cdot \frac{x^2}{L1^2} - 2 \cdot \frac{x^3}{L1^3} \right) \cdot q_3 + \left(\frac{-x^2}{L1} + \frac{x^3}{L1^2} \right) \cdot q_4$$

$$f2(x, q_1, q_2, q_3, q_4) := \left(-1 + 3 \cdot \frac{x^2}{L2^2} - 2 \cdot \frac{x^3}{L2^3} \right) \cdot q_1 + \left(x - 2 \cdot \frac{x^2}{L2} + \frac{x^3}{L2^2} \right) \cdot q_2 + \left(3 \cdot \frac{x^2}{L2^2} - 2 \cdot \frac{x^3}{L2^3} \right) \cdot q_3 + \left(\frac{-x^2}{L2} + \frac{x^3}{L2^2} \right) \cdot q_4$$

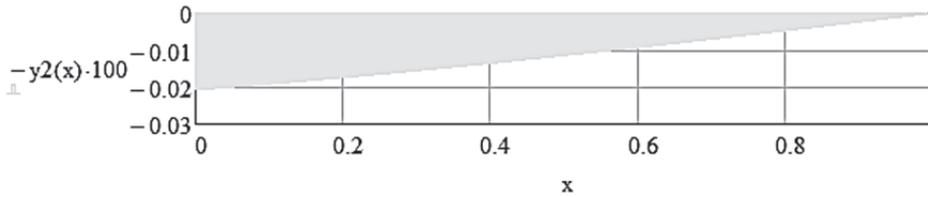
$$y1(x) := f1(x, 0, 0, Z_1, Z_2) \quad y2(x) := f2(x, -Z_1, Z_2, 0, Z_3)$$

Рис. 1.43. Вычисления параметров НДС балки в программе MathCAD (начало)

Фактическая линия прогибов для первого конечного элемента (см)



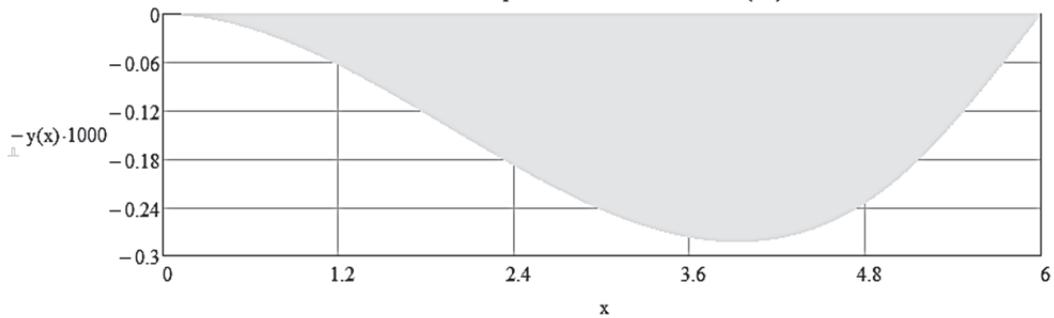
Фактическая линия прогибов для второго конечного элемента (см)



Уравнения прогибов по длине балки

$$y(x) := \begin{cases} y_1(x) & \text{if } 0 \leq x \leq L_1 \\ y_2(x - L_1) & \text{if } L_1 \leq x \leq L_1 + L_2 \end{cases}$$

Линии прогибов по длине балки (см)



Уравнения моментов по длине отдельных конечных элементов

$$f_3(x, q_1, q_2, q_3, q_4) := \left(\frac{6}{L_1^2} - 12 \cdot \frac{x}{L_1^3} \right) \cdot q_1 + \left(0 - 1 \cdot \frac{4}{L_1} + \frac{6x}{L_1^2} \right) \cdot q_2 + \left(6 \cdot \frac{1}{L_1^2} - 12 \cdot \frac{x}{L_1^3} \right) \cdot q_3 + \left(\frac{-2}{L_1} + \frac{6x}{L_1^2} \right) \cdot q_4$$

$$f_4(x, q_1, q_2, q_3, q_4) := \left(\frac{6}{L_2^2} - 12 \cdot \frac{x}{L_2^3} \right) \cdot q_1 + \left(0 - 1 \cdot \frac{4}{L_2} + \frac{6x}{L_2^2} \right) \cdot q_2 + \left(6 \cdot \frac{1}{L_2^2} - 12 \cdot \frac{x}{L_2^3} \right) \cdot q_3 + \left(\frac{-2}{L_2} + \frac{6x}{L_2^2} \right) \cdot q_4$$

$$y_3(x) := f_3(x, 0, 0, Z_1, Z_2) \quad y_4(x) := f_4(x, -Z_1, Z_2, 0, Z_3)$$

Эпюра изгибающих моментов для первого КЭ, М (кн*м)

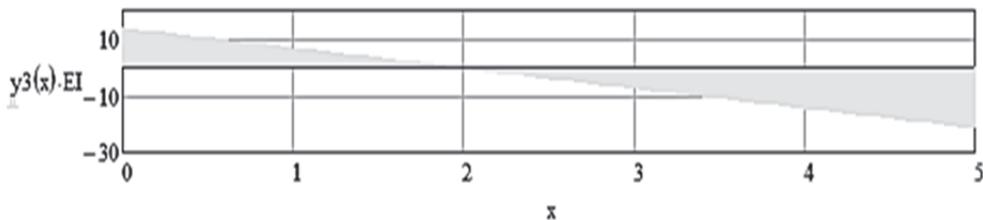


Рис. 1.43. Вычисления параметров НДС балки в программе MathCAD (продолжение)

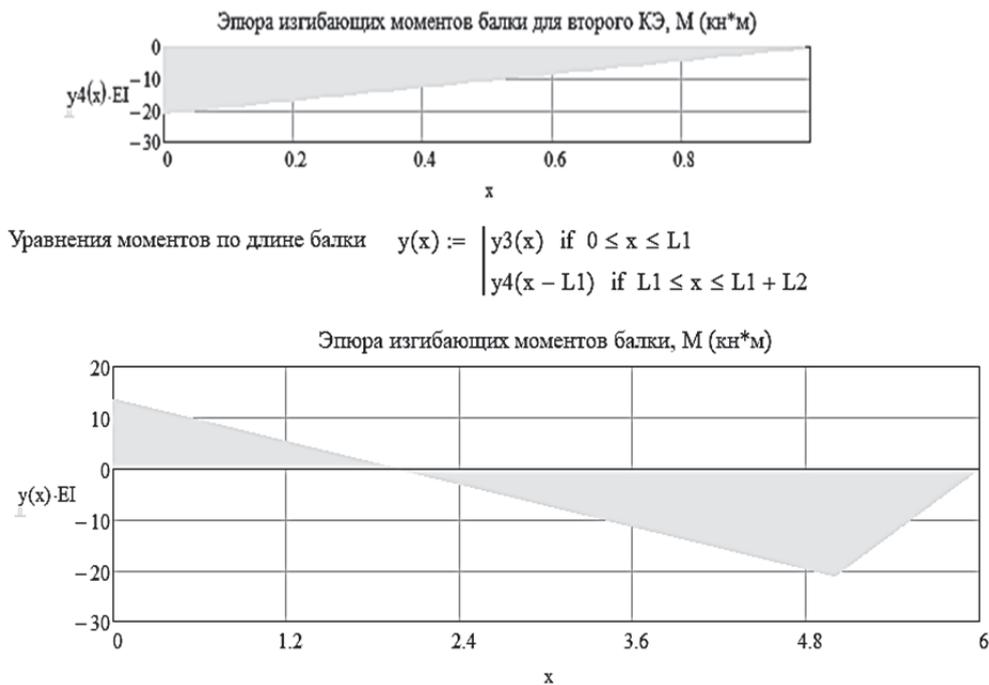


Рис. 1.43. Вычисления параметров НДС балки в программе MathCAD (окончание)

Приведенный выше пример расчета балки позволяет наглядно проследить все этапы реализации МКЭ: от задания исходных данных до графического вывода полученных параметров НДС. Полученные функции распределения прогибов и изгибающих моментов по длине КЭ дают возможность вывести на экран значения этих параметров в любом сечении балки.

Алгоритм расчета балки МКЭ в ПК «Лира-САПР» будет практически идентичным, за исключением некоторых особенностей. Одна из них заключается в том, что ПК «Лира-САПР» вычисляет перемещения и внутренние усилия только в узлах КЭ и дополнительных расчетных сечениях, если таковые заданы пользователем. Поэтому при проверке изгибаемых элементов по второй группе предельных состояний (предельно допустимых прогибов) необходимо учитывать этот факт.

И еще на что хотелось бы обратить особое внимание начинающих пользователей ПК «Лира-САПР» (и других аналогичных расчетных комплексов). Для выполнения достоверного статического расчета достаточно знать основную информацию по приведенному выше алгоритму МКЭ. Но для проведения качественного конструктивного расчета (подбора или проверки сечений элементов, подбора или проверки армирования) помимо хорошего знания теории строительных конструкций необходимо понимать, каким образом задаются в программе все исходные параметры, определяемые требованиями метода расчета по предельным состояниям.

1.3.2. Библиотека основных стержневых типов конечных элементов в ПК «Лира-САПР»

Перед тем как выполнить расчет балки в ПК «Лира-САПР», рассмотрим основные типы КЭ, применяемые для моделирования строительных конструкций.

Хотя в данном пособии рассматривается решение только линейных задач, приведем классификацию КЭ библиотеки ПК «Лира-САПР» в зависимости от вида проводимого расчета:

1) КЭ, применяемые для решения линейных задач (номера с 1-го по 84-й);

2) КЭ, применяемые для решения физически нелинейных задач (номера с 201-го по 284-й);

3) КЭ, применяемые для решения геометрически нелинейных задач (номера с 308-го по 344-й);

4) КЭ, применяемые для решения задач с одновременным учетом геометрической и физической нелинейностей (номера с 410-го по 444-й).

Для расчета стержневых конструкций в линейной постановке используются следующие типы КЭ:

1. КЭ 1 – ферменный КЭ, моделирующий работу плоских шарнирно-стержневых систем. В таком элементе могут возникать только продольные усилия растяжения-сжатия. В каждом узле КЭ 1 имеет две линейных степени свободы. Как следствие, матрица жесткости КЭ 1 имеет размерность 4×4 .

2. КЭ 2 – КЭ, моделирующий работу балок и плоских рам. В таком элементе могут возникать поперечные силы и изгибающие моменты в плоскости изгиба, а также продольные усилия растяжения-сжатия. В каждом узле КЭ 2 имеет две линейных степени свободы и одну угловую. Как следствие, матрица жесткости КЭ 2 имеет размерность 6×6 .

3. КЭ 4 – ферменный КЭ, моделирующий работу пространственных шарнирно-стержневых систем. В таком элементе могут возникать только продольные усилия растяжения-сжатия. В каждом узле КЭ 4 имеет три линейных степени свободы. Как следствие, матрица жесткости КЭ 4 имеет размерность 6×6 .

4. КЭ 10 – универсальный пространственный стержневой КЭ. В таком элементе могут возникать все виды внутренних усилий стержневых элементов – поперечные силы и изгибающие моменты в двух плоскостях изгиба, а также крутящие моменты и продольные усилия растяжения-сжатия. В каждом узле КЭ 10 имеет три линейных степени свободы и три угловых. Как следствие, матрица жесткости КЭ 10 имеет размерность 12×12 . КЭ 1, КЭ 2 и КЭ 4 являются частными случаями КЭ 10.

По умолчанию для признаков схем 1, 2, 4 и 5 ПК «Лира-САПР» всегда моделирует стержневые конструкции КЭ типа КЭ 10!

Приведенные выше основные сведения по характеру работы стержневых КЭ пригодятся нам ниже для объяснения алгоритма расчета балки в ПК «Лира-САПР».

1.3.3. Пример расчета балки методом конечных элементов в ПК «Лира-САПР»

Выполним численный расчет балки МКЭ в ПК «Лира-САПР». При этом будем не столько описывать функционал программы, а пояснять, что происходит внутри этого «черного ящика» под названием ПК «Лира-САПР» при конкретных действиях пользователя.

Создадим новую задачу (рис. 1.45).

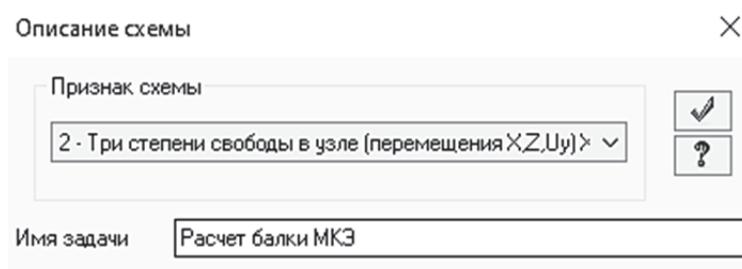


Рис. 1.45. Задание основных параметров задачи

Хотя пока никаких действий по созданию геометрии мы еще не выполняли, но программа уже «понимает», что для выбранного признака схемы 2 в стержнях могут возникать только определенные виды внутренних усилий (см. п. 1.3.2). По умолчанию в задаче используется КЭ 10, но программа автоматически преобразовала его в КЭ 2 – исключила в каждом узле степени свободы, не характерные для признака 2 (линейное перемещение по оси Oy и два угловых перемещения относительно осей Ox и Oz).

Вызовем диалоговое окно «Создание плоских фрагментов и сетей», выбрав команду . В таблице диалогового окна зададим вдоль оси Ox два КЭ длиной 5 и 1 м (рис. 1.46).

Программа отобразила на экране два созданных КЭ и выполнила две математические (логические) операции: сформировала мат-

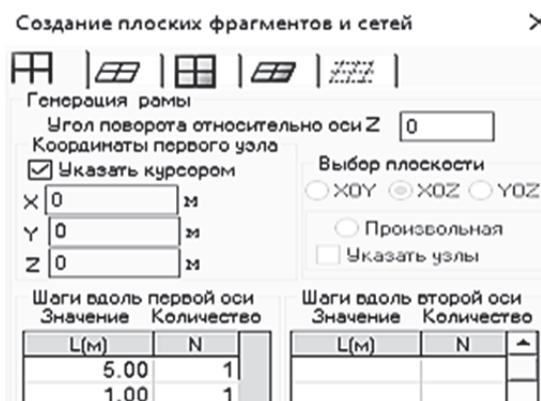


Рис. 1.46. Диалоговое окно «Создание плоских фрагментов и сетей»

рицы жесткости для двух КЭ (тип КЭ 2) и объединила их с учетом совместного общего узла (рис. 1.47). Два необъединенных КЭ имеют двенадцать степеней свободы, а объединенные КЭ – девять (три степени свободы для КЭ 1 и КЭ 2 общие в узле 2). В отличие от расчета балки в программе MathCAD в ПК «Ли́ра-САПР» степени свободы по оси Ox учитываются в расчете. Хотя, как указывалось выше, при поперечном изгибе балки они имеют нулевые значения.

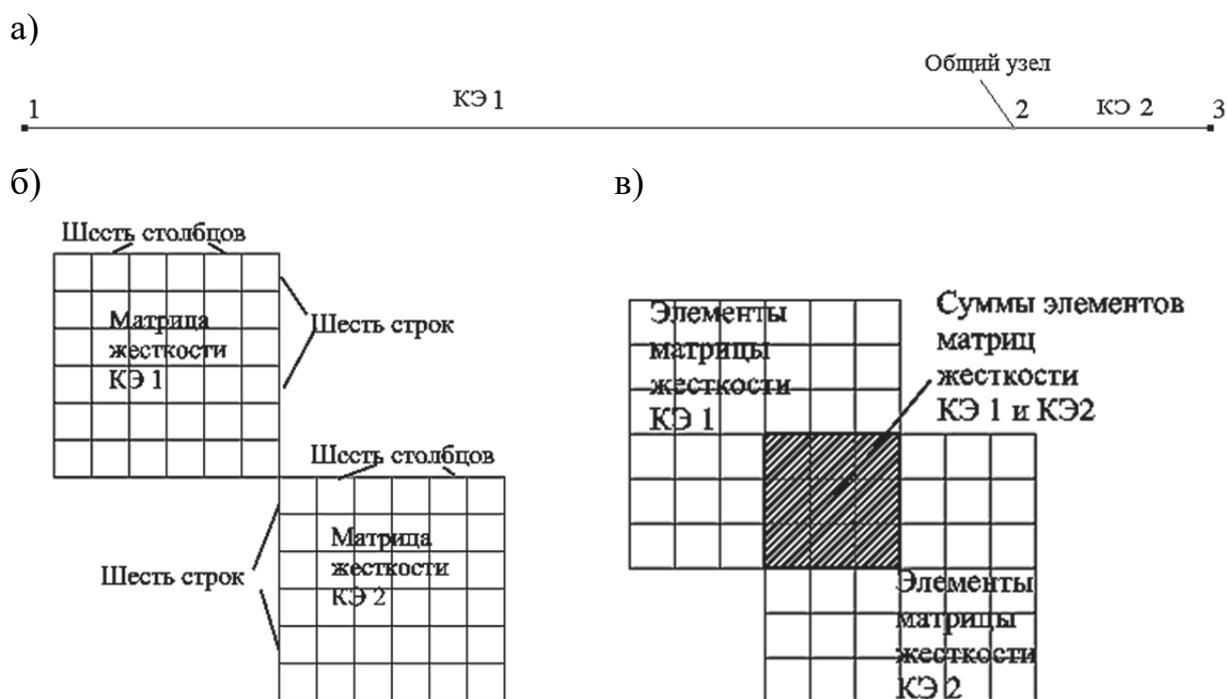


Рис. 1.47. Формирование геометрии балки с учетом совместного общего узла 2: а – созданная геометрическая схема; б – структура необъединенных матриц жесткости КЭ 1 и КЭ 2; в – структура объединенных матриц жесткости КЭ 1 и КЭ 2

На данном этапе расчета балки в ПК «Ли́ра-САПР» формально матрицы жесткости заданы в алгоритме МКЭ. Но численные значения элементов матриц не вычислены, так как еще не заданы жесткости (и не присвоены КЭ).

Далее зададим связи. В первом узле смоделируем жесткую заделку, исключив три степени свободы (две линейных по осям Ox и Oz , угловую относительно оси Oy). В третьем узле расчетной схемы балки создадим шарнирно-подвижную, исключив линейную степень свободы по оси Oz .

На рис. 1.48 показана геометрическая иллюстрация действий в алгоритме МКЭ программы на выполненные действия. После задания граничных условий общее число неизвестных МКЭ стало равным пяти.

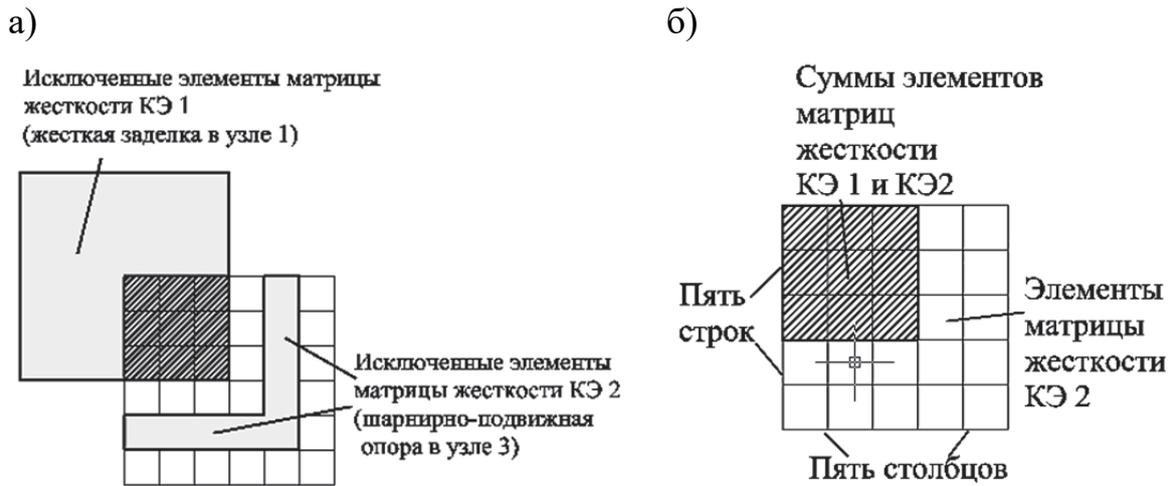


Рис. 1.48. Формирование итоговой матрицы жесткости балки с учетом граничных условий: а – исключение четырех степеней свободы; б – структура итоговой матрицы жесткости балки

Далее согласно исходным данным зададим жесткость сечения для балки и назначим ее КЭ (рис. 1.49).

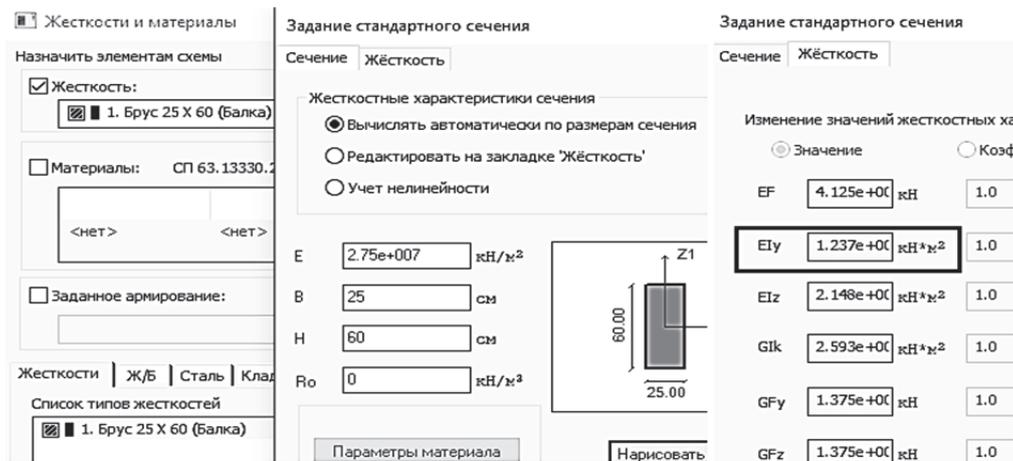


Рис. 1.49. Задание жесткости балки

Программа автоматически сформировала жесткостные характеристики для КЭ 10, но в расчете по признаку схемы 2 используется в нашем случае только изгибная жесткость EI_y . Продольная жесткость EF , по сути, не будет участвовать в расчете, так как в балке при поперечном изгибе не возникают внутренние продольные усилия.

После задания жесткостей КЭ программа заполнит ячейки итоговой матрицы жесткости балки численными значениями.

Последней операцией по созданию расчетного файла для статического расчета балки будет задание внешней сосредоточенной нагрузки в узел 2 (рис. 1.50).



Рис. 1.50. Задание сосредоточенной нагрузки

Сохраним задачу и запустим на расчет. Перейдем на закладку «Анализ» и последовательно выведем на экран вычисленные узловые перемещения и эпюру изгибающих моментов в режиме простора результатов по РСУ (рис. 1.51). Убедимся, что результаты статического расчета балки в ПК «Ли́ра-САПР» полностью совпали с расчетом МКЭ в программе MathCAD (см. рис. 1.41 и рис. 1.43). Отличие будет заключаться только в размерностях вычисления неизвестных узловых перемещений. В ПК «Ли́ра-САПР» линейное перемещение имеет размерность – сантиметры, а угловые перемещения – радиан×1000.

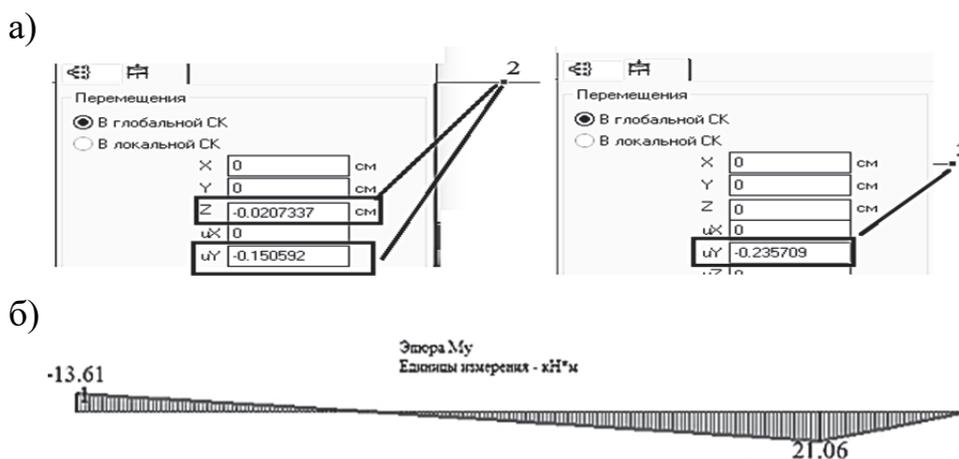
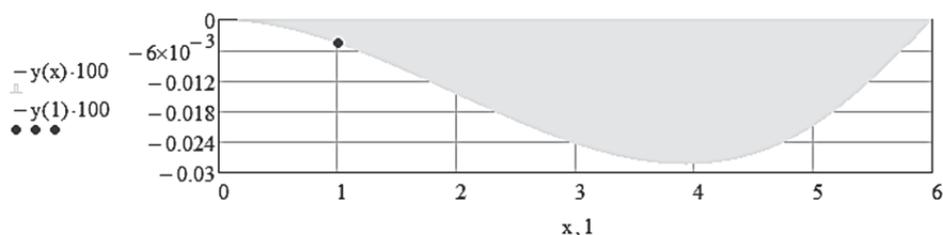


Рис. 1.51. Результаты статического расчета балки в ПК «Ли́ра-САПР»: а – неизвестные узловые перемещения; б – эпюра изгибающих моментов

Узловые перемещения (см. рис. 1.51, а) выведены на экран последовательно с помощью инструмента «Фонарик» (Flashlight icon).

а)

$$y(x) := \begin{cases} y1(x) & \text{if } 0 \leq x \leq L1 \\ y2(x - L1) & \text{if } L1 \leq x \leq L1 + L2 \end{cases} \quad y(1) \cdot 100 = 0.00456541$$



б)

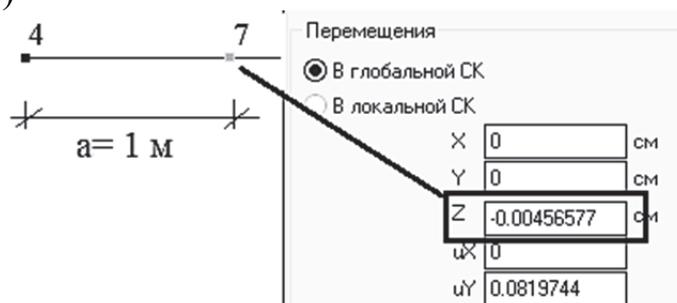


Рис. 1.52. Прогибы балки в сечении, отстоящем от крайней левой опоры на 1 м: а – расчеты в программе MathCAD; б – расчеты в ПК «Лири-САПР»

Для получения перемещений в других сечениях балки предлагаем самостоятельно разбить балку на большое количество КЭ, выполнить численный расчет и сравнить полученные результаты. Мы же выведем значение прогиба балки в сечении, отстоящем от крайней левой опоры балки на 1 м (рис. 1.52).

1.3.4. Конструктивный расчет изгибаемых железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели в ПК «Лири-САПР»

Инженерные расчеты по прочности железобетонных элементов, как правило, выполняются с использованием уравнений для предельных состояний материалов. При этом принимаются три основные упрощающие гипотезы для бетона:

1. Работа растянутого бетона в расчетах на прочность не учитывается.
2. Напряжение в сжатом бетоне в предельном состоянии принимают равным расчетному сопротивлению R_b .
3. Фактическая криволинейная эпюра напряжений в сжатом бетоне принимается прямоугольной, а фактическая высота сжатой зоны бетона уменьшается на 20 %.

В результате мы имеем расчетную схему для железобетонного изгибаемого элемента с одиночным армированием (рис. 1.53).

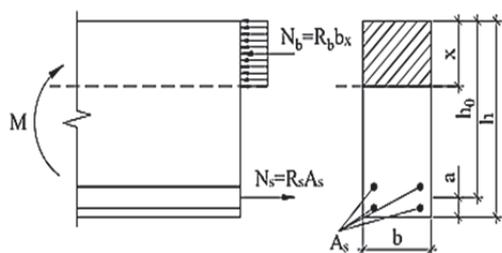


Рис. 1.53. Схема усилий при расчете прочности по нормальным сечениям элементов прямоугольного профиля с одиночным армированием

Именно по такой расчетной схеме студентов учат в вузах решать задачи по подбору и проверке армирования железобетонных элементов.

В то же время основной нормативный документ по проектированию железобетонных конструкций [2] рекомендует выполнять конструктивные расчеты на основе нелинейной деформационной модели (НДМ), а расчеты на основе предельных усилий только допускает.

Программный комплекс «Ли́ра-САПР» выполняет конструктивный расчет согласно рекомендациям СП [2], как раз на основе НДМ. Ниже на рис. 1.54, а – б приведены диаграммы работы сжатого бетона, которые использует ПК «Ли́ра-САПР». На этом же рис. 1.54, в также приведен фрагмент диалогового окна задания материалов для бетона в ПК «Ли́ра-САПР».

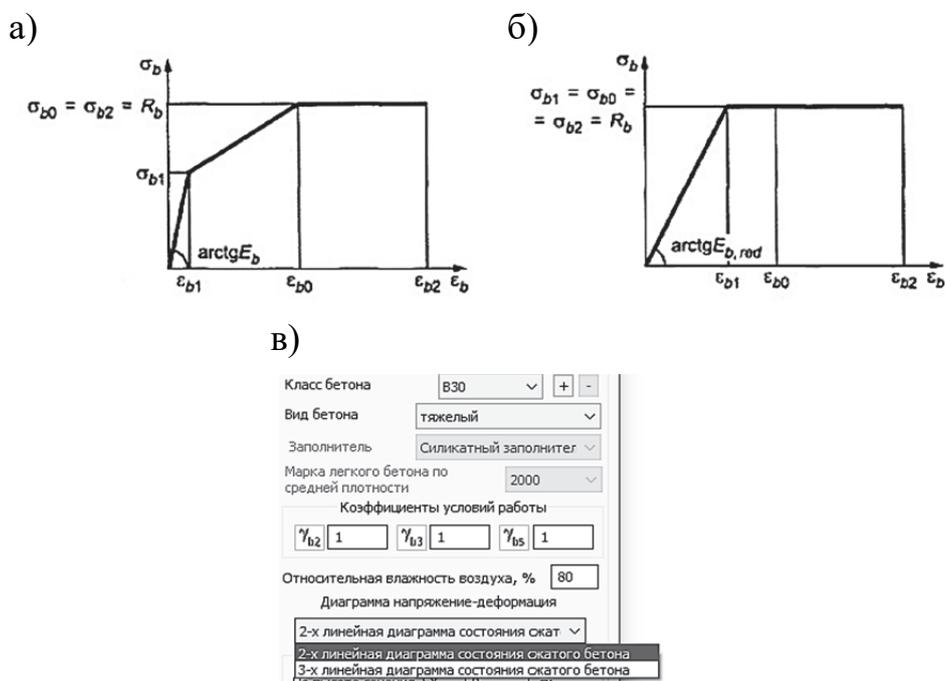


Рис. 1.54. Диаграммы состояния сжатого бетона: а – трехлинейная диаграмма [2]; б – двухлинейная диаграмма [2]; в – выбор диаграммы сжатого бетона в ПК «Ли́ра-САПР»

То есть в отличие от расчета по предельным состояниям в НДМ напряжения в сжатом бетоне меняются по высоте. Поэтому при использовании НДМ для нахождения итоговых сжимающих усилий в бетоне для большинства типов задач приходится дробить сечение элемента на отдельные полосы (признак расчетных схем 2, 3) или прямоугольники (признак расчетных схем 4, 5, 6).

На рис. 1.55 показаны способы дробления сечения в зависимости от признака расчетной схемы.

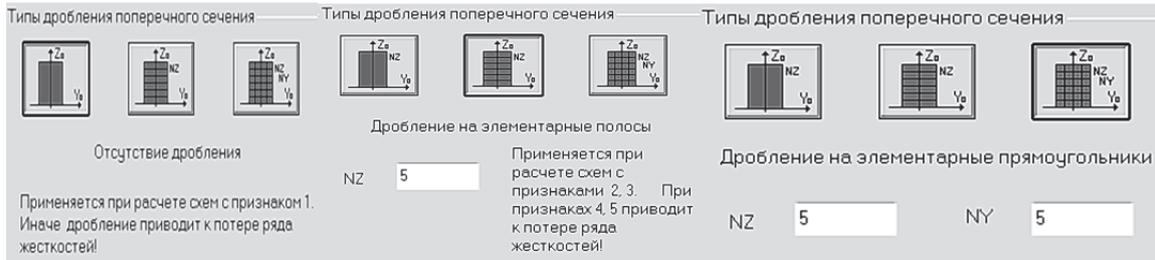


Рис. 1.55. Способы дробления сечения

Суммарное усилие в сжатом бетоне находится путем численного интегрирования – суммированием элементарных напряжений, действующих по элементарным площадкам, выделенным в расчетном сечении.

Для наглядного представления о нелинейном характере работы железобетона приведем результаты нелинейного расчета рамы типового этажа из пособия [12] (рис. 1.56).

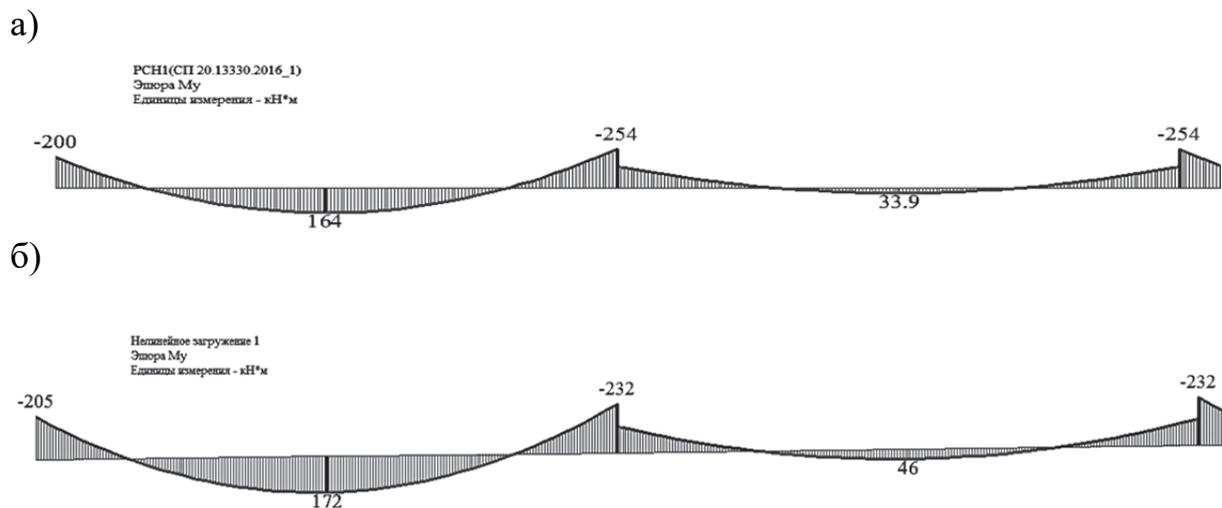


Рис. 1.56. Эпюры изгибающих моментов в ригеле от сочетания нагрузок 1 + 2: а – линейный расчет; б – нелинейный расчет

При учете нелинейной работы материала произошло перераспределение усилий. Опорные моменты уменьшились, а пролетные – увеличились. Приведем ниже характер распределения напряжений по высоте сечения для различных участков ригеля (рис. 1.57).

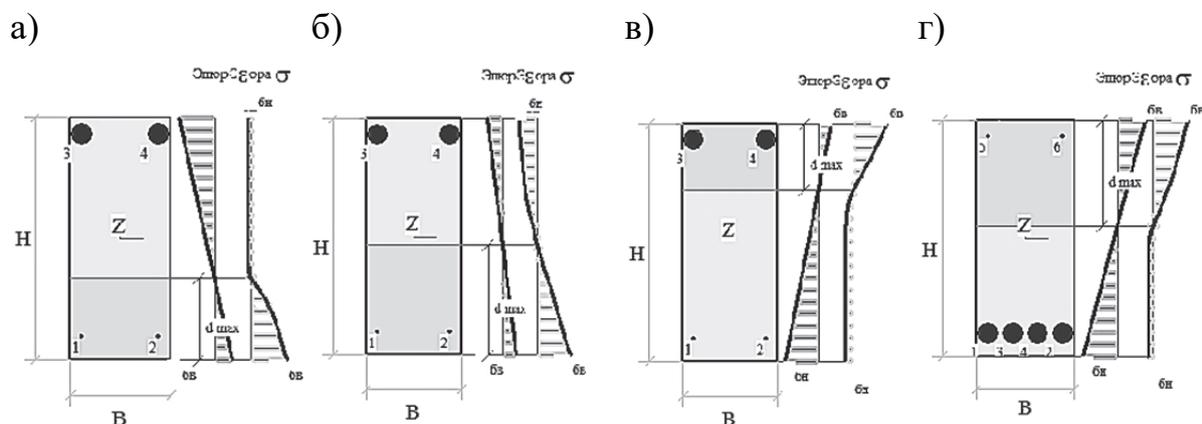


Рис. 1.57. Распределение напряжений по высоте сечения:
 $a - x = 0$; $б - x = L/8$; $в - x = L/4$; $г - x = L/2$

Как мы видим, распределение напряжений по высоте сечения имеет нелинейный характер. На левой опоре максимальные сжимающие напряжения возникают в нижней зоне. В следующем сечении ($x = L/8$) эпюра сжатого бетона имеет уже треугольный характер за счет понижения расчетного изгибающего момента. Далее меняются знаки отдельных участков эпюр: сжата уже верхняя зона, и эпюра имеет треугольный вид. А в центре пролета, где возникает максимальный изгибающий момент, растягивающий нижние волокна, эпюра напряжений в сжатом бетоне имеет нелинейный характер.

Вышеприведенные результаты нелинейного расчета в ПК «Лира-САПР» определяют фактическое НДС в каждом расчетном сечении. При этом, как видим, сечения работают на разных стадиях НДС.

При линейном расчете основная задача другая. Для сечений, в которых возникают основные расчетные усилия, необходимо найти сечение продольной рабочей арматуры в предположении наступления в нем 3-й стадии НДС. Первоначально решается задача подбора сечения с одиночным армированием и рассматривается только пластический вариант разрушения железобетона. При этом максимальное напряжение в сжатом бетоне и напряжение в растянутой арматуре равны расчетным сопротивлениям материалов. Если же в результате расчета получается хрупкий вариант разрушения (напряжение в растянутой арматуре не достигает предела текучести), то ПК «Лира-САПР» выполняет расчет сечения с двойным армированием.

Практические расчеты показывают, что конструктивные расчеты изгибаемых элементов по методу предельных состояний и НДМ дают в большинстве случаев хорошую сходимость. Это мы увидим и в дальнейших примерах параллельных расчетов плит, ригеля, фундамента в программе MathCAD и ПК «Ли́ра-САПР». Сложнее получить сходимость конструктивных аналитических и численных решений для сжатых железобетонных элементов. ПК «Ли́ра-САПР» во всех случаях выполняет подбор армирования сжатых элементов для случая косо́го внецентренного сжатия. Тогда как аналитические допускают использование упрощенных методик расчета (например, для центрально-сжатых железобетонных элементов).

2. РАСЧЕТ СБОРНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ ПЕРЕКРЫТИЯ ПО ПЕРВОЙ ГРУППЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ

В этом и последующих разделах будут рассмотрены численные расчеты отдельных строительных конструкций (плита, ригель, фундамент) с применением ПК «Ли́ра-САПР» и программы MathCAD. Предполагается, что ранее студенты в рамках дисциплины «Железобетонные и каменные конструкции» уже выполняли подобные расчеты, но только аналитическими методами. Как ранее было уже отмечено, для большинства примеров исходные данные будут браться из пособия [8] и методических указаний [9].

Исходя из этих допущений, при выполнении численных расчетов не будет приводиться подробная информация по сбору нагрузок, определению расчетных длин элементов и другая, учитывая еще тот факт, что подобные операции обычно выполняются вручную. В начале решения каждой задачи просто будут приводиться основные исходные данные: геометрия расчетной схемы, собранные нагрузки, принятые материалы.

Также при изложении материала особое внимание будет уделяться не сколько функционалу решения конкретной задачи в ПК «Ли́ра-САПР», а алгоритмам решения задач: почему приняты именно такая расчетная схема и расчетное сечение в численном расчете; есть ли другие альтернативные варианты; на что необходимо обратить особое внимание при задании исходных данных в МКЭ; чем принципиально методика численных расчетов отличается от аналитических расчетов и т.д.

После объяснения постановки задачи и выполнения расчета в ПК «Ли́ра-САПР» для каждого примера будет приводиться решение задачи в программе MathCAD. Основные цели выполнения параллельных расчетов – контроль проведенных ранее численных расчетов и приобретение навыков автоматизации аналитических расчетов в программе MathCAD.

Особое внимание как студентов, так и начинающих проектировщиков хочется обратить на *основной принцип проектирования железобе-*

тонных конструкций: в растянутой зоне бетона обязательно должна быть установлена рабочая арматура, а бетон преимущественно располагается в сжатой зоне. Теория железобетона по целому ряду причин очень сложна для освоения, но знание этого простого принципа может помочь в понимании как многих теоретических положений, так и принимаемых конструктивных решений.

2.1. Расчетные схемы сборных железобетонных плит

Сборные железобетонные плиты очень часто применяются для строительства объектов самого разного назначения. Можно выделить два основных типа сборных плит (рис. 2.1).

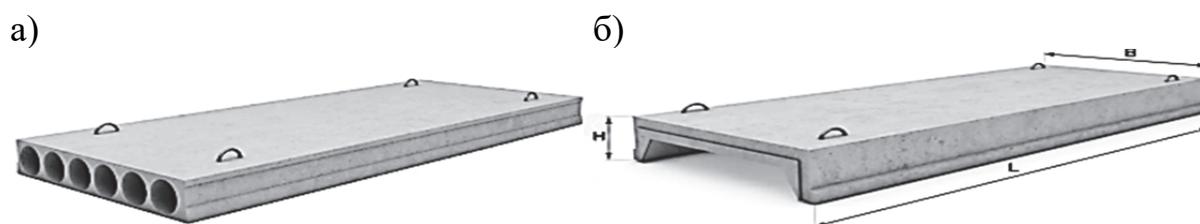


Рис. 2.1. Сборные железобетонные плиты: а – многопустотная;
б – ребристая

Многопустотные плиты используют обычно для возведения жилых зданий. Одна из главных причин такого применения – многопустотные плиты имеют гладкую нижнюю поверхность, облегчая тем самым устройство потолков. В пособии будет рассматриваться пример расчета такой плиты для связевого каркаса [8].

Ребристые плиты чаще всего применяются для зданий промышленного типа, где на перекрытия действуют значительные нагрузки. Для плит покрытия одноэтажных промышленных зданий наличие ребер позволяет обеспечить передачу нагрузок в узлы ферм, что дает возможность рассчитывать такие конструкции, как шарнирно-стержневые системы. В пособии будет рассмотрен пример расчета ребристой плиты для рамно-связевого каркаса [9].

Сборные плиты в каркасных зданиях обычно имеют длину пролета не менее 6 м, что согласно требованиям нормативных документов ведет к необходимости изготовления их предварительно напряженными. Предварительное напряжение железобетонных конструкций выполняется в первую очередь для того, чтобы повысить трещиностойкость и уменьшить прогибы изгибаемых элементов. Но предварительное напряжение также несколько увеличивает несущую способность конструкций. В расчетах это

увеличение учитывается введением коэффициента условий работы для напрягаемой арматуры γ_{s3} .

При сравнении численных и аналитических результатов мы просто будем делать поправку на тот факт, что в ПК «Лира-САПР» коэффициент γ_{s3} не учитывается.

В численных расчетах сборные железобетонные плиты могут моделироваться как стержневыми, так и пластинчатыми КЭ. Какой конкретный вид КЭ необходимо будет выбрать для плит, зависит от цели (вида) проводимого расчета и той функции, которую выполняют плиты в данной расчетной схеме.

В рассматриваемых многоэтажных каркасных зданиях сборные плиты (как несущие конструкции) выполняют две основные функции:

- 1) воспринимают вертикальные нагрузки;
- 2) обеспечивают пространственную жесткость здания за счет создания жестких горизонтальных дисков перекрытия (покрытия).

В первом случае (*расчет на вертикальные нагрузки*) многопустотные плиты работают на изгиб в одном направлении и их расчет ведется как шарнирно опертых однопролетных балок (рис. 2.2).

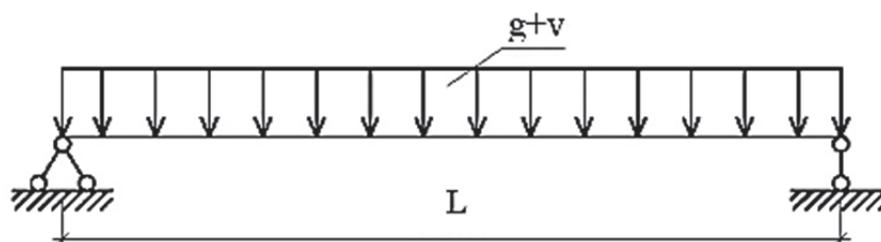


Рис. 2.2. Расчетная схема сборных железобетонных плит на изгиб в продольном направлении

Подбор основной рабочей арматуры для ребристых плит выполняется по такой же схеме, как и для многопустотных плит. Но так как ребристые плиты имеют полку малой толщины (стандартная толщина обычно равна 5 см), то ее армирование подбирается по другой расчетной схеме, которая будет приведена ниже.

Для того чтобы понять, как была получена эта схема из пространственной модели каркасного здания (см. рис. 1.27), сначала поясним, почему для сборных плит статический расчет на вертикальные нагрузки выполняется как для балок, а не для пластин.

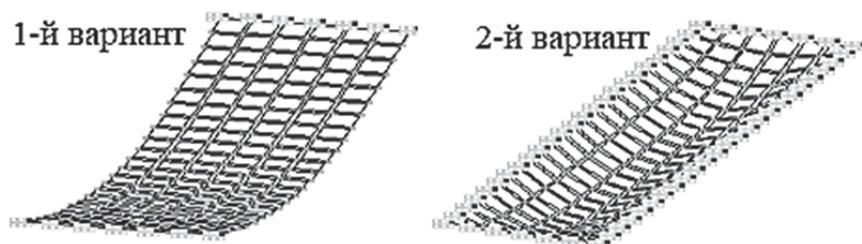
На рис. 2.3 приведены результаты тестового численного примера железобетонной плиты класса В20 толщиной 22 см и размерами в плане 1,5×6 м на равномерно распределенную нагрузку $q = 10$ кН/м. Плита раз-

бита на КЭ размером $0,5 \times 0,5$ м. Расчет выполнен для двух вариантов граничных условий (закрепления плиты):

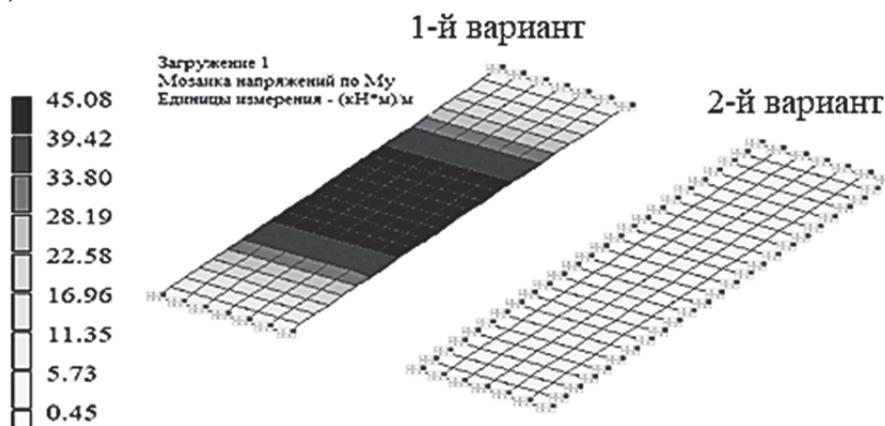
- 1) плита шарнирно закреплена по двум коротким сторонам (как в реальности и происходит опирание сборных плит на ригели, балки или стены);
- 2) плита шарнирно закреплена по контуру.

На рис. 2.3 показаны результаты статического расчета для двух вариантов граничных условий.

а)



б)



в)

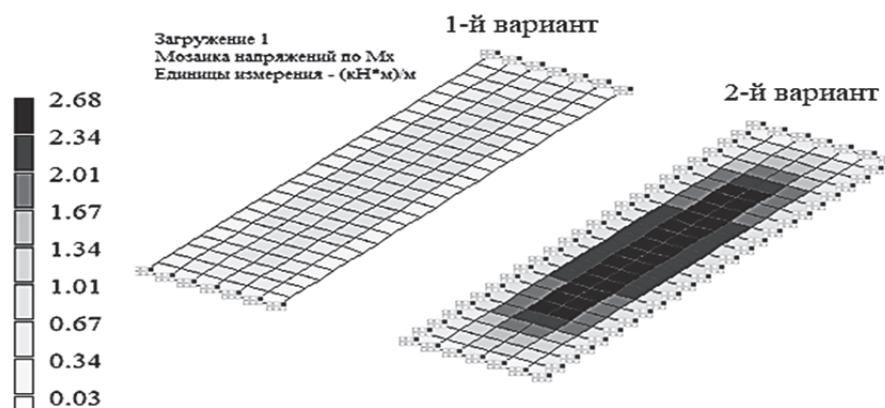
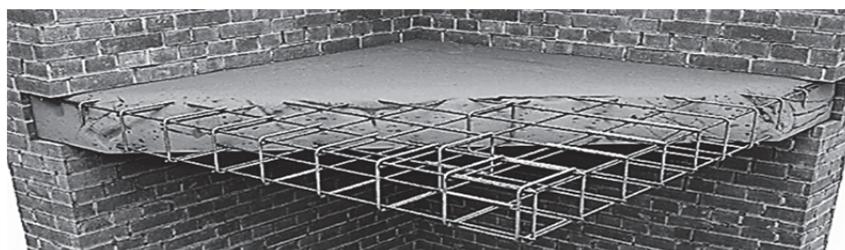


Рис. 2.3. Результаты статического расчета плиты для двух вариантов закрепления: а – деформированные схемы плит; б – мозаика изгибающих моментов M_y ; в – мозаика изгибающих моментов M_x

Проанализируем полученные результаты. Во-первых, исходя из картины деформирования плит, мы видим, что изгиб плиты, опертой только по двум сторонам, происходит практически только в продольном направлении. Для плиты, опертой по контуру, изгиб идет уже в двух плоскостях, причем больше плита изгибается даже в поперечном направлении. Приведенные мозаики изгибающих моментов уже численно обосновывают предварительно сделанные выводы. Для первого случая максимальный момент в продольном направлении равен 45 кН·м, а в поперечном – не превышает 1 кН·м. Для плиты, опертой по контуру, наоборот – поперечные моменты превышают продольные.

а)



б)

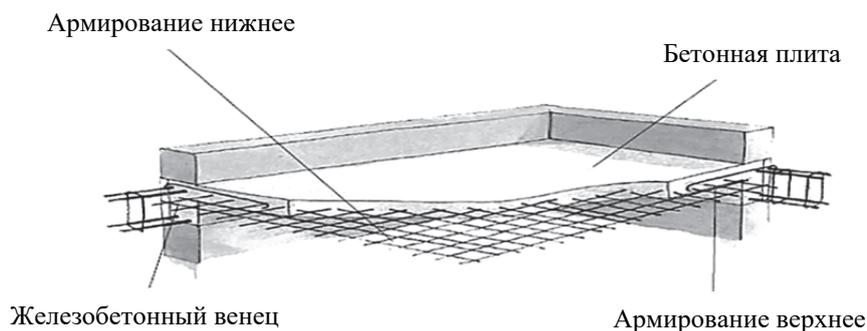


Рис. 2.4. Монолитные железобетонные плиты перекрытий:
а – для кирпичного здания; б – для здания
из монолитного железобетона

По второй расчетной схеме (с закреплением по четырем сторонам) обычно выполняется расчет монолитных железобетонных плит перекрытий (покрытий). В рассмотренном выше примере расчетная схема железобетонной плиты соответствует конструктивному решению – монолитная плита перекрытия здания с кирпичными стенами (рис. 2.4, а). Такие решения сейчас очень распространены не только при возведении новых зданий, но и при реконструкциях старых объектов. Зачастую старые перекрытия со временем теряют свои эксплуатационные свойства (особенно это касается деревянных перекрытий), и одним из эффективных решений является устройство монолитной железобетонной плиты, опирающейся на старые

стены. Часть монолитной плиты в этом случае просто заводится в стену без всякой анкеровки, поэтому такое опирание принимается в расчетах шарнирным. Необходимо сделать небольшое замечание по вопросу устройства монолитных железобетонных плит при реконструкции. В этом случае обязательно должна быть проверена не только несущая способность плиты, но также и стен и фундаментов с учетом приложения к ним новых измененных нагрузок.

На рис. 2.4, *а* показана плита, армированная двойными сетками (в нижней и верхней частях сечения), но рабочей будет только нижняя сетка, а верхняя ставится по конструктивным соображениям. Растягивающие усилия в таком расчетном случае будут действовать только в нижней зоне сечения плиты.

При возведении здания целиком из монолитного железобетона (рис. 2.4, *б*) арматура плит перекрытий соединяется с сетками и каркасами балок, колонн, стен. Такие соединения в расчетах принимаются жесткими, сетки по расчету ставятся как в нижней, так и в верхней зонах.

Строительство из монолитного железобетона в настоящее время все более широко применяется по целому ряду причин. Одна из них – более эффективная работа плит. Поменяв только граничные условия, мы в нашем вышерассмотренном примере получили почти на порядок меньшие расчетные усилия и перемещения (по сравнению с балочной схемой). С подробной информацией по проектированию монолитных железобетонных плит можно ознакомиться в пособии автора [11].

Приведенный выше пример наглядно показывает, почему в практических расчетах на действие вертикальных нагрузок для сборных железобетонных плит принимаются упрощенные балочные модели.

Но здесь возникает другой вопрос. Ведь сборные плиты входят в общую пространственную модель здания. Что дает нам право «вырезать» отдельную балку из общей модели здания? Ответ на этот вопрос дает строительная механика. В шарнире возникают в общем случае три линейных реакции – по осям Ox , Oy и Oz . Поэтому мы можем «вырезать» балку из общей пространственной расчетной схемы здания, заменив согласно методу сечений влияние отсеченных конструкций здания неизвестными реакциями. При этом в расчетной схеме также исключаем две реакции в опорах по оси Oy , так как мы переходим к расчету задачи в плоскости Oxz , и одну реакцию по оси Ox , так как на плиту действуют только вертикальные нагрузки по оси Oz .

Именно по балочной схеме решается основная задача проектирования сборных железобетонных плит, которая заключается **в подборе или проверке заданного армирования**, в отличие от металлических деревянных, где главным является **подбор или проверка сечений элементов**.

Приведем далее основную информацию по расчетным схемам сборных плит для второго случая (*пространственный расчет на горизонтальные нагрузки*).

В расчетах каркасных зданий по пространственным расчетным схемам плиты перекрытия перераспределяют усилия между вертикальными элементами (колоннами, диафрагмами, связями) и моделируются пластинчатыми элементами с достаточной условностью. В алгоритме МКЭ матрицы жесткости КЭ для плит перекрытий (покрытий) должны иметь коэффициенты, определяющие продольные жесткости, а коэффициенты для изгибных жесткостей могут даже отсутствовать. Самый наглядный пример – моделирование целых пролетов зданий одним КЭ балка-стенка (КЭ 21 в ПК «Лира-САПР»). Для получения большей достоверности расчетов сборные плиты часто моделируют ортотропными: с разными модулями упругости в продольном и поперечном направлениях.

На рис. 2.5 показан пример задания жесткости для ортотропной пластины в ПК «Лира-САПР». Продольная жесткость (модуль упругости сборной плиты) значительно превышает поперечную жесткость, так как основная рабочая арматура плит располагается в плитах в продольном направлении. Значения модулей упругости плит будут влиять на перераспределение усилий между вертикальными элементами.

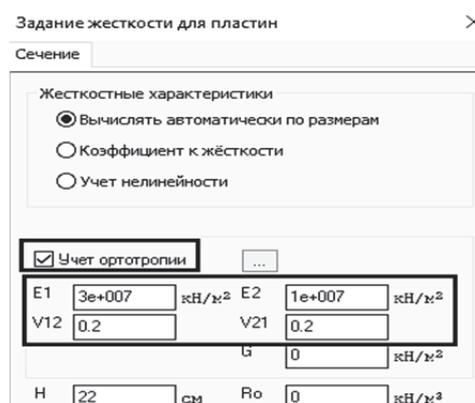


Рис. 2.5. Задание жесткости ортотропной плиты

2.2. Расчет многопустотной плиты перекрытия

Многопустотная плита (как любой другой изгибаемый железобетонный элемент) армируется основной рабочей продольной и поперечной арматурой. **Продольная арматура необходима для восприятия изгибающих моментов** и в сборных плитах, как правило, располагается в нижней растянутой зоне. Теория железобетона достаточно сложна для понимания, в первую очередь из-за неоднородности материала и необходимости учета физической нелинейности даже в самых простых расчетах. Но условие прочности для изгибаемых элементов (независимо от того, из какого материала они изготовлены) всегда имеет вид

$$M_{\text{внешн}} \leq M_{\text{ult}}$$

Изгибающий момент от внешней нагрузки не должен превысить предельный изгибающий момент, который может быть воспринят сечени-

ем элемента. Максимальный расчетный изгибающий момент от внешней нагрузки для сечений элементов определяется из статического расчета. Предельный изгибающий момент, который может быть воспринят сечением элемента, определяется из условий равновесия внутренних усилий.

Поперечная арматура необходима в первую очередь для восприятия поперечных сил, которые принимают максимальные значения на приопорных участках. Но если изгибаемый элемент имеет значительное ослабление (как раз на приопорном участке), то в этом случае необходимо проверить возможность возникновения разрушения от действия изгибаемого элемента по наклонным сечениям. Алгоритм расчета сечения поперечной арматуры в изгибаемых элементах является итерационным и сложным для программной реализации. Поэтому вычислительные комплексы, как правило, дают результаты, имеющие большие расхождения с аналитическими решениями.

Ниже приведен пример расчета продольной арматуры плиты перекрытия в программе MathCAD. Именно такая методика «ручных» аналитических расчетов используется в практике проектирования. Проектировщик обязательно должен иметь хорошие навыки ручного счета, но никто ему не позволит выполнять реальные расчеты «на бумаге» с помощью простого калькулятора. Необязательно использовать MathCAD, есть много других хороших альтернативных расчетных программ – Excel, SmathStudio и т.д. Но выпускник должен уже прийти на производство с хорошими навыками и умениями выполнения автоматизированного расчета строительных конструкций.

Но еще более важным аргументом в пользу выполнения «ручных» расчетов является факт обязательной верификации результатов проведенных численных расчетов. Человеку свойственно ошибаться. Причины ошибок могут быть самого разного характера – от низкой квалификации до простой невнимательности. Но результат все равно будет отрицательным, может привести к печальным последствиям (обеспечение несущей способности конструкций – это безопасность людей, проживающих или просто находящихся в проектируемом здании).

Не все об этом знают, но не такими уже исключительными случаями на практике являются примеры ошибок, которые допускают сами вычислительные комплексы. Можно привести такой наглядный пример. Разработчики специализированных комплексов с определенной периодичностью выпускают новые версии своих продуктов. И зачастую через непродолжительное время выходят так называемые «релизы» новых версий программ с доработками, улучшениями, **с исправлениями ошибок в алгоритмах программ**, которые обычно находят наиболее опытные пользователи.

2.2.1. Расчет многопустотной плиты перекрытия в программе MathCAD

Исходные данные для примера расчета возьмем из методических указаний [9] (см. разд. 3, с. 11):

- а) расчетная длина плиты $L = 5,69$ м;
- б) высота сечения плиты $h = 22$ см;
- в) ширина сечения сжатой верхней полки $b_f = 146$ см;
- г) ширина сечения ребра $b = 37,7$ см;
- д) ширина сечения растянутой нижней полки $b_f = 149$ см;
- е) класс бетона В20;
- ж) класс рабочей продольной арматуры плиты А600;
- з) класс рабочей поперечной арматуры плиты В500;
- и) расстояние от грани плиты до центра тяжести арматуры 3 см.

На плиту действует расчетная полная равномерно распределенная нагрузка $q = 10,88$ кН/м.

Расчет плиты ведется без учета предварительного напряжения арматуры.

Ниже на рис. 2.6 приведены алгоритмы расчета продольного и поперечного армирования плиты в программе MathCAD.

Исходные данные для расчета многопустотной плиты

Ширина сечения сжатой полки $b_f := 146$ см

Высота сечения сжатой полки $h_f := 3.05$ см

Ширина сечения ребра $b := 37.7$ см

Высота сечения плиты $h := 22$ см

Материалы:

- бетон тяжелый класса В20; арматура класса А600

- призмная прочнось бетона класса на сжатие В20 $R_b := 11.5$ МПа

- призмная прочнось бетона класса на растяжение В20 $R_{bt} := 0.9$ МПа

- начальный модуль упругости бетона класса В20 $E_b := 2.75 \cdot 10^4$ МПа

- расчетное сопротивление арматуры класса А600 $R_s := 520$ МПа

- модуль упругости арматуры класса А600 $E_s := 2 \cdot 10^5$ МПа

- расчетный максимальный момент $M := 44.03$ кН·м

- расчетная поперечная сила от полной нагрузки $Q := 30.95$ кН

- коэффициент, учитывающий влияние длительности действия статической нагрузки $\gamma_{b1} := 1$

Рис. 2.6. Расчет многопустотной плиты по предельным состояниям первой группы в программе MathCAD (начало)

Расчет прочности плиты по нормальным сечениям. Подбор сечения продольной арматуры

1 Определяем рабочую высоту сечения, приняв защитный слой $a := 3 \text{ см}$

$$h_0 := h - a = 19 \text{ см}$$

2 Определяем коэффициент α_m

$$\alpha_m := \frac{M \cdot 10^5}{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot b_f \cdot h_0^2} = 0.073$$

3 Определяем форму сечения, вводимую далее в расчет

Относительная высота сжатой зоны бетона равна

$$\xi := 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m} = 0.075$$

Абсолютная высота сжатой зоны бетона равна

$$x := \xi \cdot h_0 = 1.434 \text{ см}$$

$$\text{Форма_расчетного_сечения} := \begin{cases} \text{"прямоугольное"} & \text{if } x \leq h_f \\ \text{"тавровое"} & \text{if } x > h_f \end{cases}$$

Форма_расчетного_сечения = "прямоугольное"

4 Вычисляем коэффициент, определяющий характер разрушения железобетонного элемента

$$\epsilon_{b2} := 0.0035$$

$$\epsilon_{s_el} := \frac{R_s}{E_s} = 0.0026$$

$$\xi_R := \frac{0.8}{1 + \frac{\epsilon_{s_el}}{\epsilon_{b2}}} = 0.459$$

$$\alpha_R := \xi_R \cdot \left(1 - \frac{\xi_R}{2}\right) = 0.354$$

5 Определяем характер разрушения

$$\text{Разрушение} := \begin{cases} \text{"пластическое"} & \text{if } \alpha_m \leq \alpha_R \\ \text{"хрупкое"} & \text{if } \alpha_m > \alpha_R \end{cases}$$

Разрушение = "пластическое"

6 Определяем расчетную площадь рабочей арматуры

$$A_s := \frac{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot b_f \cdot h_0 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m})}{R_s \cdot 100} = 4.631 \text{ см}^2$$

Рис. 2.6. Расчет многослойной плиты по предельным состояниям первой группы в программе MathCAD (продолжение)

7 По результатам расчета принимаем 6 стержней диаметром 10 мм класса А600 с площадью сечения, равной 4.71 см^2

$$A_{s6d10} := \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \cdot 6 = 4.71 \text{ см}^2$$

Определение несущей способности плиты по принятой продольной арматуре. Проверка заданного армирования

1 Вычисляем высоту сжатой зоны сечения

$$x_{6d10} := \frac{R_s \cdot A_{s6d10}}{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot b_f} = 1.459 \text{ см}$$

2 Вычисляем несущую способность сечения

$$M_{6d10} := \frac{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot b_f \cdot x_{6d10} \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x_{6d10})}{10^5} = 44.77 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3 Находим коэффициент запаса армирования по прочности

$$K_3 := \frac{M_{6d10}}{M} = 1.017$$

Расчет прочности по наклонным сечениям на действие поперечной силы

1 Расчет по сжатой бетонной полосе между наклонными сечениями производим на действие поперечной силы из условия

$$Q \leq \varphi_{b1} \cdot \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0$$

где $\varphi_{b1} := 0.3$ — коэффициент, принимаемый равным по СП "Бетонные и железобетонные конструкции"

Выполняем проверку

$$\text{Прочность_по_сжатой_полосе} := \begin{cases} \text{"обеспечена"} & \text{if } Q \leq \varphi_{b1} \cdot \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0 \\ \text{"не_обеспечена"} & \text{if } Q > \varphi_{b1} \cdot \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0 \end{cases}$$

$$\text{Прочность_по_сжатой_полосе} = \text{"обеспечена"}$$

2 Расчет по наклонному сечению на действие поперечной силы производим из условия

Рис. 2.6. Расчет многопустотной плиты по предельным состояниям первой группы в программе MathCAD (продолжение)

$$Q \leq Q_b + Q_{sw}$$

где Q - поперечная сила в наклонном сечении;

Q_b - поперечная сила, воспринимаемая бетоном в наклонном сечении;

Q_{sw} - поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой в наклонном сечении.

Сначала проверим, требуется арматура по расчету, исходя из предположения, что поперечная сила, воспринимаемая бетоном в расчетном наклонном сечении Q_b , не меньше, чем расчетная поперечная сила в наклонном сечении Q , определенная по результатам статического расчета плиты. То есть $Q \leq Q_b$

Если это условие выполняется, то поперечная арматура по расчету не требуется

Окончательное значение поперечной силы, воспринимаемой бетоном в наклонном сечении, принимается исходя из трех условий:

1) Минимально возможное значение (граница снизу) для значения поперечной силы, воспринимаемой бетоном в наклонном сечении:

$$Q_{b1_min} := 0.5 \cdot \gamma_{b1} \cdot R_{bt} \cdot 100 \cdot b \cdot h_0 \cdot 10^{-3} = 32.234 \quad \text{кН}$$

2) Максимально возможное значение (граница сверху) для значения поперечной силы, воспринимаемой бетоном в наклонном сечении:

$$Q_{b1_max} := 2.5 \cdot \gamma_{b1} \cdot R_{bt} \cdot 100 \cdot b \cdot h_0 \cdot 10^{-3} = 161.167 \quad \text{кН}$$

3) Значение поперечной силы, воспринимаемой бетоном в наклонном сечении, для конкретного расчетного случая, в зависимости от длины проекции наклонной трещины S на продольную ось элемента, определяется по формуле

$$Q_{b1} = \frac{\phi_{b2} \cdot R_{bt} \cdot 100 \cdot b \cdot h_0}{S}$$

В нашем случае оказалось, что минимально возможное значение (граница снизу) поперечной силы $Q_{b1_min} = 32,23$ кН, воспринимаемой бетоном в

наклонном сечении, оказалось больше поперечной силы, действующей в наклонном сечении $Q = 30.95$ кН

Это значительно упрощает расчет - тогда нет необходимости вычислять значение поперечной силы, воспринимаемой бетоном в наклонном сечении, в зависимости от длины проекции наклонной трещины S .

Рис. 2.6. Расчет многопустотной плиты по предельным состояниям первой группы в программе MathCAD (окончание)

2.2.2. Подбор армирования многопустотной плиты перекрытия в ПК «Лира-САПР» по первой группе предельных состояний

Создадим новую задачу (рис. 2.7).

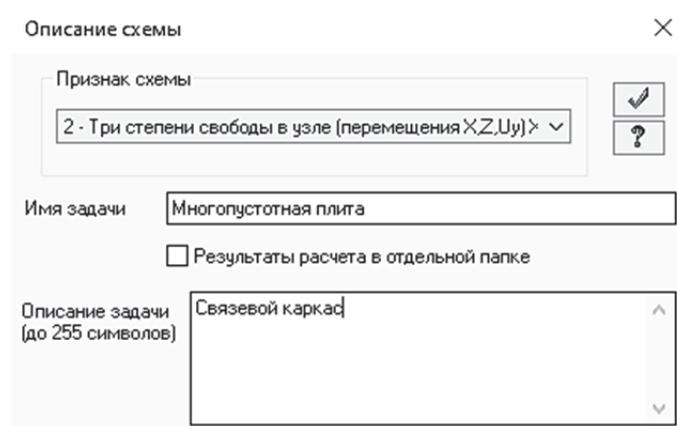


Рис. 2.7. Задание основных параметров задачи

Сделаем очень важное замечание по использованию терминов «плита» и «балка» далее для описания алгоритмов расчета многопустотной и ребристой плит в ПК «Лира-САПР». *Хотя фактически по выбранному второму расчетному признаку схемы конструкции моделируются стержневыми КЭ (в нашем случае балочными КЭ), все же более логично представляется писать именно «плита», а не «балка», по целому ряду причин. Одна из главных таких причин заключается в том, что в пособии большее внимание уделяется конструктивному расчету, когда необходимо говорить об армировании плиты, несущей способности плиты и т.д.*

Вызовем диалоговое окно «Создание плоских фрагментов и сетей», выбрав команду . В таблице диалогового окна зададим шаг конечно-элементной сетки только вдоль оси Ox , равный расчетной длине многопустотной плиты 5,69 м (рис. 2.8).

Разобьем созданный КЭ на четыре равных КЭ, чтобы в дальнейшем иметь возможность задать различное поперечное армирование для плиты на приопорных участках и в пролетной части. Для этого выделим созданный элемент и на закладке

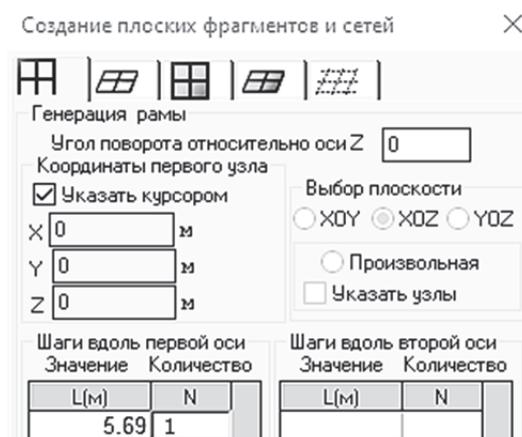


Рис. 2.8. Диалоговое окно «Создание плоских фрагментов и сетей»

«Создание и редактирование» раскроем меню «Добавить элемент», отметим команду «Разделить на N равных частей». В открывшемся окне «Добавить элемент» укажем число дробления 4 и применим команду (рис. 2.9).

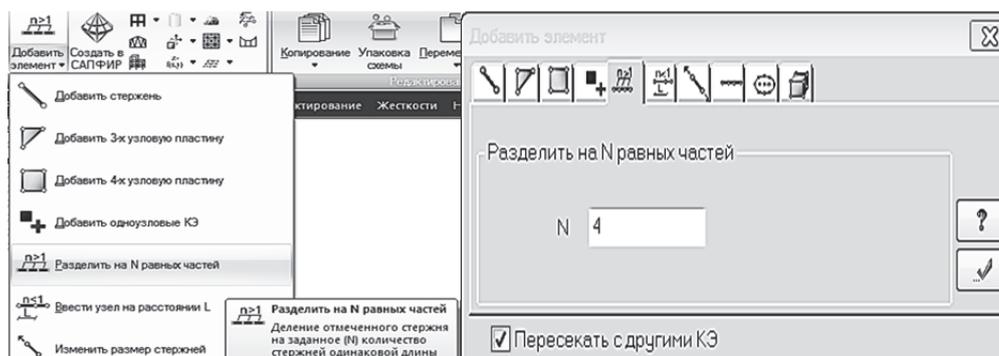


Рис. 2.9. Разбиение плиты на четыре КЭ

Далее зададим связи: в первом узле – шарнирно-подвижную, исключив линейную степень свободы по оси Oz , и шарнирно-неподвижную в последнем узле расчетной схемы плиты, исключив линейные степени свободы по осям Ox и Oz .

В аналитическом расчете статический расчет (определение внутренних усилий) выполнялся на действие полной расчетной нагрузки. Но при работе в ПК «Лира-САПР» необходимо взять за правило прикладывать нагружения отдельно в зависимости от их вида (постоянное, кратковременное, длительное и т.д.). Объясняется это тем, что при «ручном» счете мы сами выбираем значение коэффициента γ_{b1} , учитывающего влияние длительности действия статической нагрузки, а в ПК «Лира-САПР» значение этого коэффициента «вшито» в алгоритмы конструктивного расчета железобетонных элементов.

В нашем примере мы создадим три загрузки и приложим их на плиту отдельно: $g = 7,05$ кН·м, $v_1 = 0,9$ кН·м, $v_{sh} = 2,925$ кН·м (рис. 2.10).

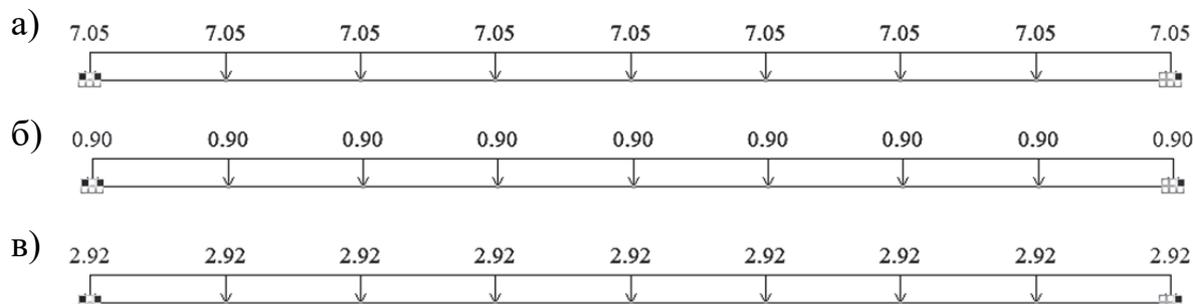


Рис. 2.10. Нагружения, действующие на плиту: а – постоянное; б – длительное; в – кратковременное

Далее перейдем на закладку «Расчет» и щелчком мыши по пиктограмме «Таблица РСУ»  откроем диалоговое окно для задания параметров РСУ (рис. 2.11). В этом окне для каждого загрузки подтвердим его вид в зависимости от длительности действия. Здесь же задаются коэффициенты надежности по нагрузке для перехода от расчетных усилий к нормативным.

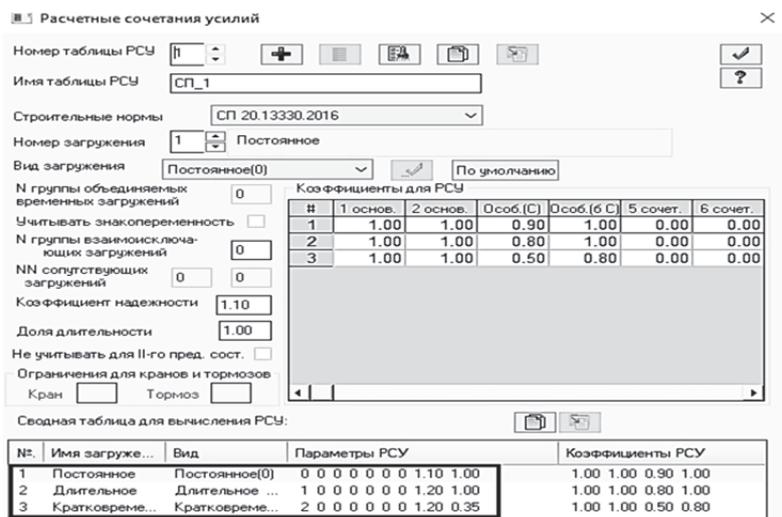


Рис. 2.11. Окно задания расчетных сочетаний усилий

Задана вся исходная информация для статического расчета плиты кроме жесткостей. В этом примере (так же, как и далее для ребристой плиты) мы проведем простой численный эксперимент.

Чтобы показать наглядно одну из основных гипотез метода предельных состояний, которая говорит о том, что растянутый бетон в расчетах на прочность железобетонных конструкций не учитывается, мы зададим два варианта жесткости для многопустотной плиты (рис. 2.12).

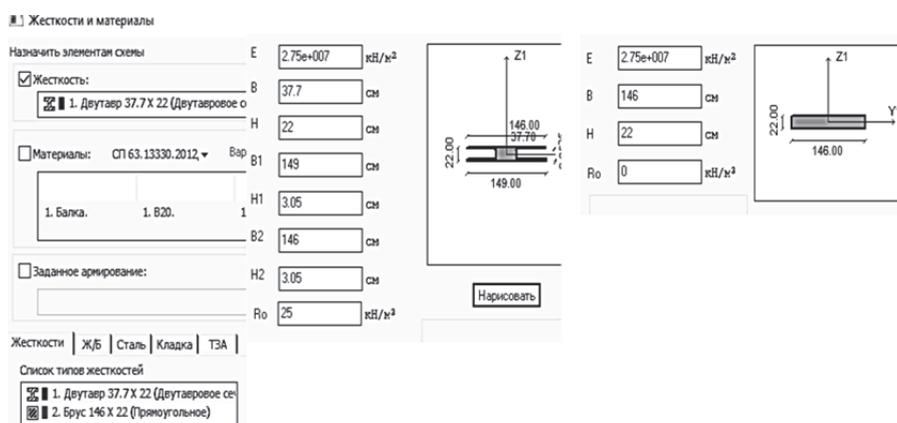


Рис. 2.12. Два варианта жесткости многопустотной плиты

Еще одна причина, почему все численные расчеты для многопустотной плиты будут проведены не только для фактического двутаврового сечения, но и виртуального прямоугольного, – это возможность дать пояснения в дальнейшем по типам заданного армирования в ПК «Лира-САПР».

Чтобы иметь возможность выполнить в одном файле два варианта расчета многопустотной плиты с разными сечениями, сделаем еще одну копию плиты и назначим соответствующие жесткости каждой плите.

В 3D-пространственной графике можно увидеть изображения полученных моделей (рис. 2.13).

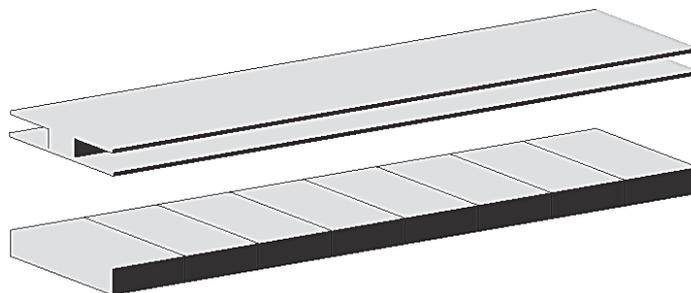


Рис. 2.13. Две модели многопустотной плиты

Сохраним задачу и запустим на расчет. Перейдем на закладку «Анализ», выведем эпюры полученных усилий в режиме простора результатов по РСУ  (рис. 2.14) и убедимся, что результаты полностью совпали с аналитическим расчетом [9, подразд. 3.2].

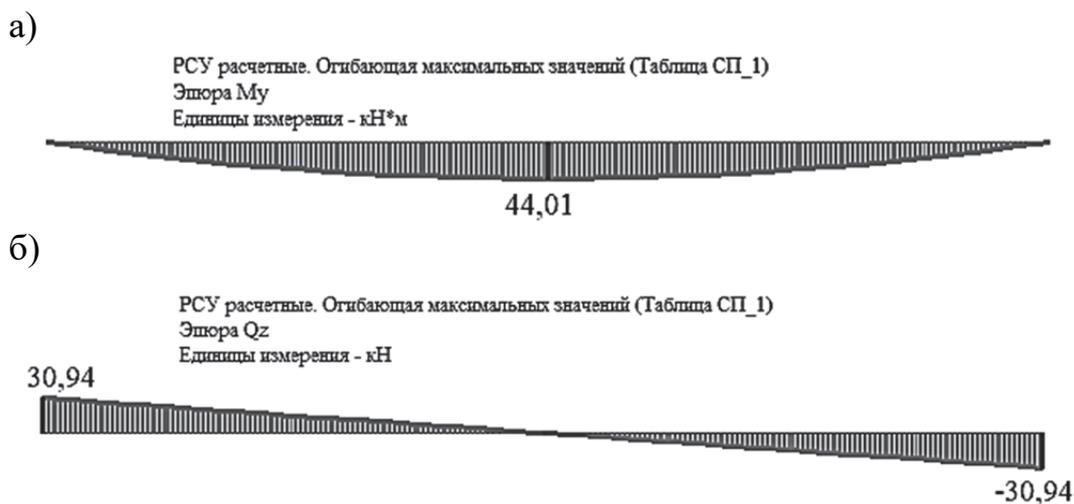


Рис. 2.14. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил в плите

Для подбора продольного армирования плиты задания жесткостей недостаточно. Программа должна многое еще «знать»: для какого типа элемента выполняется расчет (балки, стержня, колонны и т.д.); из каких материалов изготовлена плита (классы бетона и арматуры и их соответствующие характеристики) и т.д. Очень детально процедура задания материалов описана в пособии автора, посвященном расчету неразрезного ригеля [12, п. 2.2.2]. Поэтому без комментариев приведем заполненные таблицы материалов плиты (рис. 2.15).

При дальнейшем назначении материалов двум моделям плиты необходимо сделать два замечания.

Первое замечание. Можно сразу задать материалы двум моделям, но в окне задания жесткостей и материалов (рис. 2.16, а) необходимо снять отметку с задания жесткостей, а оставить активным только задание материалов. Иначе программа для обеих расчетных моделей назначит одну и ту же жесткость, которая на данный момент является активной («Прямоугольное»).

Второе замечание. Если стержневые КЭ будут иметь расчетные сечения (сечения, в которых программа вычисляет РСУ) только в узлах КЭ, то при выполнении конструктивного расчета будут «потеряны» опасные сечения по длине КЭ. Поэтому программа и предлагает создать дополнительно еще три расчетных сечения помимо двух имеющихся уже по умолчанию (рис. 2.16, б).

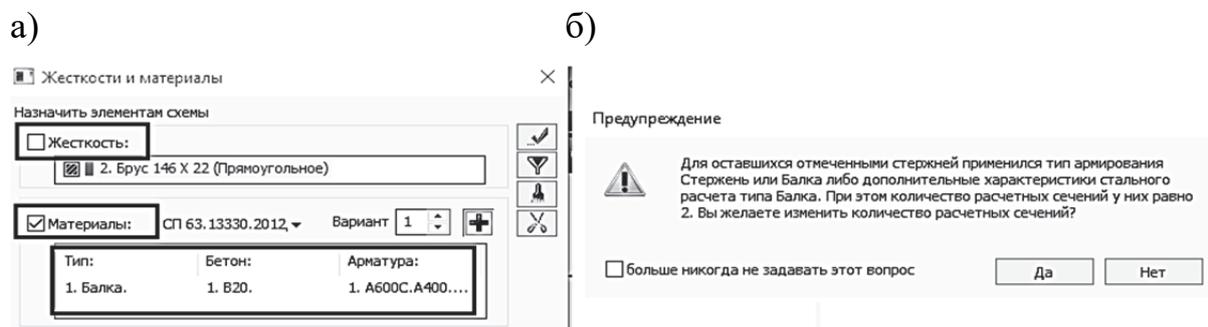


Рис. 2.16. Диалоговое окно «Материалы для расчета Ж/Б конструкций»: а – задание материалов; б – задание расчетных сечений стержней

После задания материалов элементам можно запустить программу на расчет. Но до выполнения конструктивного расчета необходимо обязательно проверить, по каким усилиям программа будет подбирать армирование. То, что мы задали таблицу РСУ, не говорит о том, что именно по ее данным будет вестись расчет! Поэтому необходимо проверить еще настройки варианта конструктивного расчета (рис. 2.17). В этом же окне следует проверить, чтобы были установлены актуальные нормы (СП 63.13330.2018).

Только после этих проверок запустим файл на расчет.

После завершения расчета перейдем на закладку «Железобетон» и проанализируем результаты конструктивного расчета.

На рис. 2.18 показаны эпюры требуемого продольного армирования для двух вариантов расчетных сечений многопустотной плиты. Результаты практически совпали.

В аналитическом расчете (см. рис. 2.6) получено несколько меньшее значение расчетного сечения продольного армирования, так как в этом расчете учитывается коэффициент γ_{s3} условий работы для напрягаемой арматуры.

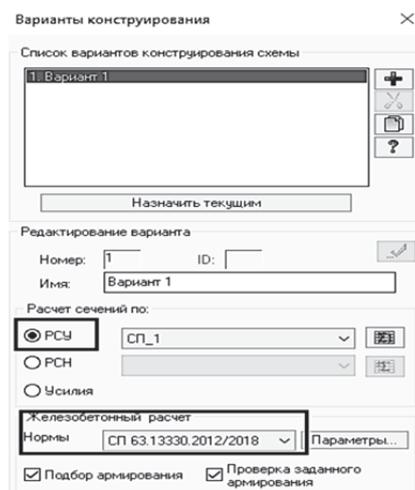


Рис. 2.17. Настройки варианта конструктивного расчета плиты

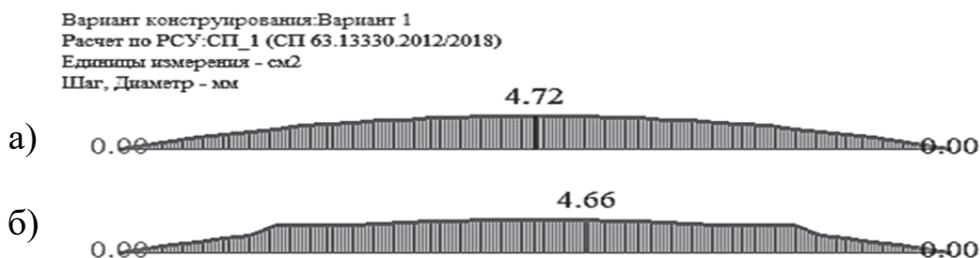


Рис. 2.18. Эпюры требуемого продольного армирования:
а – двутавровое сечение; б – прямоугольное сечение

Исходя из результатов проведенных расчетов, напрашивается сделать следующий вывод: расчеты многопустотной плиты на прочность по нормальным сечениям в ПК «Лири-САПР» проще выполнять для прямоугольного сечения. **Но это неверно!**

1. В этом примере, как и далее для ребристой плиты, просто продемонстрирована корректность допущения о расчете продольного армирования железобетонных элементов на прочность с учетом только сжатой зоны бетона для случая, когда нейтральная ось проходит в полке плиты (рис. 2.19, а). Но теоретически может получиться и так, что сжатая зона захватит не только сечение верхней полки плиты, но и часть ребра: нейтральная ось пройдет по ребру (рис. 2.19, б). В аналитическом расчете вероятность расчета плиты (как элемента таврового сечения) контролируется (см. рис. 2.6). Тогда как ПК «Лири-САПР» при заданном прямоугольном расчетном сечении будет выполнять расчеты именно для такой формы сечения.

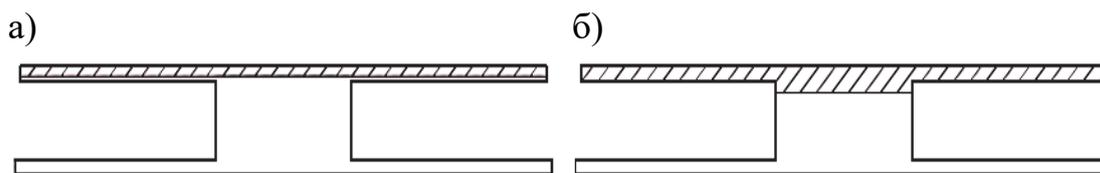


Рис. 2.19. Два случая сжатой зоны бетона плиты: а – сжата только часть полки; б – сжаты полностью верхняя полка плиты и часть ребра

2. В расчете по наклонным сечениям в ПК «Лира-САПР» должна быть задана фактическая ширина ребра расчетного сечения (в нашем примере для двутаврового расчетного сечения $b = 37,7$ см). Задав условное прямоугольное расчетное сечение, мы для расчета по наклонным сечениям принимаем завышенное значение ширины сечения. Далее в конструктивном расчете ребристой плиты мы увидим, что эта ошибка приводит к неверным результатам расчета поперечного армирования в ПК «Лира-САПР».

Выше были получены численные значения требуемого продольного армирования для двух вариантов расчета. Дадим задачу программе подобрать количество и диаметр фактического армирования с очевидным условием. Площадь сечения подобранного армирования должна быть не меньше требуемой по расчету площади.

По умолчанию ПК «Лира-САПР» для балок подбирает продольные стержни в количестве двух. Поменяем количество требуемых стержней на шесть, изменив параметры шкалы армирования, находясь также на закладке «Железобетон» (рис. 2.20).

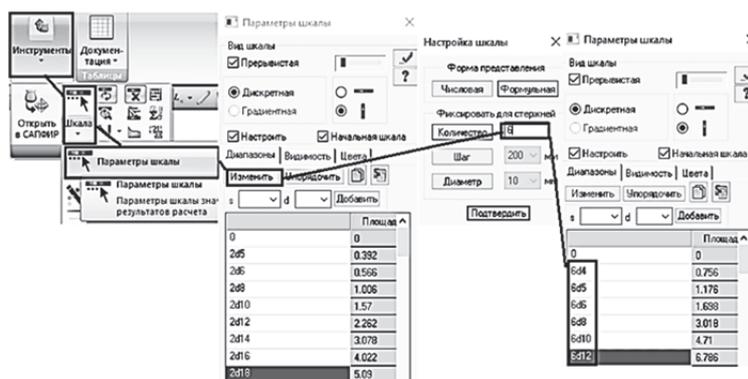
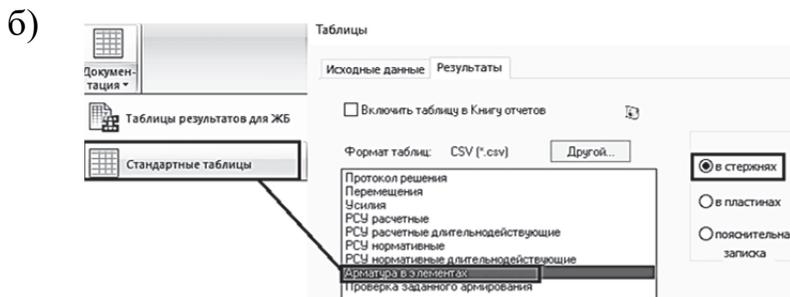


Рис. 2.20. Операции по настройке шкалы армирования (изменение количества подбираемых стержней)

Далее проверим необходимость установки в плите поперечной арматуры по расчету. Аналитические расчеты показали, что бетон сам может воспринять расчетную поперечную силу (см. п. 2.2.1). Есть три основных варианта вывода требуемого по расчету армирования: 1) с помощью эпюр арми-

рования (рис. 2.21, а); 2) с помощью стандартных или интерактивных таблиц (рис. 2.21, б); 3) с помощью инструмента «Фонарик»  (рис. 2.21, в).



Результаты армирования в стержнях СП 63.13330.2012/2018 (Вариант 1)
 Продольная арматура: см2 Поперечная: см2 Шир.трещин: мм

ГР	Элемент	Сечение	С/НС	AU1	AU2	AU3	AU4	AS1	AS2	AS3	AS4	%
1	1	1	Н									
1	1	1	Н					0.64				0.02
1	1	2	Н					0.64				0.02
1	1	3	Н					1.12				0.04
1	1	3	Н					1.12				0.04
1	1	4	Н					1.61				0.05
1	1	4	Н					1.61				0.05
1	1	5	Н					2.09				0.06
1	1	5	Н					2.09				0.06



Рис. 2.21. Информация о расчетном поперечном армировании:
 а – эпюры армирования; б – стандартные таблицы;
 в – инструмент «Фонарик»

Информация об армировании с помощью стандартных таблиц и инструмента «Фонарик» была выведена для крайнего КЭ. Как мы видим, во всех трех вариантах получено нулевое значение требуемого поперечного армирования. То есть сжатый бетон способен самостоятельно воспринять максимальную расчетную поперечную силу, возникающую в плите.

2.2.3. Проверка несущей способности сборной железобетонной плиты перекрытия в ПК «Ли́ра-САПР» по первой группе предельных состояний

В рамках учебного процесса подготовки инженеров-строителей обычно превалируют задачи подбора армирования для железобетонных элементов – то, чем на производстве обычно занимаются проектировщики. Но не менее важной является обратная задача – проверка несущей способности и пригодности конструкций к эксплуатации. Это одна из основных трудовых функций инженеров-обследователей. В примере расчета многопустотной плиты в программе MathCAD аналитическое решение задачи проверки несущей способности было приведено ранее в п. 2.2.1. Решим далее эту задачу численно в ПК «Ли́ра-САПР».

Армирование для рассматриваемой многопустотной плиты показано на рис. 2.22. В нижней зоне установлены шесть продольных стержней диаметром 10 мм. По конструктивным требованиям на опорных участках установлены четыре каркаса с хомутами диаметром 5 мм класса В500С с шагом 100 мм. Шаг поперечной арматуры не должен превышать на опорных участках половины высоты сечения ($220/2 = 110$ мм) [9, п. 8.3.11].

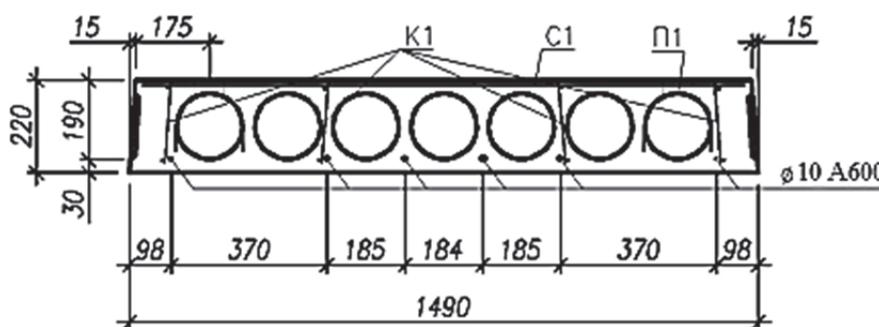


Рис. 2.22. Принятое продольное армирование для многопустотной плиты

Программный комплекс «Ли́ра-САПР» позволяет проверить несущую способность железобетонных конструкций с заданным армированием на заданную нагрузку с помощью вычисления коэффициента запаса по прочности K_3 . Для каждого заармированного КЭ вычисляется коэффи-

циент запаса, который должен быть не менее единицы. С подробной информацией о процедуре создания ТЗА (типов заданного армирования) и о назначении их КЭ можно ознакомиться в пособии [12, подразд. 3.2 – 3.3]. Здесь мы просто приведем краткую информацию по «армированию» плиты. Но более детально опишем, как задается продольное армирование для элементов таврового и двутаврового профилей, а также процедуру задания поперечного армирования.

Продольное армирование

Находясь в режиме создания и редактирования схемы, откроем диалоговое окно «Задание и корректировка типов заданного армирования», раскрыв меню пиктограммы «Заданное армирование» и щелкнув кнопкой мыши по опции «Типы заданного армирования» (рис. 2.23).

В открывшемся окне «Задание и корректировка типов заданного армирования» зададим параметры армирования для расчетного сечения в виде двутавра. На рис. 2.24 указаны закладки для четырех видов заданного армирования в зависимости от формы сечений элементов и их типа.

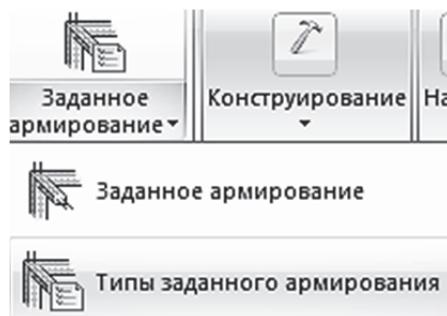


Рис. 2.23. Открытие окна «Типы заданного армирования»

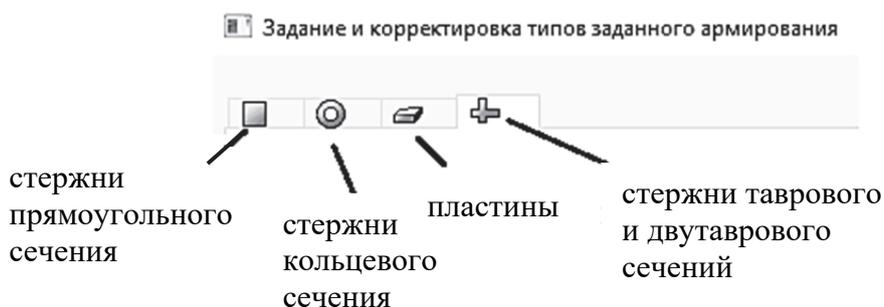


Рис. 2.24. Четыре вида армирования в зависимости от формы сечения

По умолчанию при открытии окна «Задание и корректировка типов заданного армирования» активной является закладка задания армирования для тавров и двутавров. Для нашей задачи мы сначала на этой закладке зададим параметры армирования именно для двутаврового сечения, а потом переключимся на другую закладку для задания армирования для прямоугольного сечения.

Опишем ниже задаваемые параметры армирования для двутаврового сечения (рис. 2.25):

1. Армируемая часть сечения – «нижняя полка». Можно было выбрать и часть сечения «стенка» (это никак не повлияет на результаты численных расчетов для плоского расчета балки). Но если бы решалась пространственная задача с кручением, то тогда необходимо было армировать именно нижнюю полку.

2. Промежуточные продольные стержни в сечении снизу.

3. Задание диаметра и количества стержней (возможно также численное задание площади сечения армирования).

4. Расстояние до центра тяжести арматуры (возможно также задание защитного слоя, а не расстояния).

5. Задание имени армирования по физическому смыслу «Армирование двутавр» (это является очень важным для задач, где много разных типов армирования).

6. Кнопка «Просмотр» для контроля расстановки стержней по площади сечения.

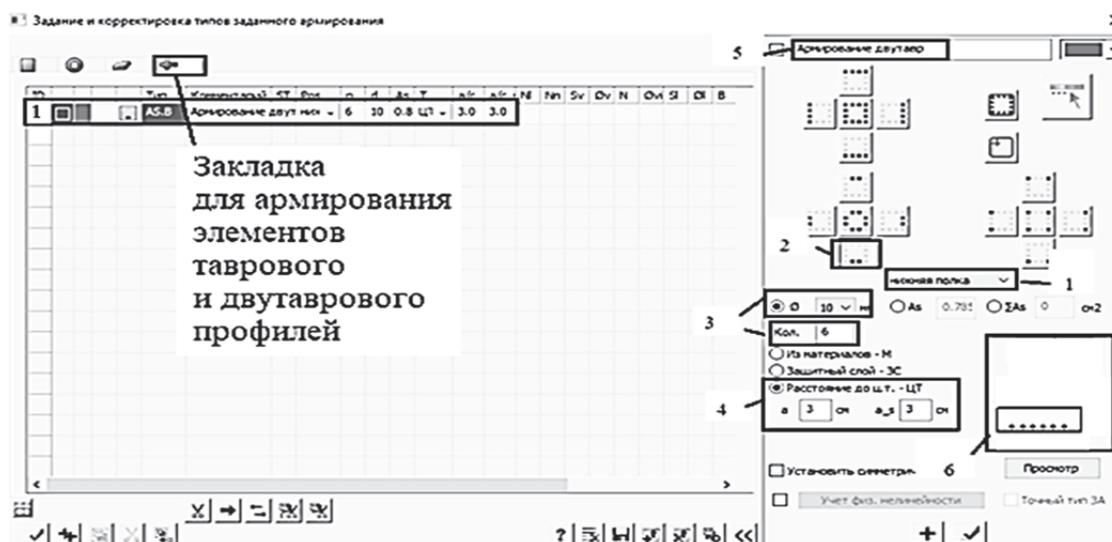


Рис. 2.25. Задание продольного армирования для двутаврового расчетного сечения

После подтверждения задания «Армирование двутавр» перейдем на закладку армирования прямоугольных сечений  и зададим параметры армирования для второго варианта расчетного сечения (рис. 2.26).

Параметры армирования для двух типов сечений практически идентичные, за исключением того, что для двутавра необходимо было указать конкретную часть сечения (нижнюю полку), которую требуется заармировать.

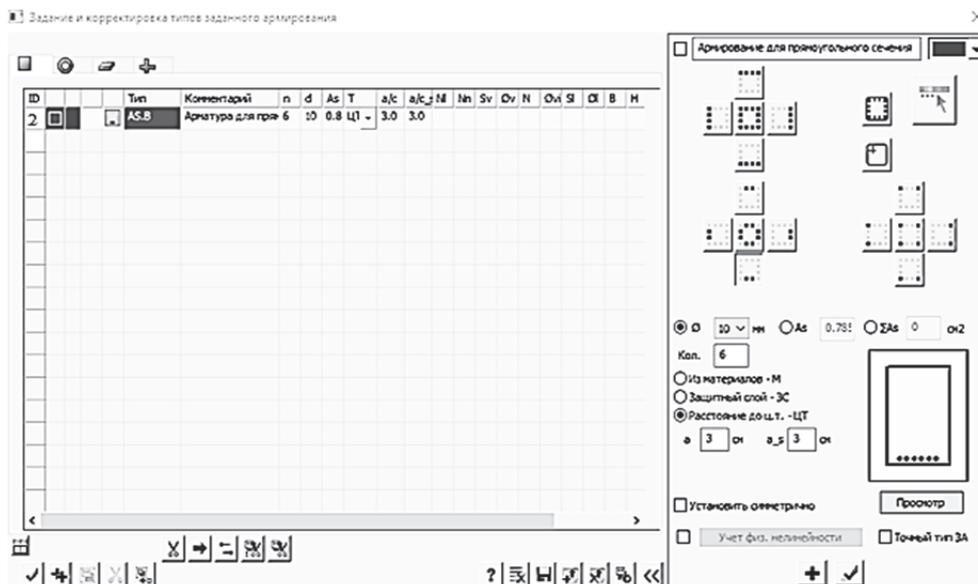


Рис. 2.26. Задание продольного армирования для прямоугольного расчетного сечения

Поперечное армирование

Далее кратко опишем процедуру задания поперечного армирования для двух вариантов сечений. На рис. 2.27 показаны три типа хомутов, которыми можно заармировать поперечное сечение: 1 – вертикальные промежуточные стержни; 2 – вертикальные крайние стержни; 3 – горизонтальные стержни.

Установка крайних вертикальных и горизонтальных хомутов обязательна для конструкций, воспринимающих крутящие моменты. Для простой балки, работающей на изгиб, мы можем установить как вертикальные крайние стержни, так и аналогичные промежуточные. По аналогии с продольным армированием таврового сечения (стенка или нижняя полка) это никак не повлияет на расчет.

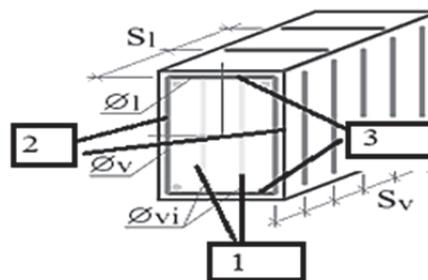


Рис. 2.27. Поперечное армирование стержней в ПК «Лири-САПР»

Ниже приведены рис. 2.28 – 2.29 с заданными параметрами поперечного армирования для двутаврового и прямоугольного сечений.

Задаются следующие основные параметры:

1. Имя армирования – «Армирование двутавр поперечное».

2. Вид поперечного армирования  – «Стержни поперечной арматуры» (может быть также комбинированное армирование  – одновременно задаваемые продольное и поперечное армирования).

3. Задаваемый тип хомутов – вертикальные крайние стержни.
4. Шаг стержней 100 мм.
5. Диаметр стержней 5 мм.

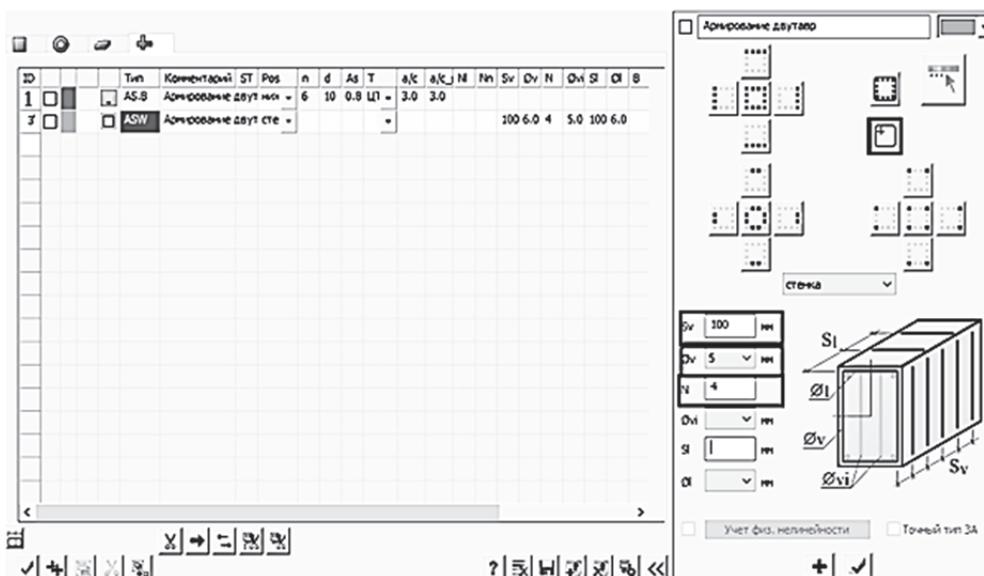


Рис. 2.28. Задание поперечного армирования для двутаврового расчетного сечения

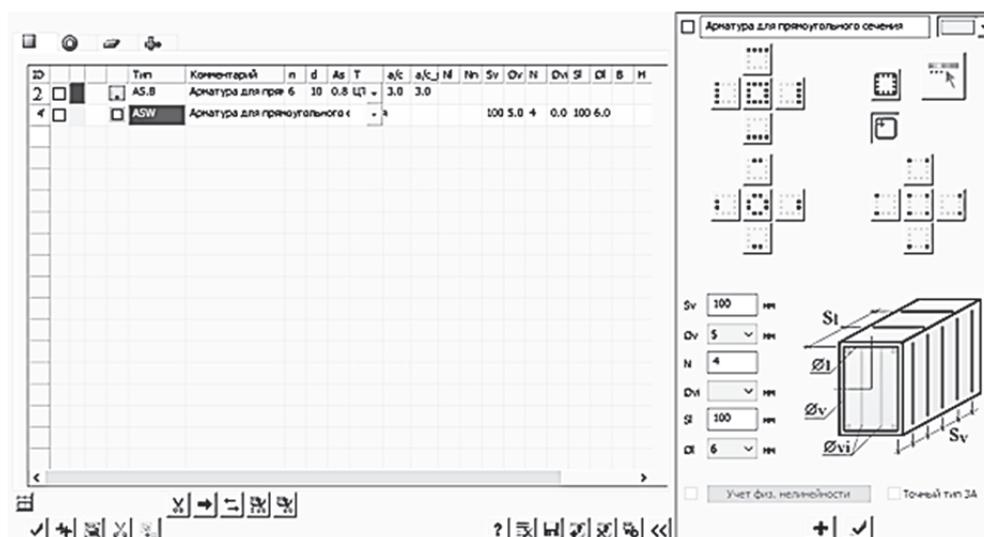


Рис. 2.29. Задание поперечного армирования для прямоугольного расчетного сечения

Далее необходимо присвоить созданные ТЗА элементам расчетной схемы. Для этого откроем окно «Жесткости и материалы» и перейдем на закладку ТЗА (рис. 2.30).

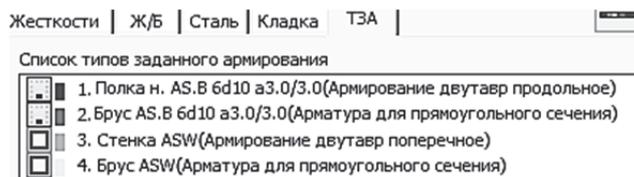


Рис. 2.30. Список созданных ТЗА

Соответствующие ТЗА для продольного армирования зададим всем КЭ плит (ТЗА 1 – плита прямоугольного сечения, ТЗА 2 – плита двутаврового сечения). А поперечное армирование зададим только для крайних элементов (ТЗА 4 – плита прямоугольного сечения, ТЗА 3 – плита двутаврового сечения). Выведем на экран присвоенные ТЗА (рис. 2.31).

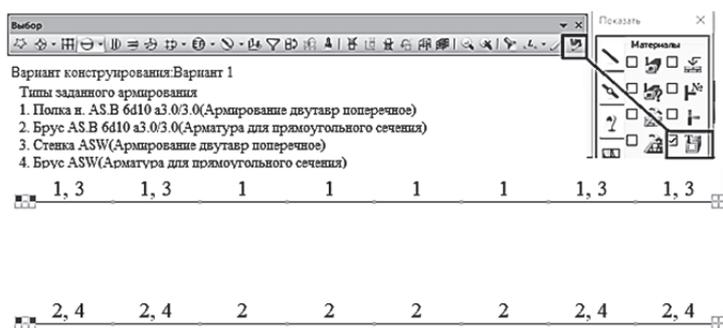


Рис. 2.31. Задание ТЗА для отдельных КЭ

Сохраним файл и запустим на расчет, но предварительно проверим, стоит ли в настройках конструктивного расчета  опция Проверка заданного армирования. Если эта опция не активна, то отметьте ее. Кроме того, этапы расчета, которые должна будет выполнить программа, можно настроить, запустив не просто расчет, а расчет с контролем параметров.

Особенно рекомендуем обратить на эту возможность программы студентам (или проектировщикам), которые выполняют расчеты задач зданий и сооружений с очень большим количеством неизвестных МКЭ. Самый наглядный пример – это высотные монолитные железобетонные здания, где число неизвестных МКЭ составляет обычно сотни тысяч, даже самый мощный компьютер будет выполнять расчет длительное время. И такие расчеты приходится выполнять много раз, по мере создания расчетной схемы.

После завершения расчета перейдем на закладку «Железобетон» и выведем на экран эпюры коэффициентов запаса по прочности для двух плит (рис. 2.32). Результаты численного расчета проверки несущей способности плит полностью совпали с аналитическим решением (см. п. 2.2.1).

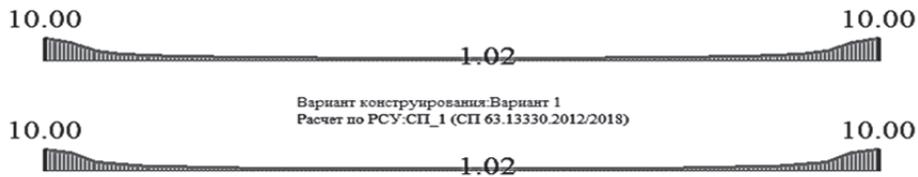


Рис. 2.32. Эпюры коэффициентов запаса по прочности для двух расчетных случаев

Еще раз обратим внимание, что в этом пособии рассматриваются задачи расчета железобетонных конструкций только по первой группе предельных состояний. Полноценный расчет подразумевает обязательный расчет и по второй группе предельных состояний – расчет прогибов и трещин. И может оказаться так, что определяющим требованием по расчетной площади армирования может оказаться не выполнение условий прочности, а условий по трещиностойкости. Для пояснения этого положения проведем небольшой численный эксперимент.

Сначала посмотрим значение подобранной ранее продольной арматуры в КЭ 3 с помощью инструмента «Фонарик» ТЗА (рис. 2.33, а). А затем вернемся на закладку «Создание и редактирование», в таблице задания материалов активируем требование по необходимости выполнения расчета по второй группе предельных состояний (рис. 2.33, б). Заново выполним расчет и после его завершения посмотрим новые результаты конструктивного расчета (рис. 2.33, в).



Рис. 2.33. Армирование, вычисленное ПК «Лира-САПР» для КЭ 3

Проанализируем результаты двух расчетов. Значения требуемого расчетного армирования, стоящие в строках «ПРЧН», соответствуют армированию, для которого выполняются требования только по первой группе предельных состояний, и они получились одинаковыми для обоих расчетов, как и следовало ожидать.

А вот значения требуемого расчетного армирования, стоящие в строках «ПЛН», соответствующие расчетным армированиям, для которых выполняются требования по двум группам предельных состояний, получились разными. Во втором случае, для того чтобы максимальный прогиб плиты и ширина раскрытия трещин не превышали предельно допустимые значения, необходима установка арматуры с площадью сечения, почти в два раза превышающая первоначально вычисленное значение.

Именно для повышения трещиностойкости в железобетонных плитах и выполняют предварительное напряжение продольной арматуры. В нашем примере предварительное напряжение не было учтено, поэтому требование по второй группе и не было выполнено. ПК «Ли́ра-САПР» позволяет выполнять расчеты предварительно напряженных железобетонных конструкций, но эти расчеты являются достаточно сложными и выходят за рамки настоящего пособия.

2.3. Расчет ребристой плиты перекрытия

Технология расчетов по определению требуемого армирования для обеспечения несущей способности ребристых плит во многом идентична расчетам многопустотных плит, но есть ряд особенностей, которые необходимо отметить:

1. Ребристая плита вследствие наличия только одной относительно тонкой полки (стандартная толщина полки обычно равна 5 см) является более гибкой конструкцией в поперечном направлении по сравнению с пустотной плитой. *Поэтому для ребристой помимо основной рабочей арматуры, расположенной вдоль плиты, вычисляется также сечение рабочей арматуры полки плиты, воспринимающей изгибающий момент, действующий в поперечном направлении.* Если расчетная схема на общий изгиб ребристой плиты также представляет собой однопролетную шарнирно опертую балку, то расчетная схема для подбора сечения рабочей сетки, которой армируется нижняя часть сечения полки, – это однопролетная жестко заземленная балка (рис. 2.34).

2. Ребристая плита имеет менее развитое сечение (ширину) в поперечном направлении, чем многопустотная. В рассмотренном ранее примере расчета многопустотной плиты ширина приведенного ребра сечения составляет почти 40 см, а для ребристой плиты стандартное значение равно 14 см (сумма толщин двух фактических ребер по 7 см). Как следствие,

очень редко в ребристых плитах только бетон может воспринять поперечную силу в расчете по наклонным сечениям. Поэтому в ребристых плитах практически всегда поперечная арматура устанавливается по расчету, а не по конструктивным требованиям.

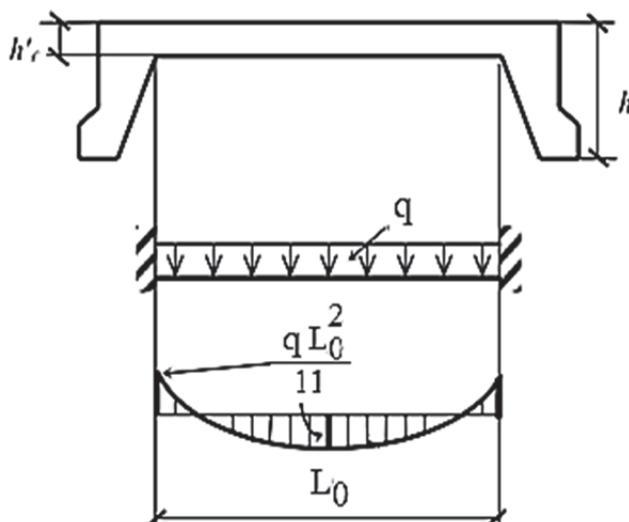


Рис. 2.34. Расчетная схема для статического расчета полки ребристой плиты

3. Количество рабочих продольных стержней в ребристой плите, как правило, принимается равным двум или четырем, в отличие от многопустотной плиты, где принимается относительно равномерное распределение армирования по ширине плиты (большое число стержней).

Ниже мы проведем численные расчеты ребристой плиты по исходным данным из примера [8, подразд. 1.6] в ПК «Лира-САПР». Так как эти расчеты во многом идентичны расчетам многопустотной плиты, то мы будем подробно останавливаться только на моментах, характерных именно для расчета ребристых плит. Но сначала, как обычно, приведем аналитический конструктивный расчет ребристой плиты в программе MathCAD.

2.3.1. Расчет ребристой плиты перекрытия в программе MathCAD

Приведем основные данные, необходимые для выполнения конструктивного расчета ребристой плиты в программе MathCAD.

Фактическое поперечное сечение и приведенное расчетное сечение ребристой плиты, используемое в аналитическом расчете, показаны ниже на рис. 2.35.

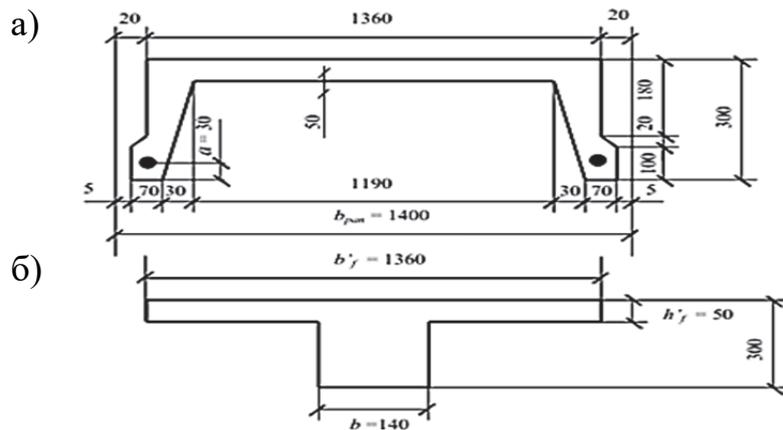


Рис. 2.35. Ребристая плита: а – фактическое поперечное сечение; б – приведенное расчетное сечение

Расчетная длина плиты $L = 6,075$ м. Материалы плиты: класс бетона В30; класс рабочей продольной арматуры плиты А800; класс рабочей поперечной арматуры плиты В500С; расстояние от грани плиты до центра тяжести арматуры 3 см.

На плиту действуют следующие расчетные равномерно распределенные нагрузки:

- 1) постоянная $g = 5,525$ кН/м;
- 2) кратковременная $v = 7,98$ кН/м.

Расчет плиты ведется без учета предварительного напряжения арматуры.

Ниже на рис. 2.36 приведен алгоритм расчета рабочей арматуры плиты в программе MathCAD.

Исходные данные для расчета ребристой плиты

Ширина сечения сжатой полки $b_f := 136$ см

Высота сечения сжатой полки $h_f := 5$ см

Ширина сечения приведенного ребра $b := 2 \cdot 7 = 14$ см

Высота сечения плиты $h := 30$ см

Материалы:

- бетон тяжелый класса В30; арматура класса А800

- призматическая прочность бетона класса на сжатие В30 $R_b := 17$ МПа

- начальный модуль упругости бетона класса В30 $E_b := 3.25 \cdot 10^4$ МПа

- расчетное сопротивление продольной арматуры, расположенной в ребрах класса А800 $R_s := 695$ МПа

Рис. 2.36. Расчет ребристой плиты по предельным состояниям первой группы в программе MathCAD (начало)

- расчетное сопротивление рабочей арматуры $R_{sf} := 415$ МПа
полки плиты класса В500

- модуль упругости арматуры класса А800 $E_s := 2 \cdot 10^5$ МПа

- расчетный максимальный момент $M := 62.3$ кН·м

- коэффициент, учитывающий влияние длительности действия статической нагрузки $\gamma_{b1} := 1$

Расчет прочности плиты по нормальным сечениям на общий изгиб. Подбор сечения продольной арматуры

1 Определяем рабочую высоту сечения, приняв защитный слой $a := 3$ см
 $h_0 := h - a = 27$ см

2 Определяем коэффициент α_m

$$\alpha_m := \frac{M \cdot 10^5}{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot b_f \cdot h_0^2} = 0.037$$

3 Определяем форму сечения, вводимую далее в расчет

Относительная высота сжатой зоны бетона равна

$$\xi := 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m} = 0.038$$

Абсолютная высота сжатой зоны бетона равна

$$x := \xi \cdot h_0 = 1.017 \text{ см}$$

$$\text{Форма_расчетного_сечения} := \begin{cases} \text{"прямоугольное"} & \text{if } x \leq h_f \\ \text{"тавровое"} & \text{if } x > h_f \end{cases}$$

Форма_расчетного_сечения = "прямоугольное"

4 Вычисляем коэффициент, определяющий характер разрушения железобетонного элемента

$$\epsilon_{b2} := 0.0035$$

$$\epsilon_{s_el} := \frac{R_s}{E_s} = 0.00347$$

$$\xi_R := \frac{0.8}{1 + \frac{\epsilon_{s_el}}{\epsilon_{b2}}} = 0.401$$

$$\alpha_R := \xi_R \cdot \left(1 - \frac{\xi_R}{2}\right) = 0.321$$

Рис. 2.36. Расчет ребристой плиты по предельным состояниям первой группы в программе MathCAD (продолжение)

5 Определяем характер разрушения

$$\text{Разрушение} := \begin{cases} \text{"пластическое"} & \text{if } \alpha_m \leq \alpha_R \\ \text{"хрупкое"} & \text{if } \alpha_m > \alpha_R \end{cases}$$

Разрушение = "пластическое"

6 Определяем расчетную площадь рабочей арматуры

$$A_s := \frac{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot b_f \cdot h_0 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m})}{R_s \cdot 100} = 3.384 \text{ см}^2$$

7 По результатам расчета принимаем 2 стержня диаметром 16 мм класса А800 с площадью сечения, равной 4.71 см²

$$A_{s2d16} := \frac{\pi \cdot 1.6^2}{4} \cdot 2 = 4.02 \text{ см}^2$$

Определение несущей способности плиты по принятой продольной арматуре. Проверка заданного армирования

1 Вычисляем высоту сжатой зоны сечения

$$x_{2d16} := \frac{R_s \cdot A_{s2d16}}{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot b_f} = 1.209 \text{ см}$$

2 Вычисляем несущую способность сечения

$$M_{2d16} := \frac{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot b_f \cdot x_{2d16} \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x_{2d16})}{10^5} = 73.769 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3 Находим коэффициент запаса армирования по прочности

$$K_3 := \frac{M_{2d16}}{M} = 1.184$$

Расчет прочности плиты по нормальным сечениям на местный изгиб. Подбор сечения продольной арматуры

Расчет ведем для полосы плиты шириной 1 м $V_f := 100 \text{ см}$

Высота сечения сжатой полки $h_f = 5 \text{ см}$

Расчетный пролет полки равен $L_f := 1.19 \text{ м}$

Полная расчетная нагрузка на 1 м² плиты равна

$$q := 9.65 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Расчетный момент определяем как для однопролетной жестко защемленной балки

$$M_f := \frac{q \cdot L_f^2}{11} = 1.242 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Рис. 2.36. Расчет ребристой плиты по предельным состояниям первой группы в программе MathCAD (продолжение)

Класс бетона остается как и в расчете на общий изгиб - В30

1 Определяем рабочую высоту сечения, приняв защитный слой $a := 1.5$

$$h_{0f} := h_f - a = 3.5 \text{ см}$$

2 Определяем коэффициент α_m

$$\alpha_m := \frac{M_f \cdot 10^5}{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot B_f \cdot h_{0f}^2} = 0.05965$$

3 Вычисляем относительную высоту сжатой зоны полки

$$\xi := 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m} = 0.06155$$

4 Определяем расчетную площадь рабочей арматуры сетки, расположенной в нижней части полки

$$A_{sf} := \frac{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot B_f \cdot h_{0f} \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m})}{R_{sf} \cdot 100} = 0.882 \text{ см}^2$$

5 По сортаменту принимаем 8 стержней диаметром 4 мм класса В500

Шаг стержней равен $s := \frac{B_f}{8} = 12.5 \text{ см}$

Площадь сечения 8 стержней диаметром 4 мм равна

$$A_{s8d4} := \frac{\pi \cdot 0.4^2}{4} \cdot 8 = 1.01 \text{ см}^2$$

Рис. 2.36. Расчет ребристой плиты по предельным состояниям первой группы в программе MathCAD (окончание)

В программе MathCAD были проведены расчеты армирования ребристой плиты (как на общий изгиб, так и на местный). Далее будет описана процедура выполнения статического и конструктивного расчетов ребристой плиты в ПК «Лира-САПР» только на общий изгиб. Также в следующем разделе будет показана методика приближенного учета предварительного напряжения арматуры путем введения «пользовательского» материала арматуры.

2.3.2. Подбор армирования ребристой плиты перекрытия в ПК «Лира-САПР» по первой группе предельных состояний

Создадим новую задачу (рис. 2.37).

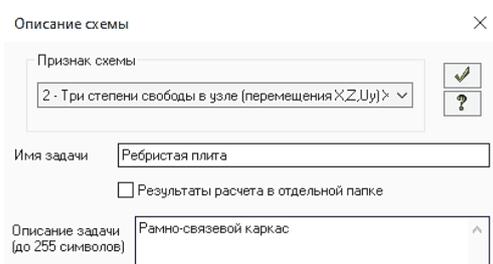


Рис. 2.37. Задание основных параметров задачи

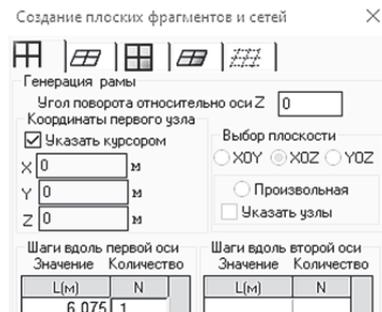


Рис. 2.38. Диалоговое окно «Создание плоских фрагментов и сетей»

Вызовем диалоговое окно «Создание плоских фрагментов и сетей», выбрав команду . В таблице диалогового окна зададим шаг конечно-элементной сетки только вдоль оси Ox , равный расчетной длине ребристой плиты 6,075 м (рис. 2.38).

Разобьем созданный КЭ на четыре равных КЭ. Для этого выделим созданный элемент, на закладке «Создание и редактирование» раскроем меню «Добавить элемент» и отметим команду «Разделить на N равных частей». В открывшемся окне «Добавить элемент» укажем число дробления 4 и применим команду (рис. 2.39).

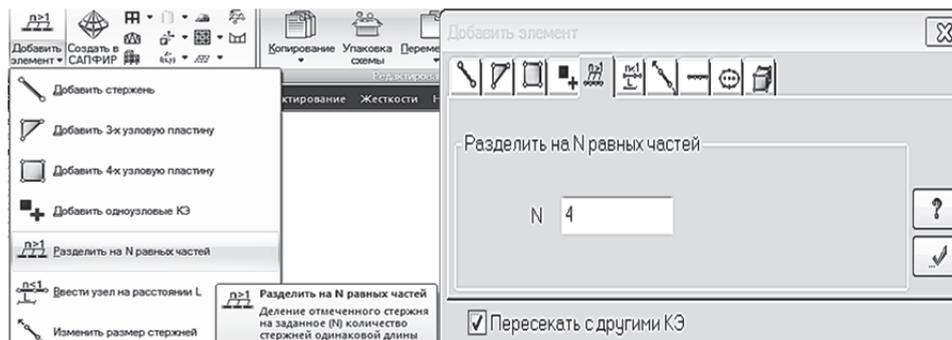


Рис. 2.39. Разбиение плиты на четыре КЭ

Далее зададим связи: в первом узле – шарнирно-подвижную, исключив линейную степень свободы по оси Oz , и шарнирно-неподвижную в последнем узле расчетной схемы плиты, исключив линейные степени свободы по осям Ox и Oz .

Создадим два нагружения и приложим их на плиту отдельно:
 $g = 5,525 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $v_{sh} = 7,98 \text{ кН}\cdot\text{м}$ (рис. 2.40).

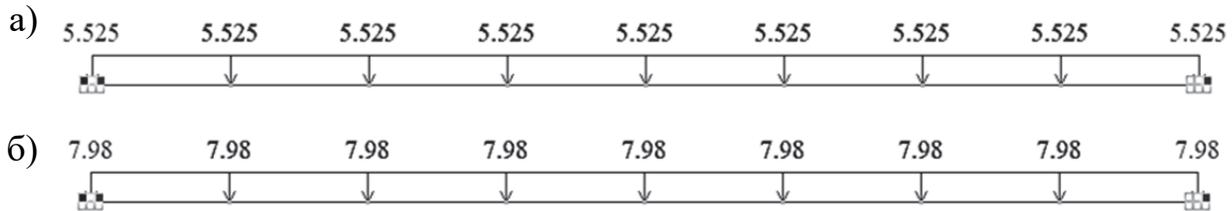


Рис. 2.40. Нагружения, действующие на плиту: а – постоянное;
 б – кратковременное

Далее перейдем на закладку «Расчет» и щелчком мыши по пиктограмме  «Таблица РСУ» откроем диалоговое окно для задания параметров РСУ (рис. 2.41). В этом окне для каждого нагружения подтвердим его вид в зависимости от длительности действия.

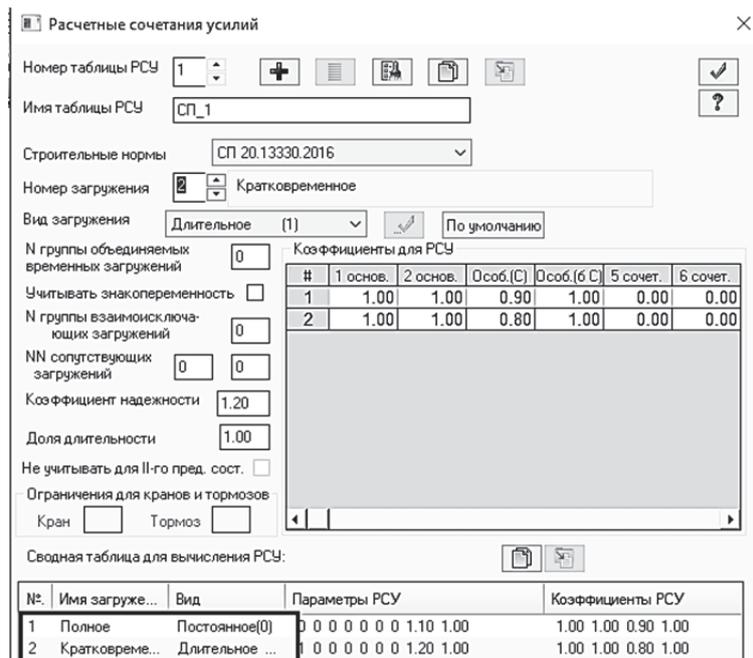


Рис. 2.41. Окно задания расчетных сочетаний усилий

В этом примере мы также выполним расчет для двух расчетных сечений (рис. 2.42).

Так же, как и для многопустотной плиты для создания двух вариантов расчета ребристой плиты с разными сечениями сделаем еще одну копию плиты и назначим соответствующие жесткости каждой плите.

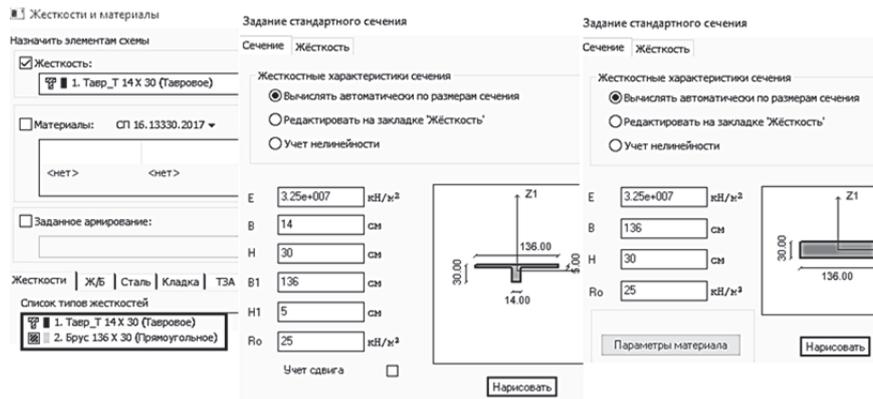


Рис. 2.42. Два варианта жесткости ребристой плиты

В 3D-пространственной графике можно увидеть изображения полученных моделей (рис. 2.43).

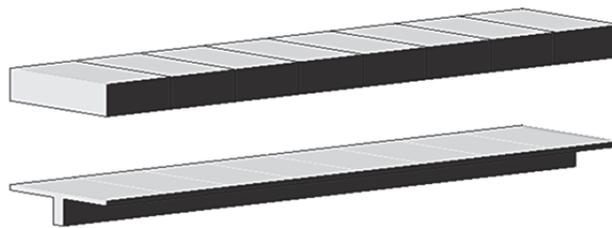


Рис. 2.43. Две модели ребристой плиты

Сохраним задачу и запустим на расчет. Перейдем на закладку «Анализ», выведем эпюры полученных усилий в режиме просмотра результатов по РСУ  (рис. 2.44) и убедимся, что результаты полностью совпали с аналитическим расчетом [8, подразд. 1.3].

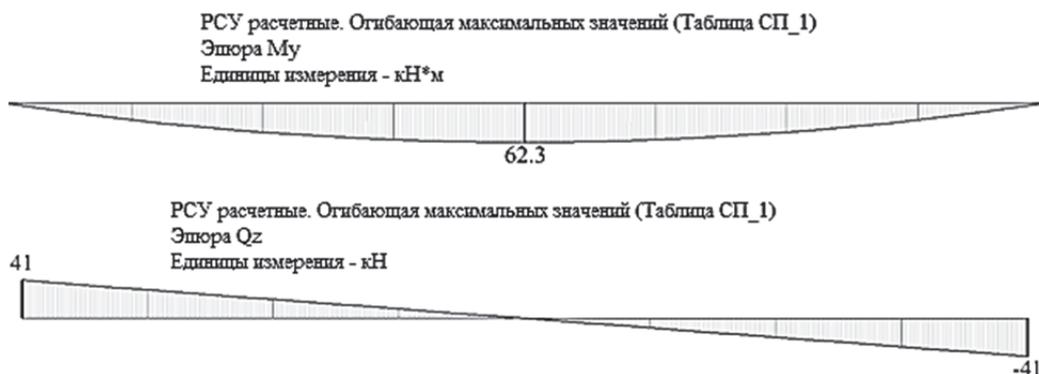


Рис. 2.44. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил в плите

Для выполнения конструктивного расчета (подбора арматуры) зададим материалы (рис. 2.45) и назначим их всем элементам расчетной схемы.

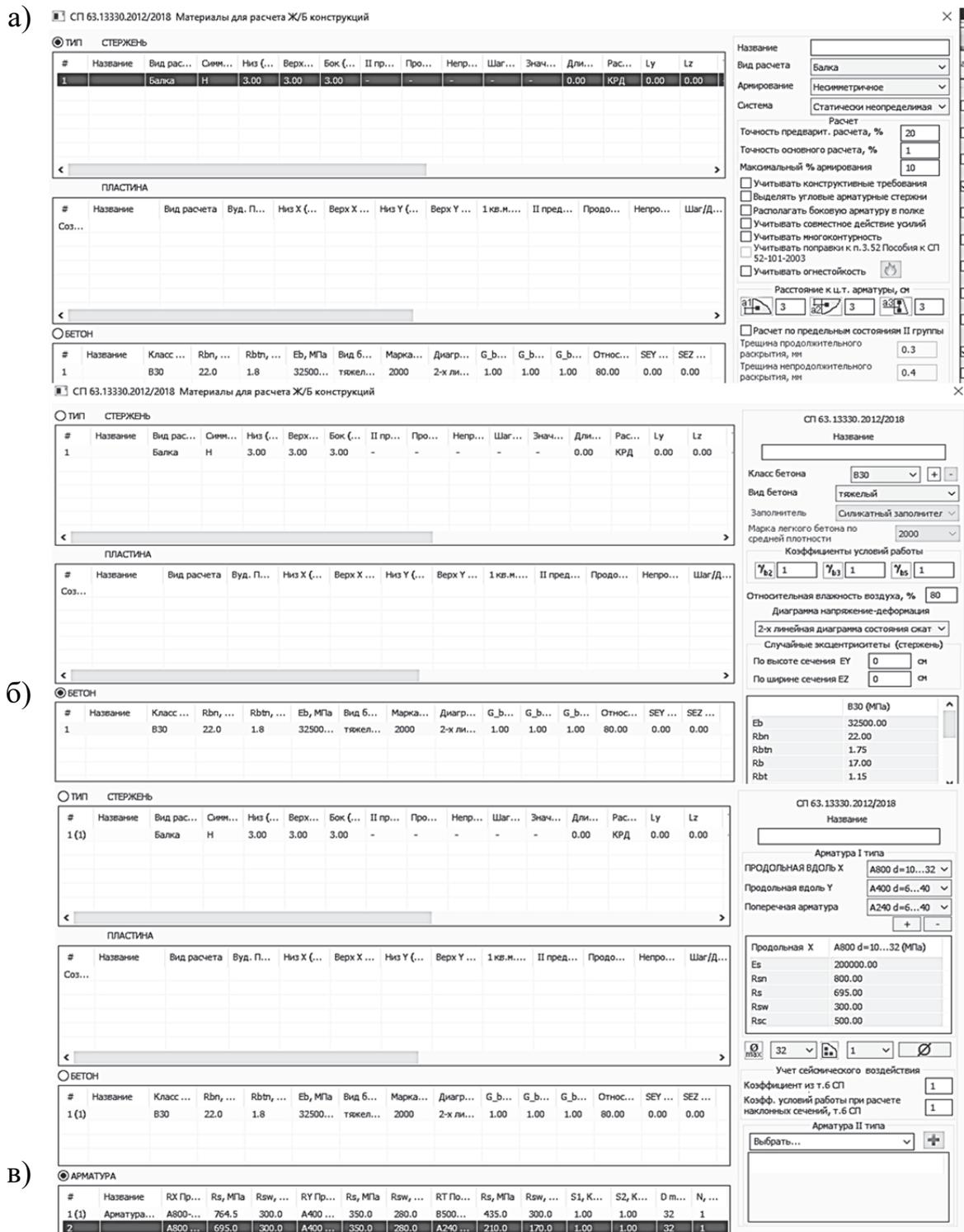


Рис. 2.45. Диалоговое окно «Материалы для расчета Ж/Б конструкций»: а – режим «Стержень»; б – режим «Бетон»; в – режим «Арматура»

При назначении материалов КЭ программа предложит создать дополнительно еще три расчетных сечения помимо двух имеющихся уже по умолчанию, с чем необходимо, конечно, согласиться.

После задания материалов элементам проверяем, что программа будет подбирать армирование по РСУ (а не по отдельным усилиям) и по актуальным нормам (СП 63.13330.2018), запускаем файл на расчет.

После завершения расчета перейдем на закладку «Железобетон» и проанализируем результаты конструктивного расчета.

На рис. 2.46 показаны эпюры требуемого продольного армирования для двух вариантов расчетных сечений ребристой плиты и мозаики подобранного армирования.

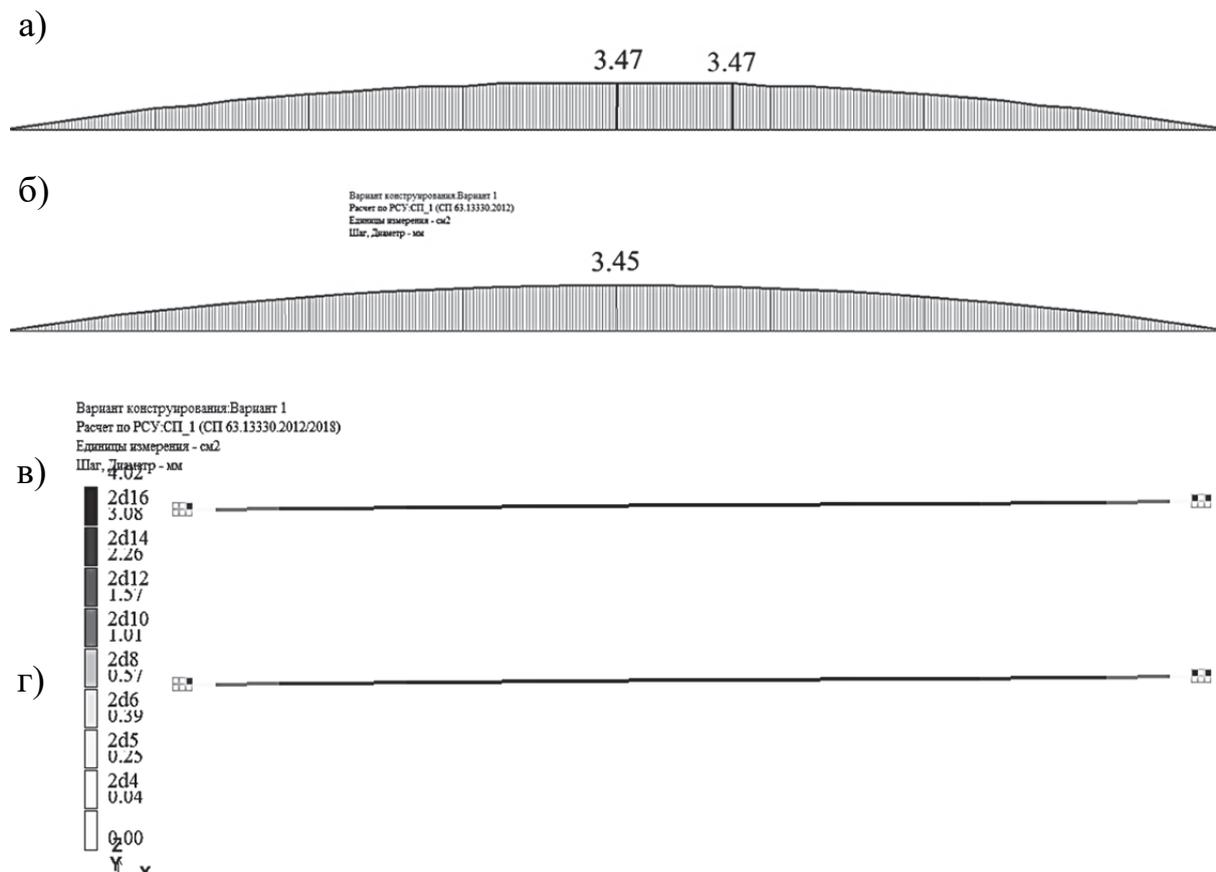


Рис. 2.46. Результаты конструктивного расчета в ПК «Лира-САПР» ребристой плиты: а – требуемое продольное армирование для плиты с расчетным тавровым сечением; б – требуемое продольное армирование для плиты с расчетным прямоугольным сечением; в – подобранные диаметр и количество продольных стержней для плиты с расчетным тавровым сечением; г – подобранные диаметр и количество стержней для плиты с расчетным прямоугольным сечением

Результаты численного расчета продольного армирования плит практически совпали для таврового и прямоугольного сечений, но есть значительное расхождение с аналитическим расчетом [8, п. 1.6.1], которое

объясняется, как указывалось выше, неучетом в ПК «Ли́ра-САПР» коэффициента γ_{s3} условий работы для напрягаемой арматуры.

Попытаемся исправить это расхождение в п. 2.3.3 введением «пользовательского» класса арматуры и там же более подробно расскажем о возможностях использования разных вариантов конструирования в ПК «Ли́ра-САПР». Но до этого проведем небольшой анализ полученных результатов расчета поперечного армирования ребристой плиты.

Сначала, находясь также на закладке «Железобетон», выведем на экран численные значения требуемого поперечного армирования для двух вариантов расчетных сечений (рис. 2.47).

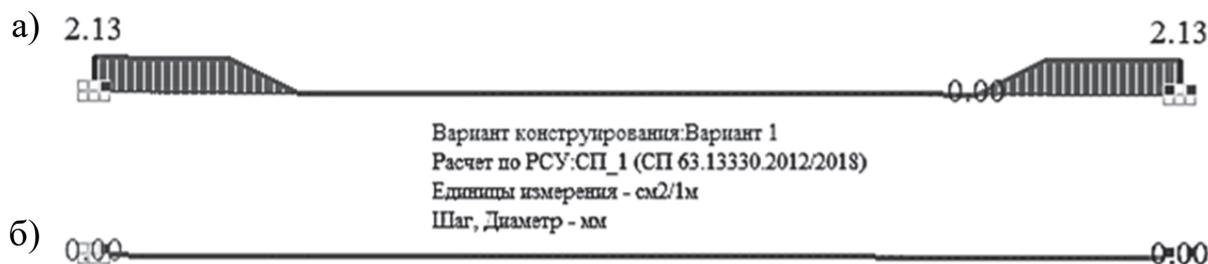


Рис. 2.47. Результаты расчета в ПК «Ли́ра-САПР» требуемого поперечного армирования ребристой плиты: а – тавровое сечение; б – прямоугольное сечение

Эпюра требуемого поперечного армирования для ребристой плиты с прямоугольным расчетным сечением показывает, что установка рабочей поперечной арматуры не требуется (см. рис. 2.47, б). Результаты этого варианта расчета в ПК «Ли́ра-САПР» ребристой плиты по наклонным сечениям являются ошибочными, так как в исходные данные было заложено завышенное значение ширины ребра плиты, равное ширине сжатой полки (146 см).

Далее мы будем выполнять конструктивные расчеты ребристой плиты и проводить их анализ только для таврового расчетного сечения.

Для этого варианта расчета программа вычислила требуемую площадь сечения поперечного армирования плиты на приопорных участках, равную $2,13 \text{ см}^2$ на один погонный метр плиты (см. рис. 2.47, а). Эта цифра означает, что площадь сечения всех хомутов на участке длиной 1 м должна быть не менее $2,13 \text{ см}^2$. Так как у плиты есть два продольных ребра, то в каждом из них площадь сечения всех хомутов на участке длиной 1 м должна быть не менее $2,13/2 = 1,065 \text{ см}^2$. А далее по сортаменту необходимо подобрать шаг и диаметр поперечной арматуры.

Для нашего расчетного случая при шаге 100 мм, который должен быть не более половины рабочей высоты сечения согласно требованиям СП [2], подходит диаметр 4 мм. Тогда на одном погонном метре плиты бу-

дет расположено 20 стержней (два каркаса по 10 стержней в каждом) и фактическая площадь сечения составит $A_{sw} = 0,126 \cdot 20 = 2,513 \text{ см}^2$.

В аналитическом расчете [8, п. 1.6.1] была подобрана поперечная арматура с аналогичным шагом 100 мм, но большего диаметра – 5 мм. Такое расхождение отчасти можно объяснить разными алгоритмами конструктивного аналитического и численного расчетов. Но с большей вероятностью это объясняется тем, что в аналитическом расчете поперечное армирование было не точно подобрано, а принято с большим запасом прочности. Об этом говорит и значительное превышение полученной в аналитическом расчете несущей способности бетона с поперечным армированием (76,4 кН) по сравнению с расчетной поперечной силой в опасном сечении ($Q = 33,6 \text{ кН}$).

2.3.3. Подбор армирования ребристой плиты перекрытия в ПК «Лира-САПР» по двум вариантам конструирования

Статический расчет (определение основных параметров НДС конструкций) ПК «Лира-САПР» выполняет МКЭ *по единому алгоритму* в зависимости от конкретных заложенных исходных данных для расчета (признака расчетной схемы, геометрии схемы, граничных условий).

А вот конструктивный расчет железобетонных, металлических, каменных конструкций может быть выполнен в одном файле для одной расчетной схемы сразу по двум или более вариантам конструирования (различным нормам проектирования, различным материалам, различным расчетным усилиям).

Приведем наиболее характерные расчетные задачи, где использование нескольких вариантов конструирования может быть целесообразным:

1. Вариантное проектирование (получение наиболее рациональных, эффективных и экономичных решений). Можно для одной расчетной схемы в нескольких вариантах конструирования задавать разные материалы (классы бетона, арматуры, стали), разные расчетные длины элементов и т.д.

2. Сравнение проектных решений, полученных по разным нормам. С методической точки зрения интересно будет в одном файле выполнить расчеты конструкций и проанализировать полученные численные результаты при использовании разных норм в конструктивных вариантах (СП, СНиП, Еврокод).

В нашей задаче мы же введем второй вариант конструирования с новым пользовательским классом арматуры, созданным на базе стандартного класса арматуры А800. Так как, по сути, учет предварительного напряжения при расчете продольной арматуры заключается во введении поправочного коэффициента $\gamma_{s3} = 1,1$, то в нашей задаче мы просто на 10 % увеличим расчетное сопротивление арматуры класса А800.

Откроем созданную ранее таблицу материалов и, находясь в режиме «Арматура», сначала создадим еще один материал для класса А800 с такими же параметрами, как для первого варианта, а затем изменим его. Для этого щелкнем по кнопке «Создать новый пользовательский материал» и поменяем значение расчетного сопротивления $R_s = 695 \cdot 1,1 = 764,5$ МПа (рис. 2.48).

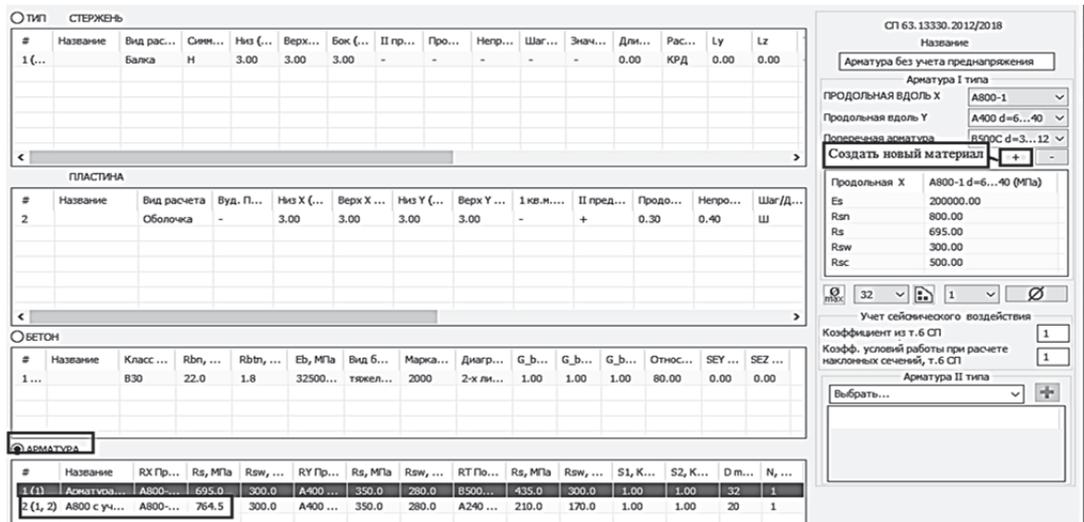


Рис. 2.48. Задание нового пользовательского материала «Арматура класса А800 с учетом предварительного напряжения»

После этого создадим второй вариант конструирования (рис. 2.49).

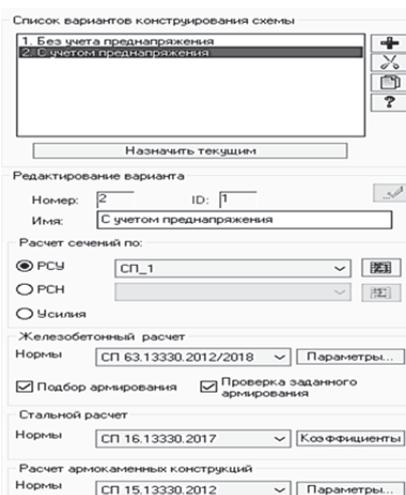
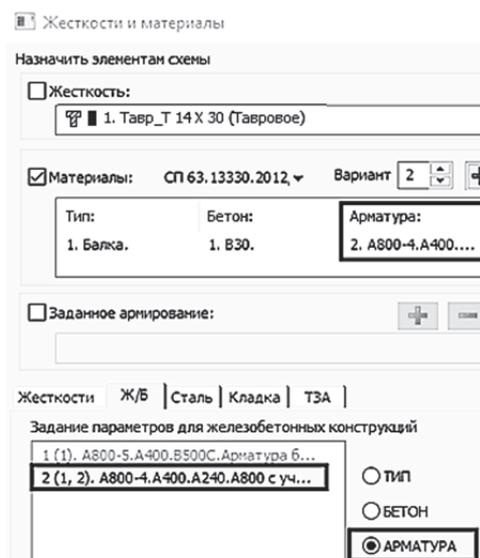


Рис. 2.49. Варианты конструирования ребристой плиты

Обратим внимание, что выбор норм проектирования будет вестись для конкретного конструктивного варианта в этом же окне (см. рис. 2.49).

Для того чтобы задать материалы КЭ для определенного конструктивного варианта, необходимо сначала сделать этот вариант активным. Поэтому с помощью переключки, находящейся рядом с пиктограммой , выберем второй вариант конструирования. Далее откроем диалоговое окно «Жесткости и материалы», сделаем текущим новый пользовательский материал «Арматура с учетом преднапряжения» и зададим новые материалы всем КЭ расчетной схемы (рис. 2.50).

Рис. 2.50. Задание нового пользовательского материала «Арматура с учетом преднапряжения» для второго варианта конструирования



Сохраним сделанные изменения и запустим файл на расчет. Перейдем после завершения расчета на закладку «Железобетон» и выведем на экран эпюру подобранного армирования для второго варианта конструирования (рис. 2.51).

Вариант конструирования: Вариант 1
 Расчет по РСН: СП_1 (СП 63.13330.2012)
 Единицы измерения - см2
 Шаг, Диаметр - мм



Рис. 2.51. Эпюра требуемого продольного армирования с учетом предварительного напряжения

После изменения прочностной характеристики арматуры результаты численных расчетов практически совпали с аналитическим решением по методу предельных состояний.

2.3.4. Проверка несущей способности ребристой плиты перекрытия в ПК «Лира-САПР» по первой группе предельных состояний

Армирование для рассматриваемой ребристой плиты показано на рис. 2.52. В ребрах установлены два продольных стержня диаметром 16 мм класса А800. По результатам расчета по наклонным сечениям в каждом продольном ребре на опорах установлены по одному каркасу с хомутами диаметром 4 мм класса В500 с шагом 100 мм.

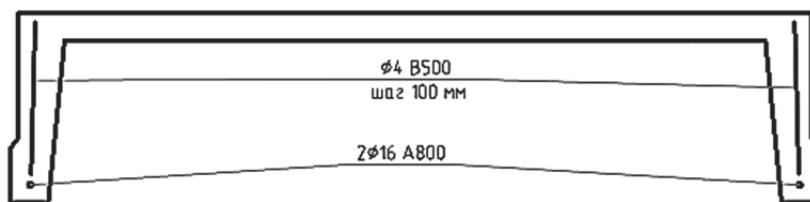


Рис. 2.52. Принятое армирование для ребристой плиты

Вернемся в режим создания и редактирования схемы, откроем диалоговое окно «Задание и корректировка типов заданного армирования», раскрыв меню пиктограммы «Заданное армирование» и щелкнув кнопкой мыши по опции «Типы заданного армирования». Далее зададим ТЗА для продольного и поперечного армирований (рис. 2.53).

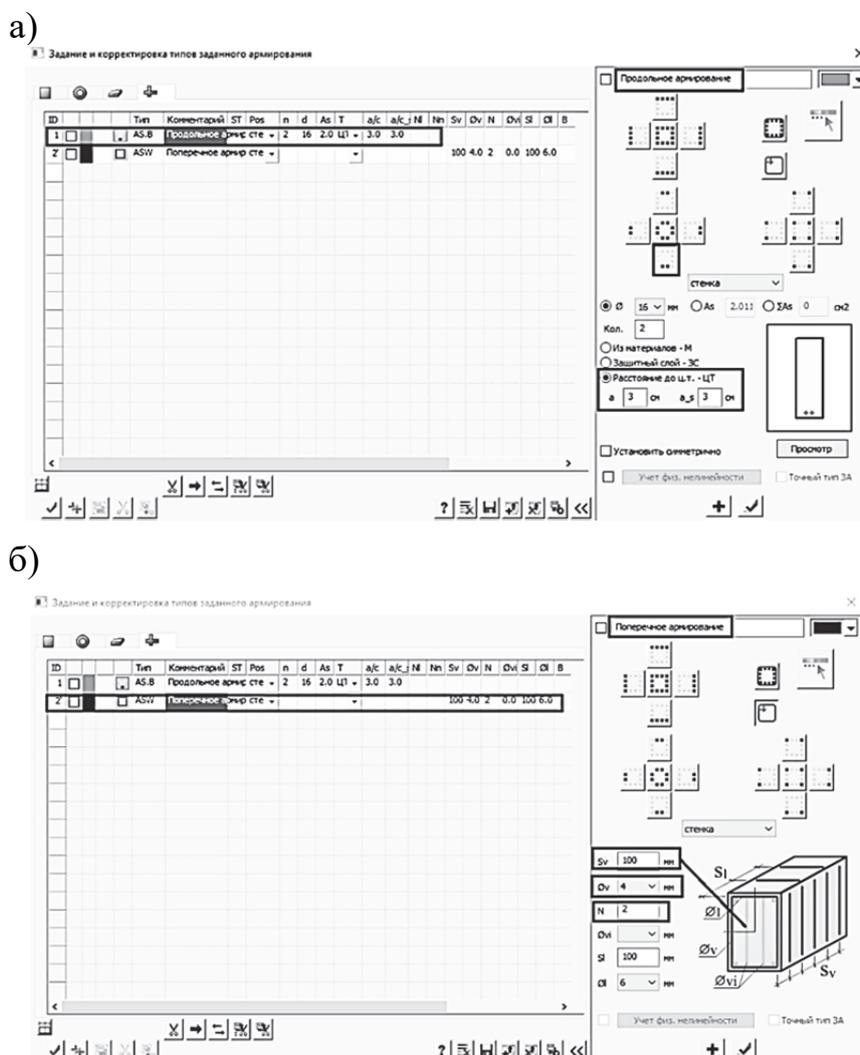


Рис. 2.53. Задание армирования для таврового расчетного сечения ребристой плиты: а – продольное армирование; б – поперечное армирование

Далее присвоим созданные ТЗА элементам расчетной схемы. Для этого откроем окно «Жесткости и материалы» и перейдем на закладку ТЗА (рис. 2.54).

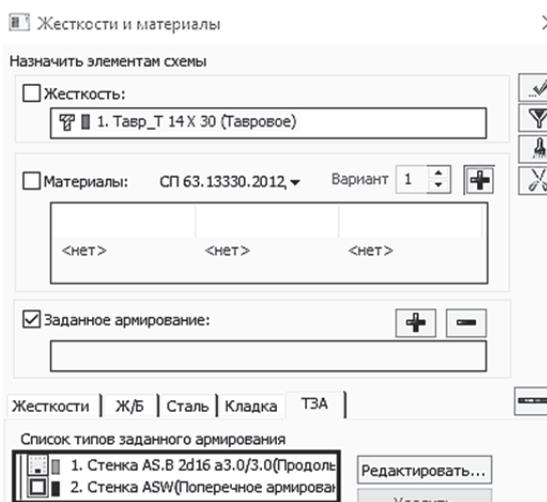


Рис. 2.54. Список созданных ТЗА

Соответствующие ТЗА для продольного армирования зададим всем КЭ расчетной схемы. А поперечное армирование зададим только для крайних элементов. Выведем на экран присвоенные ТЗА (рис. 2.55).

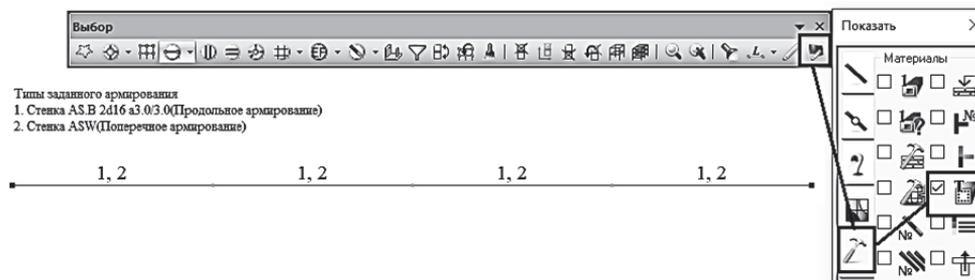


Рис. 2.55. Задание ТЗА для отдельных КЭ

После завершения расчета перейдем на закладку «Железобетон» и выведем на экран эпюру коэффициентов запаса по прочности для плиты (рис. 2.56). Результаты численного расчета проверки несущей способности плит полностью совпали с аналитическим решением (см. п. 2.3.1).



Рис. 2.56. Эпюры коэффициентов запаса по прочности

3. РАСЧЕТ РИГЕЛЕЙ КАРКАСНЫХ МНОГОЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ

3.1. Подбор армирования ригеля связевого каркаса в программе MathCAD

Рассматриваемый в данном примере ригель связевого каркаса [9, разд. 5] соединяется с колоннами с минимальным защемлением, обеспечивающим необходимую жесткость рам на монтаже, с помощью закладной детали типа «рыбка» (рис. 3.1). Как следствие этого факта, ригель связевого каркаса обычно рассматривают как шарнирно опертую балку, или как балку со сниженным опорным моментом, равным $0,5 \cdot 55 = 27,5$ кН·м.

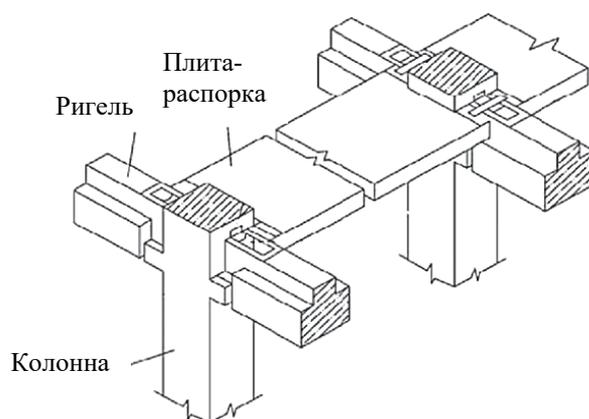


Рис. 3.1. Узел сопряжения ригеля с колонной и плитой в связевом каркасе

Приведем основные данные, необходимые для выполнения конструктивного расчета ригеля связевого каркаса в программе MathCAD.

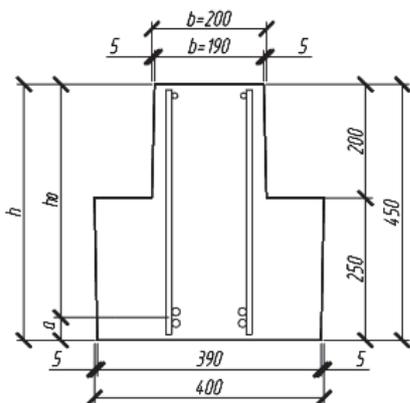


Рис. 3.2. Фактическое поперечное сечение ригеля связевого каркаса

Фактическое поперечное сечение ригеля, используемое в аналитическом расчете, показано ниже на рис. 3.2.

Расчетная длина ригеля $L = 5,73$ м. Материалы ригеля: класс бетона В30; класс рабочей продольной арматуры плиты А500; класс рабочей поперечной арматуры плиты В500С; расстояние от грани ригеля до центра тяжести арматуры 5 см (в пролете рабочая арматура располагается в два ряда).

На ригель действуют следующие расчетные равномерно распределенные нагрузки:

- 1) постоянная $g = 32,1$ кН/м;
- 2) кратковременная $v = 11,71$ кН/м.

Ниже на рис. 3.3 приведен алгоритм расчета рабочей арматуры ригеля в середине пролета, а также показана процедура построения эпюры материалов ригеля в программе MathCAD.

Расчетное значение сечения требуемого продольного армирования было вычислено по максимальному моменту. В середине пролета есть небольшой запас по прочности (порядка 5 %), определяемый тем, что значение принятого сечения армирования несколько больше требуемой по расчету площади сечения. Но чем ближе к опорам, тем запас прочности будет все больше. Поэтому в целях экономии арматуры по мере уменьшения изгибающего момента к опорам два стержня обрываются в пролете, а два других доводятся до опор. Если продольная рабочая арматура имеет разные диаметры, то до опор доводятся два стержня большего диаметра.

Исходные данные для расчета ригеля

Расчетный пролет ригеля	$L := 5.73$	м
Полная расчетная нагрузка	$q := 43.81$	$\frac{\text{кН}}{\text{м}}$
Ширина сечения ригеля	$b := 20$	см
Высота сечения ригеля	$h := 45$	см
Высота сечения узкой части ригеля	$h_r := 20$	см

Материалы:

- бетон тяжелый класса В30; арматура класса А500
- призматическая прочность бетона класса на сжатие В30 $R_b := 17$ МПа
- начальный модуль упругости бетона класса В30 $E_b := 3.25 \cdot 10^4$ МПа
- расчетное сопротивление продольной арматуры класса А500 $R_s := 435$ МПа
- модуль упругости арматуры класса А500 $E_s := 2 \cdot 10^5$ МПа
- расчетный максимальный момент $M := \frac{q \cdot L^2}{8} = 179.801$ кН·м
- коэффициент, учитывающий влияние длительности действия статической нагрузки $\gamma_{b1} := 1$

Рис. 3.3. Расчет продольной рабочей арматуры ригеля и построение эпюры материалов ригеля в программе MathCAD (начало)

Расчет прочности ригеля по нормальным сечениям

1 Определяем рабочую высоту сечения, приняв защитный слой $a := 5$ см

$$h_0 := h - a = 40 \text{ см}$$

2 Определяем коэффициент α_m

$$\alpha_m := \frac{M \cdot 10^5}{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot b \cdot h_0^2} = 0.331$$

3 Вычисляем коэффициент, определяющий характер разрушения железобетонного элемента

$$\epsilon_{b2} := 0.0035 \quad \epsilon_{s_el} := \frac{R_s}{E_s} = 0.00217 \quad \xi_R := \frac{0.8}{1 + \frac{\epsilon_{s_el}}{\epsilon_{b2}}} = 0.493$$

$$\alpha_R := \xi_R \cdot \left(1 - \frac{\xi_R}{2}\right) = 0.372$$

4 Определяем форму сечения, вводимую далее в расчет

Относительная высота сжатой зоны бетона равна

$$\xi := 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m} = 0.418$$

Абсолютная высота сжатой зоны бетона равна

$$x := \xi \cdot h_0 = 16.712 \text{ см}$$

$$\text{Форма_расчетного_сечения} := \begin{cases} \text{"прямоугольное"} & \text{if } x \leq h_f \\ \text{"тавровое"} & \text{if } x > h_f \end{cases}$$

$$\text{Форма_расчетного_сечения} = \text{"прямоугольное"}$$

Граница сжатой зоны сечения проходит в узкой части сечения ригеля, следовательно ведем расчет как для прямоугольного сечения

5 Определяем характер разрушения

$$\text{Разрушение} := \begin{cases} \text{"пластическое"} & \text{if } \alpha_m \leq \alpha_R \\ \text{"хрупкое"} & \text{if } \alpha_m > \alpha_R \end{cases}$$

$$\text{Разрушение} = \text{"пластическое"}$$

6 Определяем расчетную площадь рабочей арматуры

$$A_s := \frac{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot b \cdot h_0 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m}\right)}{R_s \cdot 100} = 13.06 \text{ см}^2$$

Рис. 3.3. Расчет продольной рабочей арматуры ригеля и построение эпюры материалов ригеля в программе MathCAD (продолжение)

7 По результатам расчета принимаем в пролетной части ригеля 2 стержня диаметром 20 мм и 2 стержня диаметром 22 мм класса А500 с площадью сечения, равной 13.88 см²

$$A_{s2d20} := \frac{\pi \cdot 2^2}{4} \cdot 2 = 6.283 \text{ см}^2 \quad A_{s2d22} := \frac{\pi \cdot 2.2^2}{4} \cdot 2 = 7.603 \text{ см}^2$$

$$A_{s2d20_s2d22} := A_{s2d20} + A_{s2d22} = 13.89 \text{ см}^2$$

Определение несущей способности ригеля по принятой продольной арматуре. Проверка заданного армирования

1 Вычисляем высоту сжатой зоны сечения

$$x_{2d20_2d22} := \frac{R_s \cdot A_{s2d20_s2d22}}{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot b} = 17.766 \text{ см}$$

2 Вычисляем несущую способность сечения

$$M_{2d20_2d22} := \frac{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot b \cdot x_{2d20_2d22} \cdot (h_0 - 0.5 \cdot x_{2d20_2d22})}{10^5} = 187.958 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3 Находим коэффициент запаса армирования по прочности

$$K_3 := \frac{M_{2d20_2d22}}{M} = 1.045$$

Построение эпюры материалов

В целях экономии арматуры два стержня обрываем в пролете, а два других доводим до опор. Если продольная рабочая арматура разного диаметра, то до опор доводятся два стержня большего диаметра.

В нашем примере, соответственно, мы обрываем два продольных стержня диаметром 20 мм.

1 Для наглядности построим графики функции:

а) запаса прочности ригеля при постоянном армировании по длине ригеля (кН*м) - разности между несущей способностью сечения и расчетным моментом, действующим в сечении

б) коэффициента запаса прочности ригеля при постоянном армировании по длине ригеля (кН*м) - отношение несущей способности армированного сечения к расчетному моменту, действующему в сечении

Функция несущей способности при постоянном армировании по длине ригеля

$$M_{\text{нес}}(xx) := M_{2d20_2d22}$$

Рис. 3.3. Расчет продольной рабочей арматуры ригеля и построение эпюры материалов ригеля в программе MathCAD (продолжение)

Функция расчетных изгибающих моментов в ригеле

$$M(x) := \frac{q \cdot L}{2} \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2}$$

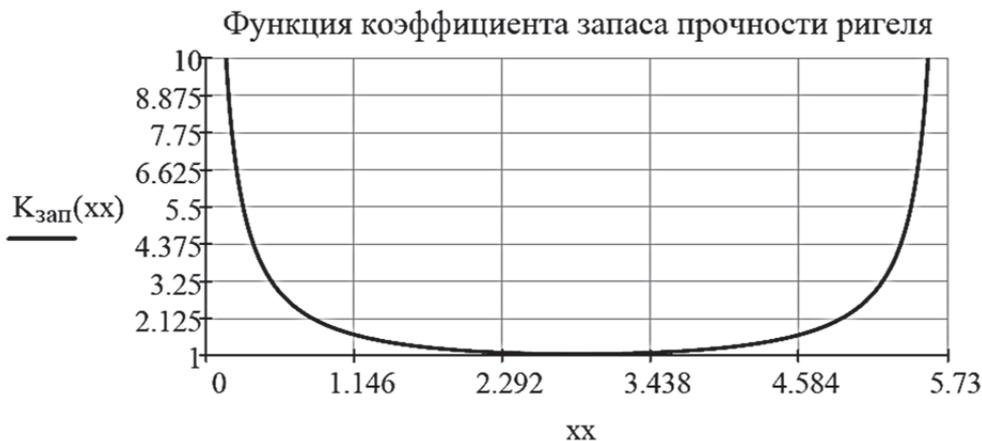
Функция запаса прочности ригеля при постоянном армировании по длине ригеля

$$M_{\text{зап}}(x) := M_{2d20_2d22} - M(x)$$



Функция коэффициента запаса прочности ригеля при постоянном армировании по длине ригеля

$$K_{\text{зап}}(x) := \frac{M_{\text{нec}}(x)}{M(x)}$$



2 Вычислим несущую способность сечения на приопорных участках (армирование - 2 стержня диаметром 22 мм). Так как два стержня располагаются в один ряд, то расстояние до центра тяжести будет равно $a_1 := 3$ см.

Рис. 3.3. Расчет продольной рабочей арматуры ригеля и построение эпюры материалов ригеля в программе MathCAD (продолжение)

Определяем рабочую высоту сечения на приопорных участках

$$h_{01} := h - a_1 = 42 \text{ см}$$

Вычисляем высоту сжатой зоны сечения на приопорных участках

$$x_{2d22} := \frac{R_s \cdot A_{s2d22}}{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot b} = 9.727 \text{ см}$$

Несущая способность сечения на приопорных участках равна

$$M_{2d22} := \frac{R_b \cdot \gamma_{b1} \cdot 100 \cdot b \cdot x_{2d22} \cdot (h_{01} - 0.5 \cdot x_{2d22})}{10^5} = 122.816 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3 Найдем точки теоретического обрыва продольной арматуры исходя из равенства несущей способности, оставшейся на приопорных участках продольной арматуры, расчетных изгибающих моментов $M_{2d22} = M(xx)$

Начальное приближение для точки обрыва слева

$$xx1 := 0$$

$$\text{Given } M_{2d22} = \frac{q \cdot L}{2} \cdot xx1 - q \cdot \frac{xx1^2}{2}$$

$$\text{Точки теоретического обрыва слева } xx1_{\text{теор}} := \text{Find}(xx1) = 1.252 \text{ м}$$

Начальное приближение для точки обрыва справа

$$xx2 := L$$

$$\text{Given } M_{2d22} = \frac{q \cdot L}{2} \cdot xx2 - q \cdot \frac{xx2^2}{2}$$

$$\text{Точки теоретического обрыва справа } xx2_{\text{теор}} := \text{Find}(xx2) = 4.478 \text{ м}$$

4 Найдем координаты фактических точек обрыва (с учетом анкеровки)

Длину анкеровки обрываемой арматуры найдем в зависимости от ее диаметра $d := 2.0 \text{ см}$

$$l_{\text{ан}} := 15 \cdot d = 30 \text{ см}$$

$$\text{Точки фактического обрыва слева } xx1_{\text{факт}} := xx1_{\text{теор}} - l_{\text{ан}} \cdot 10^{-2} = 0.952 \text{ м}$$

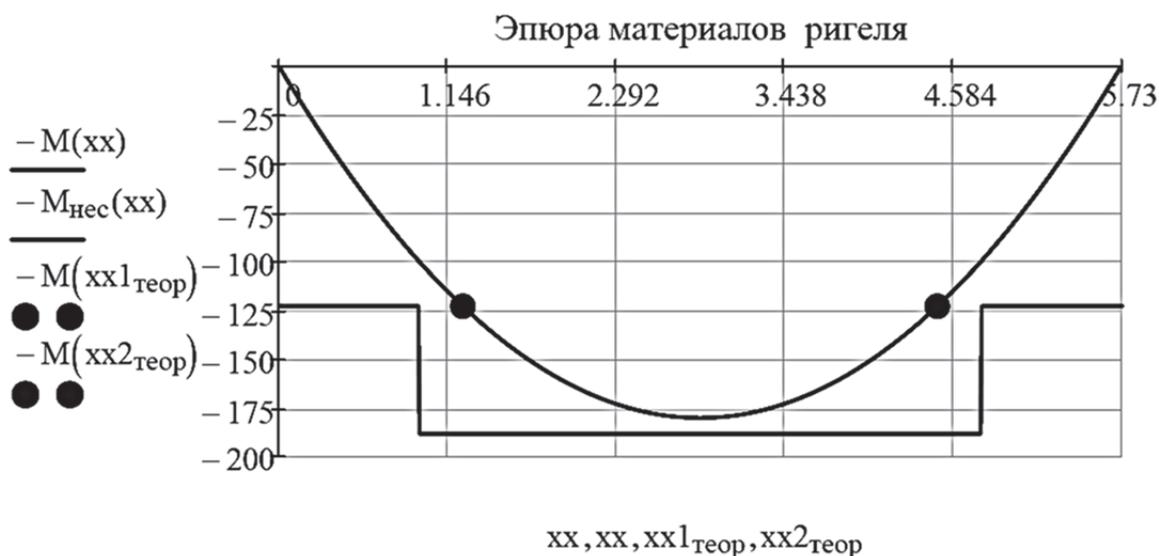
$$\text{Точки фактического обрыва справа } xx2_{\text{факт}} := xx2_{\text{теор}} + l_{\text{ан}} \cdot 10^{-2} = 4.778 \text{ м}$$

Рис. 3.3. Расчет продольной рабочей арматуры ригеля и построение эпюры материалов ригеля в программе MathCAD (продолжение)

5 Построим эпюру материалов ригеля

Функция несущей способности при переменном армировании по длине ригеля

$$M_{\text{нес}}(xx) := \begin{cases} M_{2d22} & \text{if } xx \leq xx1_{\text{факт}} \\ M_{2d20_2d22} & \text{if } xx1_{\text{факт}} \leq xx \leq xx2_{\text{факт}} \\ M_{2d22} & \text{if } xx \geq xx2_{\text{факт}} \end{cases}$$



Функция коэффициента запаса прочности ригеля при переменном армировании по длине ригеля

$$K_{\text{зап1}}(xx) := \frac{M_{\text{нес}}(xx)}{M(xx)}$$

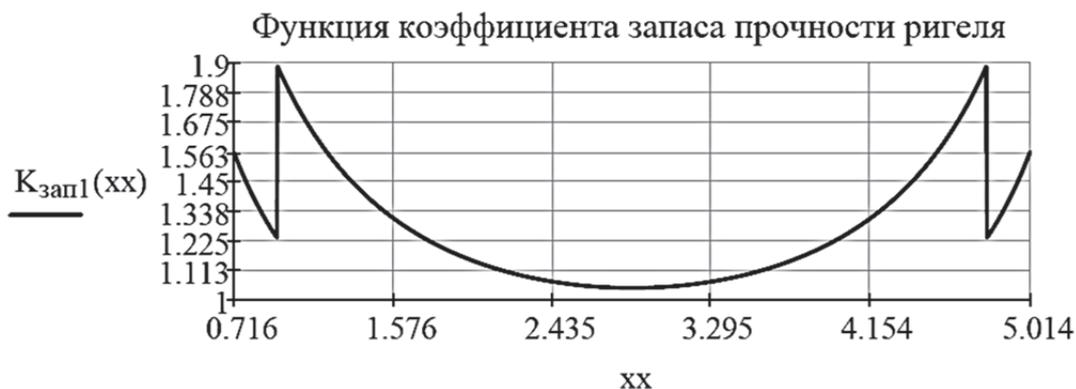


Рис. 3.3. Расчет продольной рабочей арматуры ригеля и построение эпюры материалов ригеля в программе MathCAD (окончание)

3.2. Подбор армирования ригеля связевого каркаса в ПК «Лира-САПР» по первой группе предельных состояний

Создадим новую задачу для расчета ригеля связевого каркаса (рис. 3.4).

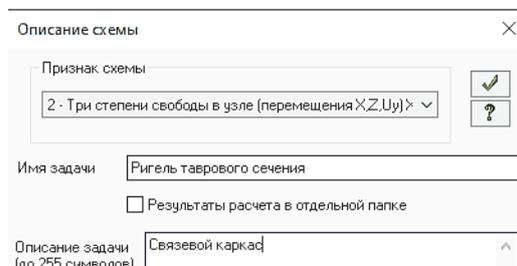


Рис. 3.4. Задание основных параметров задачи



Рис. 3.5. Диалоговое окно «Создание плоских фрагментов и сетей»

Вызовем диалоговое окно «Создание плоских фрагментов и сетей», выбрав команду . В таблице диалогового окна зададим шаг конечно-элементной сетки только вдоль оси Ox , равный расчетной длине ребристой плиты 5,73 м (рис. 3.5).

Разобьем созданный КЭ на восемь равных КЭ. Для этого выделим созданный элемент и на закладке «Создание и редактирование» раскроем меню «Добавить элемент», отметим команду «Разделить на N равных частей». В открывшемся окне «Добавить элемент» укажем число дробления 8 и применим команду (рис. 3.6).

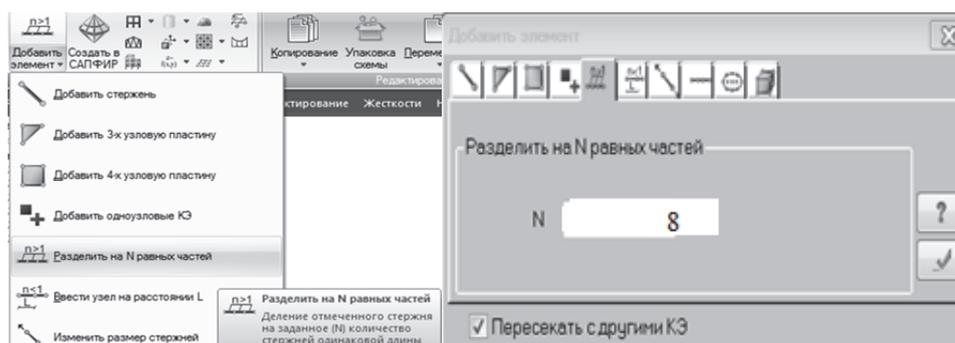


Рис. 3.6. Разбиение ригеля на восемь КЭ

Далее зададим связи: в первом узле – шарнирно-подвижную, исключив линейную степень свободы по оси Oz , и шарнирно-неподвижную в последнем узле расчетной схемы плиты, исключив линейные степени свободы по осям Ox и Oz .

Создадим два нагружения и приложим их на плиту отдельно:
 $g = 32,1 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $v_{sh} = 11,71 \text{ кН}\cdot\text{м}$ (рис. 3.7).

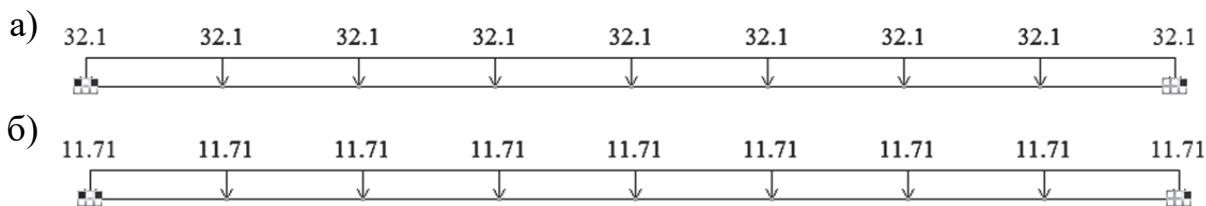


Рис. 3.7. Нагружения, действующие на плиту: а – постоянное;
 б – кратковременное

Далее перейдем на закладку «Расчет» и зададим таблицу РСУ . Следующим действием будет задание жесткости (рис. 3.8) и назначение ее всем элементам расчетной схемы.

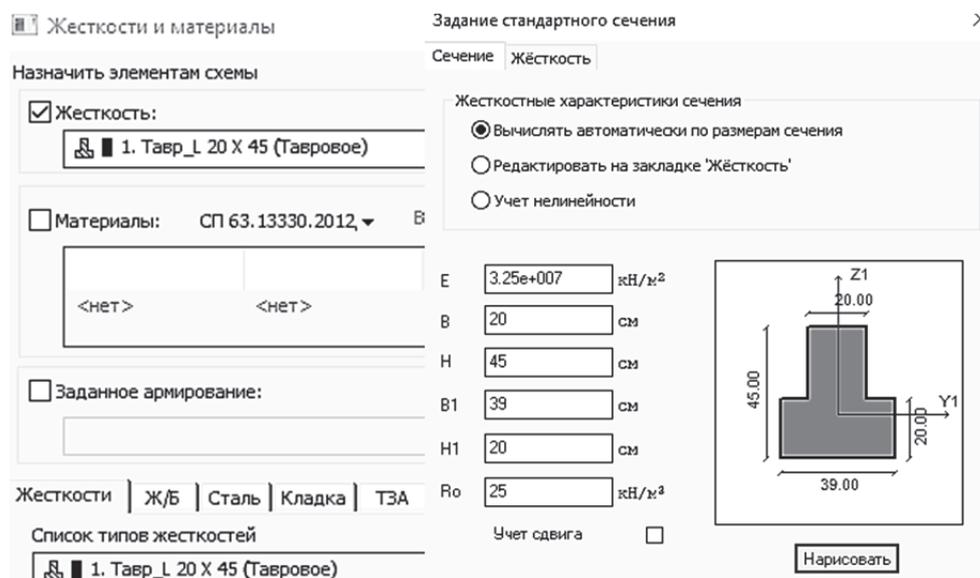


Рис. 3.8. Окно создания жесткости ригеля

В 3D-пространственной графике можно увидеть изображения полученной модели ригеля (рис. 3.9).



Рис. 3.9. 3D-пространственная графика ригеля

Сохраним задачу и запустим на расчет. Перейдем на закладку «Анализ», выведем эпюры полученных усилий в режиме простора результатов по РСУ  (рис. 3.10) и убедимся, что результаты полностью совпали с аналитическим расчетом [9, подразд. 5.2].

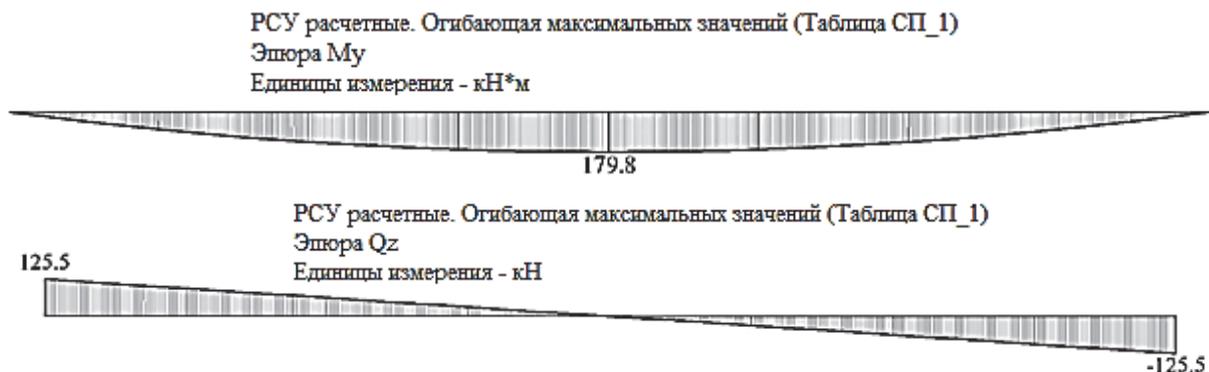


Рис. 3.10. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил в плите

Для выполнения конструктивного расчета (подбора арматуры) зададим материалы (рис. 3.11) и назначим их всем элементам расчетной схемы.

В рассматриваемом примере будем подбирать (проверять) только продольное армирование ригеля. Для расчета поперечного армирования в задаче необходимо было бы задать на участках сопряжения ригеля с колонной сечение меньшей высоты. Особенность расчета по наклонным сечениям ригеля с «подрезкой» сечения на опорах заключается также в необходимости проверки не только на действие поперечной силы, но и изгибающего момента.

После задания материалов элементам проверяем, что программа будет подбирать армирование по РСУ (а не по отдельным усилиям) и по актуальным нормам (СП 63.13330.2018), запускаем файл на расчет.

После завершения расчета перейдем на закладку «Железобетон» и проанализируем результаты конструктивного расчета.

На рис. 3.12 показана эпюра требуемого продольного армирования.

Результаты численного и аналитического расчетов продольного армирования ригелей имеют определенное расхождение с аналитическим расчетом [9, подразд. 5.3]. По результатам расчета принимаем в пролетной части ригеля два стержня диаметром 20 мм и два стержня диаметром 22 мм класса А500.

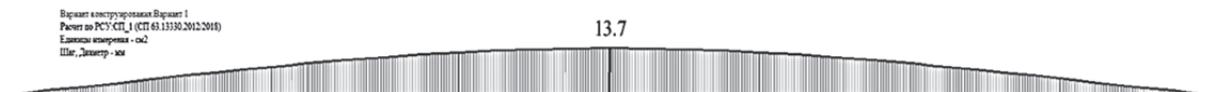
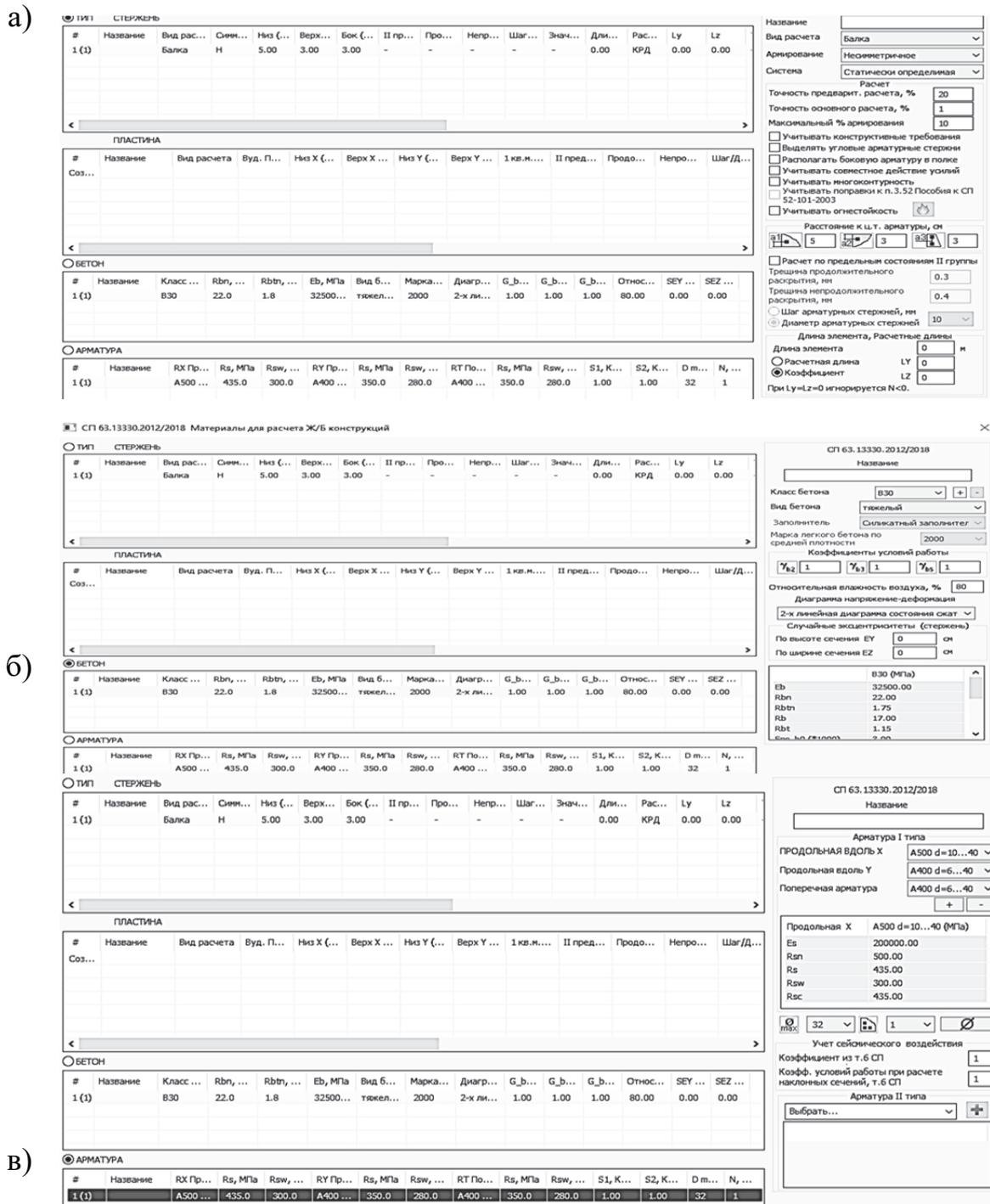


Рис. 3.12. Результаты расчета в ПК «Лири-САПР» продольного армирования ригеля

3.3. Проверка несущей способности ригеля связевого каркаса в ПК «Лира-САПР» по первой группе предельных состояний

Проверим несущую способность ригеля для двух расчетных случаев:

- 1) при постоянном продольном армировании по длине (два стержня диаметром 20 мм и два стержня диаметром 22 мм класса А500);
- 2) при переменном продольном армировании по длине (два стержня диаметром 22 мм будут установлены по всей длине ригеля, а два стержня диаметром 20 мм будут располагаться только на приопорных участках).

На рис. 3.13 показаны параметры двух созданных ТЗА.

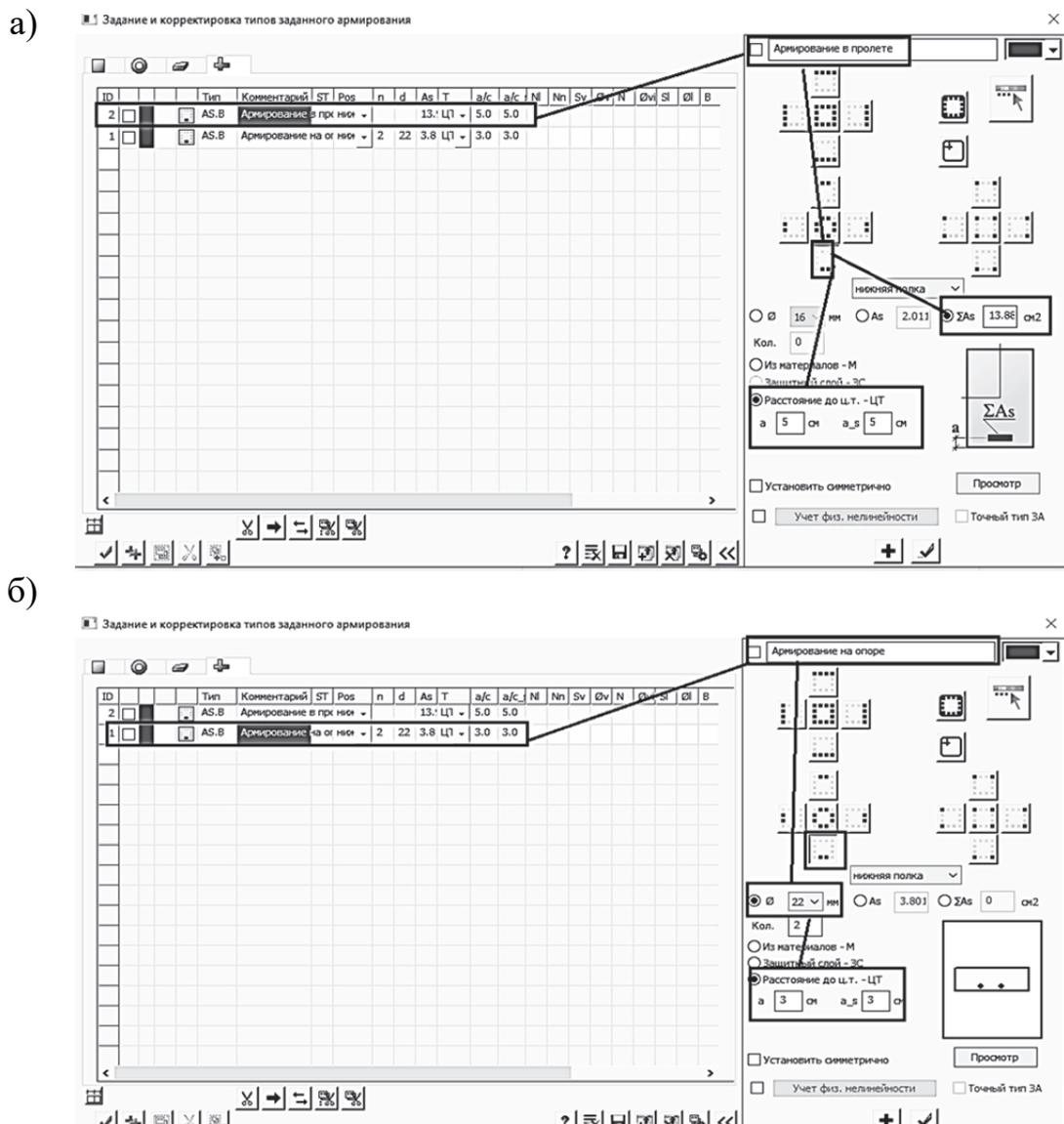


Рис. 3.13. Задание армирования для ригеля таврового сечения:
а – армирование в пролете; б – армирование на опоре

Обратим внимание, что для ТЗА 1 (армирование в пролете) площадь сечения армирования задана не через значения диаметров стержней, а численно (площадь сечения двух стержней диаметром 20 мм и двух стержней диаметром 22 мм равна 13,89 см²).

Кроме того, при задании ТЗА 2 (армирование на опоре) расстояние до центра тяжести арматуры принято 3 см (арматура расположена в один ряд).

Далее присвоим созданные ТЗА элементам расчетной схемы для первого расчетного случая (постоянное армирование по длине ригеля). Для этого откроем окно «Жесткости и материалы» и перейдем на закладку ТЗА (рис. 3.14). Сделав активным ТЗА 1 (армирование в пролете), назначим его всем КЭ расчетной схемы.

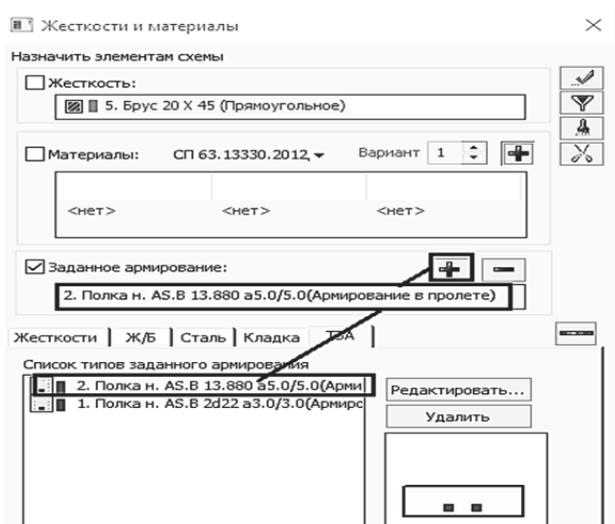


Рис. 3.14. Задание ТЗА 1

Сохраним файл и запустим его на расчет, не забыв проверить, чтобы опция «Проверка заданного армирования» была активирована.

После завершения расчета перейдем на закладку «Железобетон» и выведем на экран эпюру коэффициентов запаса для ригеля при постоянном армировании (рис. 3.15).

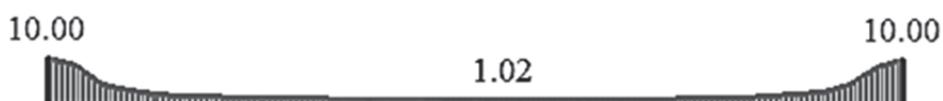


Рис. 3.15. Эпюра коэффициентов запаса по прочности для ригеля с постоянным армированием

Для проверки несущей способности ригеля для второго расчетного случая вернемся в режим создания и редактирования и создадим копию ригеля. Проще всего, как раньше это было показано, выполнить с помощью копирования по параметрам (пиктограмма  Копирование по параметрам находится на панели «Редактирование»).

Чтобы заармировать ригель в точном соответствии с ранее проведенными расчетами в программе MathCAD, создадим два дополнительных узла (точки фактического обрыва арматуры) на расстояниях, равных 0,952 м и 4,778 м от начального узла ригеля (см. рис. 3.3), с помощью пиктограммы «Добавить узел по координатам»  По координатам, расположенной на панели «Создание».

На рис. 3.16 показана процедура создания двух новых узлов. Обратите внимание, что обязательно должна быть активирована опция «Разбивать КЭ новыми узлами». В результате создания новых узлов в расчетной схеме были разбиты надвое КЭ, по длине которых и появились новые узлы.

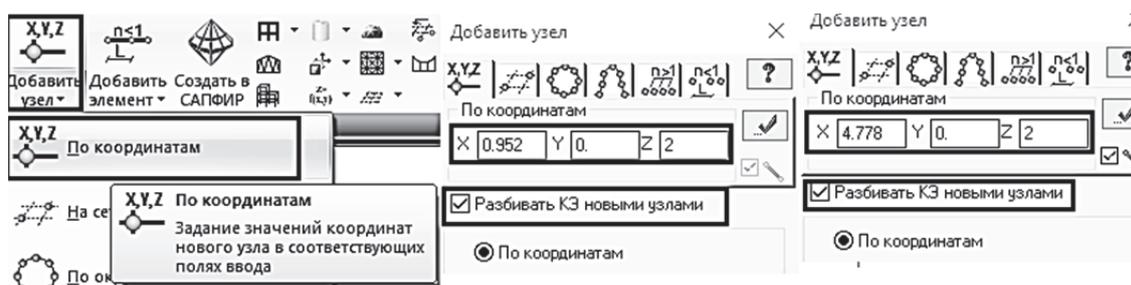


Рис. 3.16. Создание узлов в точках фактического обрыва арматуры

Двумя последними операциями по созданию ригеля с переменным армированием будут (рис. 3.17):

- 1) удаление ТЗА 1 с двух крайних элементов слева и справа на расчетной схеме ригеля;
- 2) задание ТЗА 2 на два крайних элемента слева и справа на расчетной схеме ригеля.

Выполним новый расчет измененного файла и посмотрим, как изменилось значение коэффициентов запаса армирования по длине ригеля. Для наглядности с помощью операции «Фрагментация»  оставим на экране все элементы расчетной схемы, кроме крайних КЭ (слева и справа), для которых получаются очень большие коэффициенты запаса (так как ближе к опорам расчетные моменты стремятся к нулю).

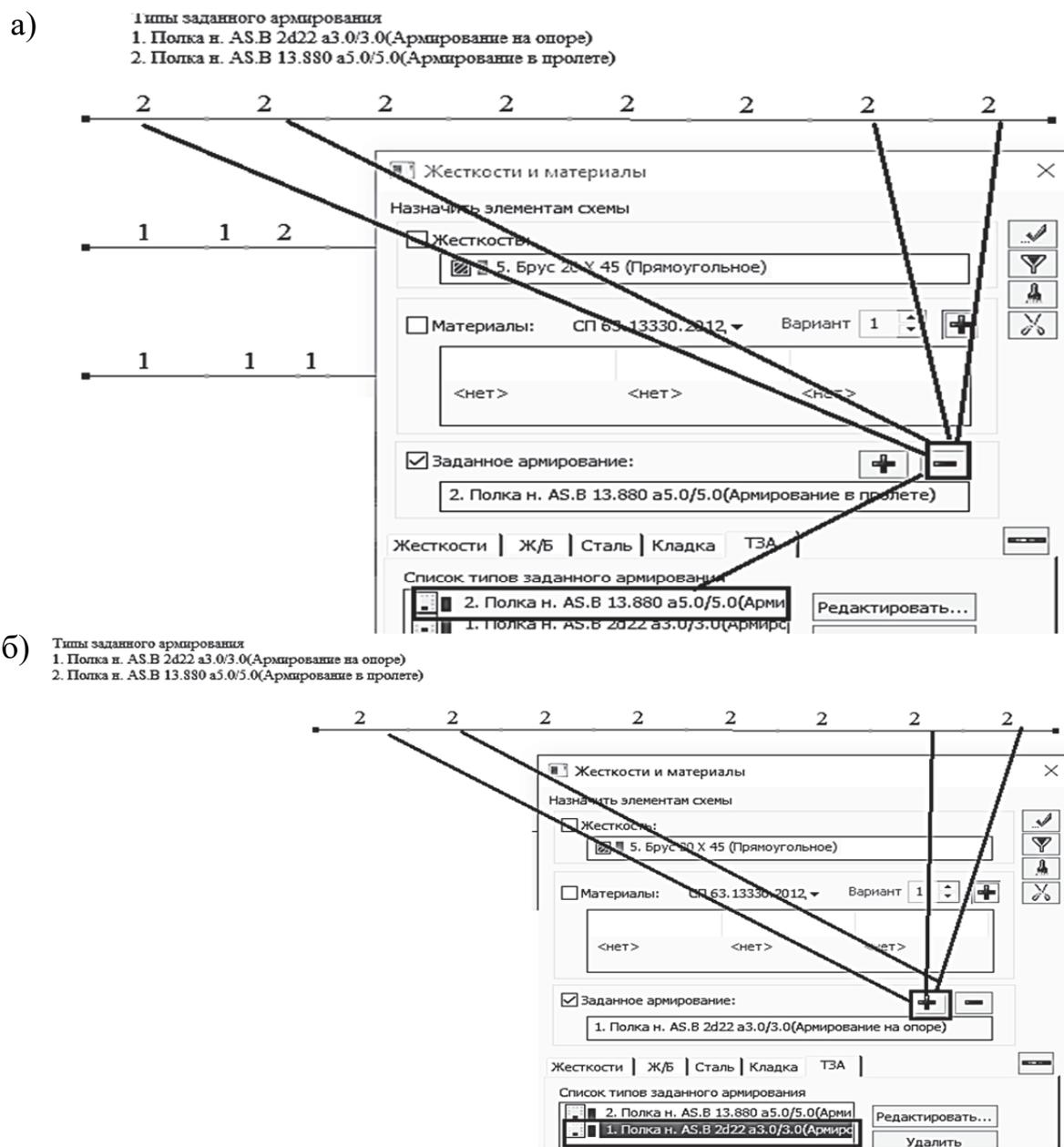


Рис. 3.17. Изменение заданного армирования двух крайних элементов слева и справа на расчетной схеме ригеля: а – удаление ТЗА 1; б – задание ТЗА 2

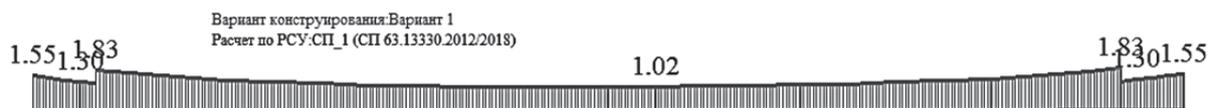


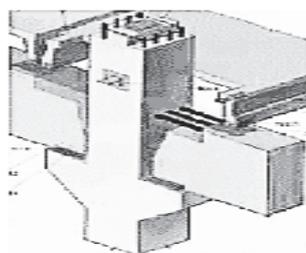
Рис. 3.18. Эпюра коэффициентов запаса по прочности для ригеля с переменным армированием

В результате мы получили эпюру коэффициентов запаса по прочности ригеля с переменным армированием (рис. 3.18), форма которой качественно совпадает с ранее полученным аналитическим графиком (см. рис. 3.3). Количественно значения коэффициентов запаса для численного и аналитического расчетов очень близки, но они и не могут полностью совпадать, так как вычислены по разным методикам: в аналитическом расчете – по предельным состояниям, а в ПК «Лира-САПР» – по НДМ.

3.4. Учет продольных деформаций в рамно-связевом каркасе многоэтажного здания при статическом расчете

В пособии [12] была детально разобрана тема конструктивного расчета неразрезного ригеля здания с рамно-связевым каркасом. Так как ригель рамно-связевого каркаса является неразрезным (рис. 3.19), то статический расчет его должен вестись в составе поперечной рамы как статически неопределимой системы.

Рис. 3.19. Жесткий узел сопряжения ригеля с колонной в рамно-связевом каркасе



Статический расчет неразрезного ригеля был выполнен по упрощенной схеме, полученной путем вырезания типового этажа из плоской поперечной рамы всего здания. В пособии [12] указывалось на тот факт, что переход к упрощенной схеме ведет к незначительной погрешности при вычислении изгибающих моментов, возникающих в ригеле. Но незнание основ МКЭ и его реализации может привести к абсолютно недопустимым ошибкам, если автоматически перенести упрощенную методику статического расчета ригеля многоэтажного здания на каркасные высотные здания.

В отличие от классического метода перемещений строительной механики, где учитываются только деформации изгиба, МКЭ учитывает изменение длины элементов от деформаций растяжения-сжатия. И именно эта математическая модель является эталонной. В МКЭ стержневые КЭ имеют определенную продольную податливость, значение которой зависит от размера сечения и модуля упругости материала. В большинстве практических задач расчета строительных конструкций учет продольной податливости практически не влияет на перераспределение усилий в элементах.

Но расчет несущих конструкций высотных каркасных зданий обязательно должен выполняться с учетом продольных деформаций вертикаль-

ных элементов (колонн). Расчетные комплексы обычно автоматически учитывают в алгоритме МКЭ податливость стержневых элементов, поэтому приведенный ниже материал представлен в целях:

- понимания различия между точными моделями стержневых КЭ в МКЭ и моделями стержней в классическом методе перемещений;
- демонстрации различных методов перехода от точных моделей МКЭ к упрощенным моделям стержневых КЭ в ПК «Лира-САПР»;
- предостережения от необдуманного переноса упрощенных методик расчета без понимания сути геометрических гипотез, которые должны быть заложены в математическую модель объекта.

Проведем численные эксперименты по статическому расчету ригеля неразрезного каркасного здания [8] по следующим исходным данным: пролет рамы (длина ригеля) $L_b = 7$ м; высота этажа (длина колонны) $H_{эт} = 4,2$ м; сечение колонны $h_c = b_c = 0,4$ м; сечение ригеля $b_b = 0,25$ м, $h_b = 0,6$ м; класс бетона ригеля и колонны В20. На раму действует постоянная равномерно распределенная нагрузка $g = 28,39$ кН/м, приложенная во всех трех пролетах (рис. 3.20).

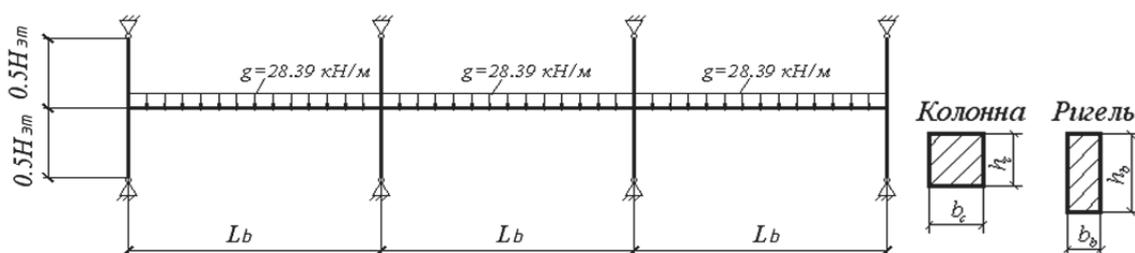


Рис. 3.20. Расчетная схема рамы типового этажа

Результаты расчета изгибающих моментов в неразрезном ригеле, полученные в ПК «Лира-САПР», приведены на рис. 3.21.



Рис. 3.21. Эпюры изгибающих моментов в ригеле от постоянной нагрузки

Далее выполним расчет того же неразрезного ригеля уже в составе плоской поперечной рамы 16-этажного каркасного здания (рис. 3.22, а).

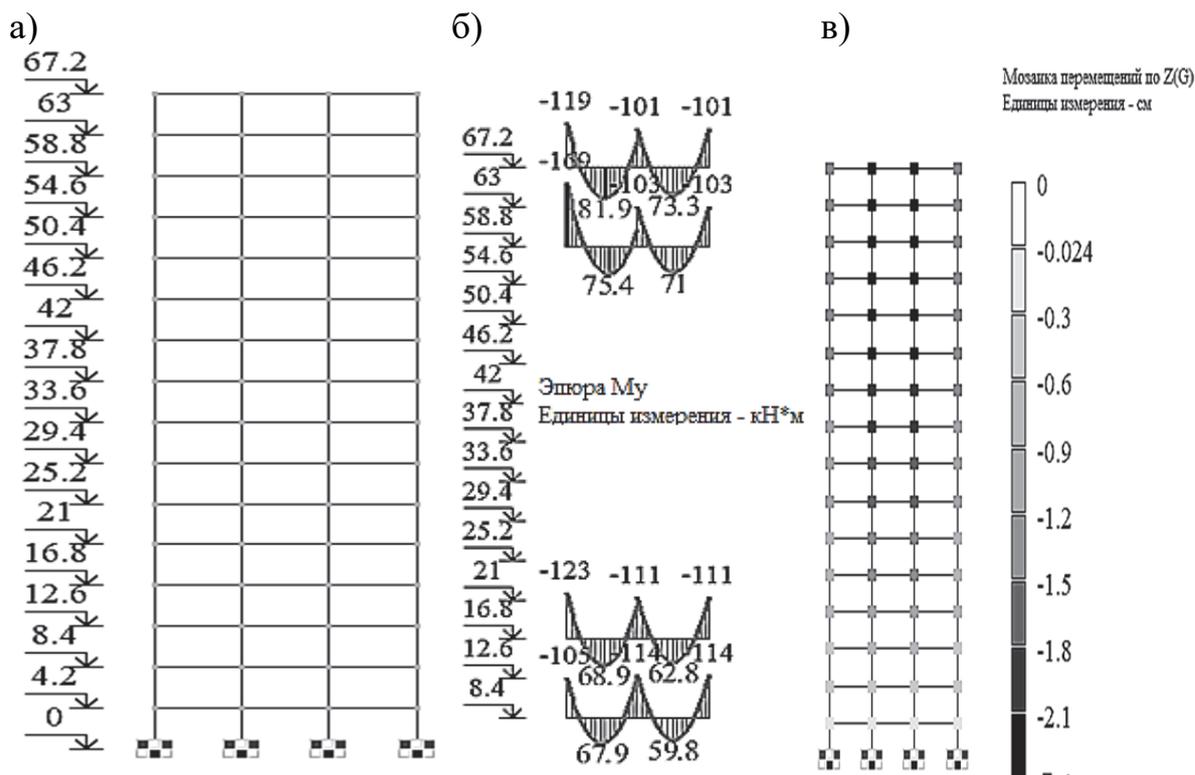


Рис. 3.22. 16-этажное каркасное здание: а – расчетная схема плоской рамы; б – эпюры изгибающих моментов для ригелей 2-го, 4-го, 14-го и 16-го этажей; в – мозаика вертикальных перемещений узлов КЭ

Результаты, полученные по точной расчетной схеме МКЭ (рис. 3.22, б), кардинально отличаются от ранее полученных. Одна из главных причин расхождений – учет вертикальных перемещений (деформаций) колонн. Так как на средние колонны действуют нагрузки примерно в два раза большие, чем на крайние колонны, то и вертикальные перемещения этих колонн будут больше, чем для крайних (рис. 3.22, в).

Попробуем доказать, что именно влияние неравномерного сжатия колонн приводит к таким результатам. Сделаем в ПК «Ли́ра-САПР» три копии расчетной схемы плоской поперечной рамы 16-этажного каркасного здания и внесем в них следующие изменения:

1. В первой копии расчетной схемы все узлы рамы закрепим по оси Oz . Тем самым мы получим практическую копию расчетной схемы метода перемещений (рис. 3.23, а).

2. Во второй копии расчетной схемы объединим все узлы в группу, у которой все перемещения по оси Oz должны иметь одинаковые численные значения. Эта схема будет несколько отличаться от расчетной схемы метода перемещений тем, что продольные перемещения все-таки будут в колоннах. Но они будут равными и не вызовут дополнительного изгиба ригелей от вертикальных перемещений колонн (рис. 3.23, б).

3. В третьей копии расчетной схемы мы искусственно зададим для колонн продольные жесткости, увеличенные в 1000 раз по сравнению с фактическими (рис. 3.23, в).

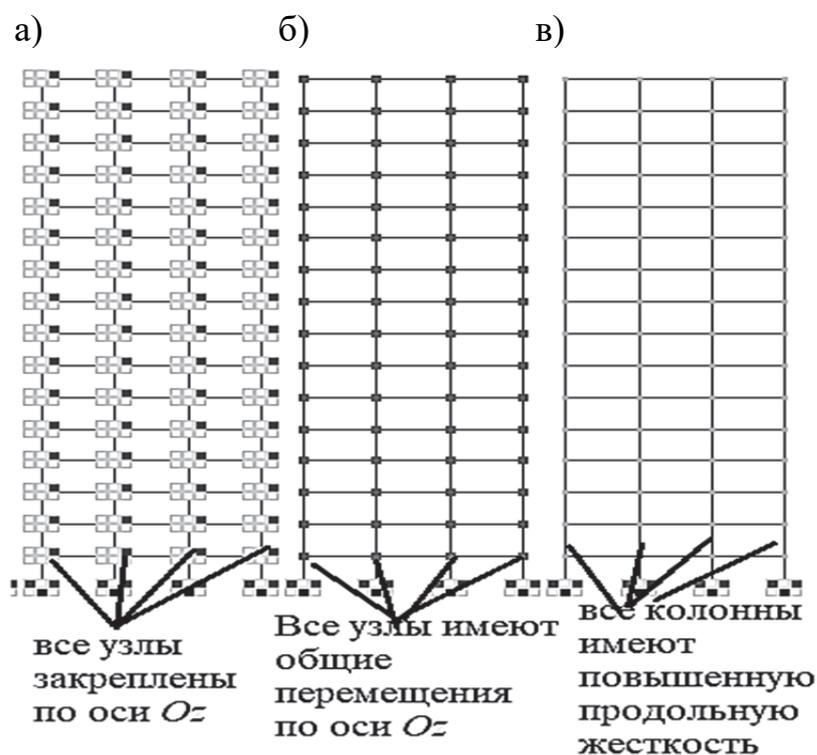


Рис. 3.23. Расчетные схемы рамы: а – первая копия; б – вторая копия; в – третья копия

На рис. 3.24 показаны инструменты ПК «Ли́ра-САПР», использованные для создания трех новых расчетных схем.

После создания трех новых расчетных схем сохраним файл и запустим его на расчет. Перейдем на закладку «Анализ» и выведем на экран эпюры изгибающих моментов для ригелей 15-го этажа (рис. 3.25). Это можно сделать и для любого другого этажа.

Мы увидим, что результаты статического расчета полностью совпали для первой и второй математических моделей плоской рамы (см. рис. 3.25, б – в). Отличие результатов расчета последней расчетной схемы от двух первых будет ничтожно малым. И все результаты статического расчета практически совпадут с расчетом типового этажа по упрощенной схеме [12]. Отсюда можно сделать главный вывод: при выборе математических моделей реальных объектов некорректно отбрасывать любую составляющую деформаций элементов без численной оценки ее вклада в общее НДС конструкции.

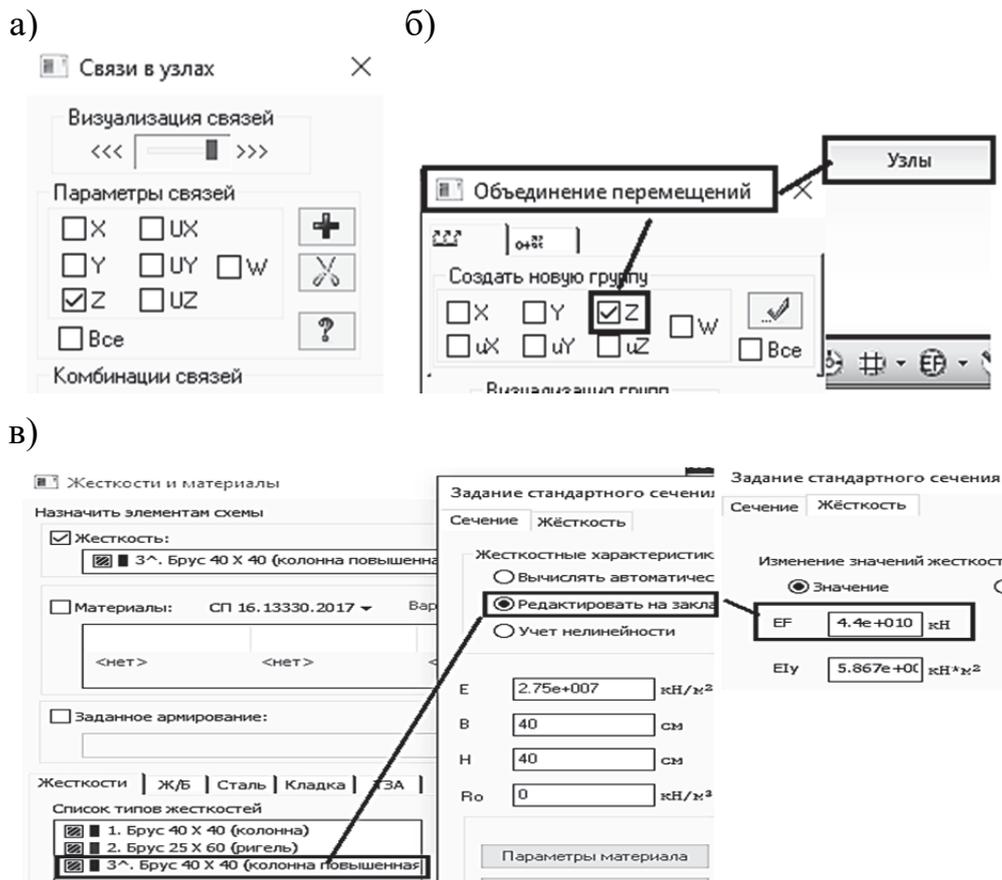


Рис. 3.24. Инструменты для создания расчетных схем:
 а – задание связей; б – задание объединения перемещений;
 в – задание повышенной жесткости колонн

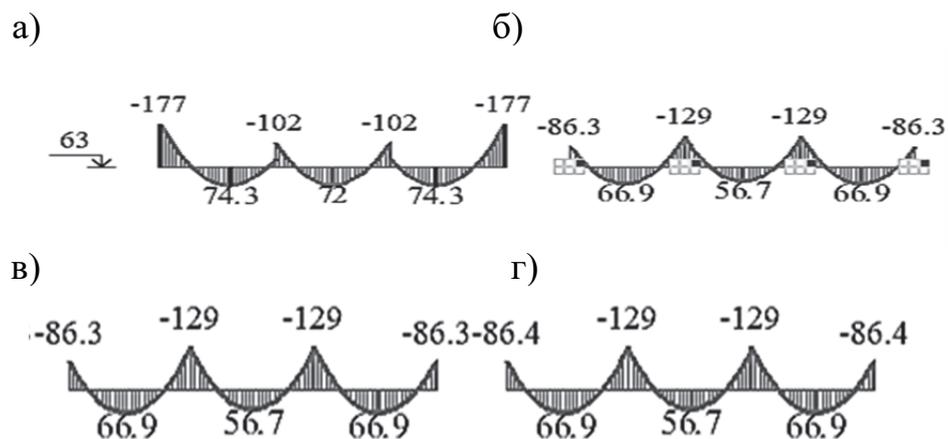


Рис. 3.25. Эпюры изгибающих моментов для ригелей 15-го этажа:
 а – точная схема МКЭ; б – задание дополнительных связей; в – задание объединения перемещений; г – задание повышенной жесткости колонн

4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ФУНДАМЕНТОВ

Проектирование фундаментов для зданий и сооружений любого типа является очень сложной и ответственной задачей. Сложность и трудоемкость решения подобных задач связаны с тем, что при проектировании фундаментов необходимо учитывать физико-механические свойства грунтового основания, которые можно определить только с какой-то долей вероятности. Кроме того, основание (грунты) обладает податливостью, которую необходимо учитывать для целого ряда случаев. Ошибки, сделанные при проектировании любых несущих конструкций, всегда ведут к неприятным последствиям. Но ошибки, допущенные в расчетах или конструировании фундаментов, могут быть непоправимыми с точки зрения дальнейшей эксплуатации здания. В практике можно встретить не один пример, когда значительные деформации фундаментов (основания) зданий привели к тому, что финансовые затраты на реконструкцию были просто нецелесообразными. Проще было построить новое здание, чем восстановить пригодность старого объекта.

Расчетные схемы зданий и сооружений в зависимости от способа учета податливости основания можно разделить на две большие группы:

1) расчетные схемы, в которых расчет надземных конструкций выполняется отдельно от основания. Фундаменты в этих схемах моделируются идеализированными граничными условиями – жесткими или шарнирными опорами;

2) расчетные схемы зданий и сооружений, в которых статический и конструктивный расчеты надземных конструкций выполняются совместно с фундаментами.

В данном разделе мы сначала рассмотрим задачу подбора армирования подошвы фундамента для отдельно стоящего столбчатого фундамента, для которого усилия определяются по первой расчетной схеме.

4.1. Подбор армирования подошвы фундамента в программе MathCAD

Рассмотрим пример расчета армирования столбчатого фундамента [9, разд. 7], конструкция которого показана на рис. 4.1.

Приведем основные данные, необходимые для подбора армирования подошвы фундамента в программе MathCAD: материалы фундамента – класс бетона В25; класс рабочей продольной арматуры плиты А500; величина защитного слоя арматуры 5 см. Геометрические размеры фундамента показаны на рис. 4.1.

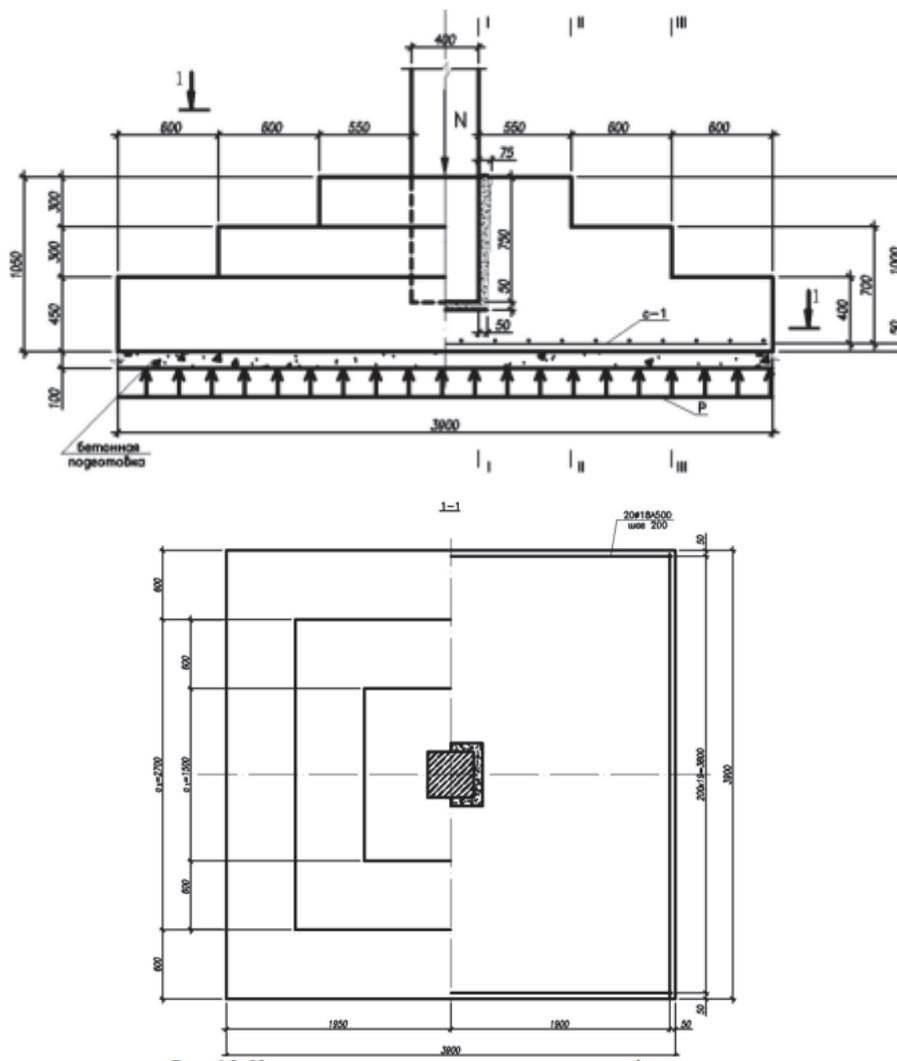


Рис. 4.1. Конструкция отдельного столбчатого фундамента

Основной нагрузкой для подбора армирования подошвы фундамента будет являться не расчетная сжимающая сила $N = 4661,1$ кН, передающаяся на фундамент от колонны, а реактивное равномерно распределенное давление грунта, направленное вверх. Расчетная схема фундамента будет представлять собой двухконсольную балку переменного сечения, защемленную в узле сопряжения колонны с фундаментом (рис. 4.2).

При формировании геометрии расчетной схемы фундамента не учитывается тот факт, что нейтральные оси отдельных участков расчетной схемы расположены с определенными эксцентриситетами, равными полуразностям высот отдельных сечений фундамента: $e_1 = e_2 = 150$ мм (см. рис. 4.2, а). Эксцентриситеты в ПК «Ли́ра-САПР» можно задать с помощью абсолютно жестких вставок (или абсолютно жестких твердых тел), но это никак не повлияет на результаты статического расчета, что будет показано далее.

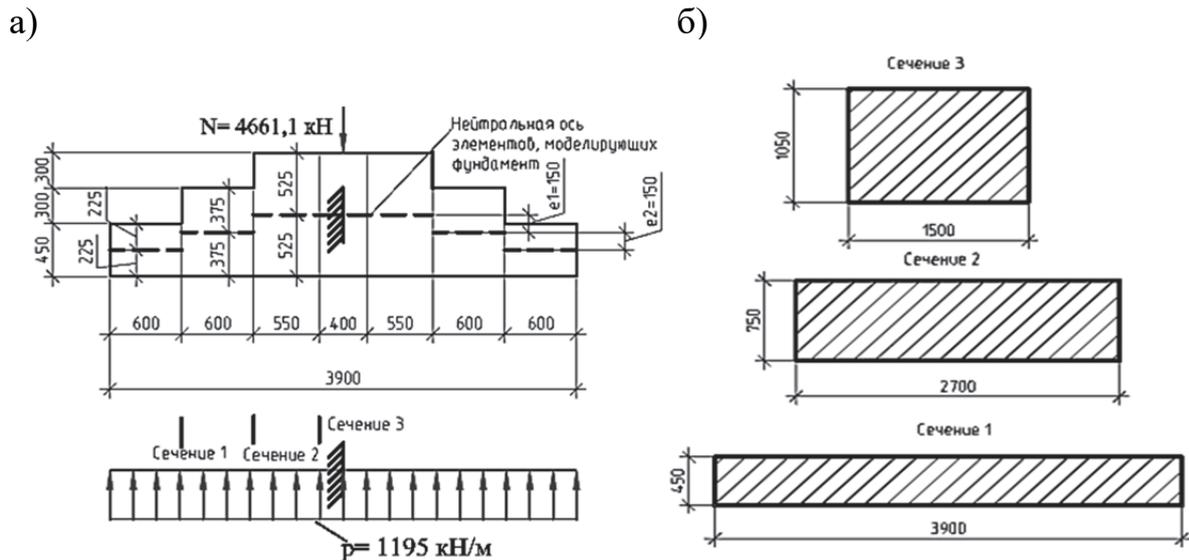


Рис. 4.2. Расчетная схема фундамента для определения изгибающих моментов в трех расчетных сечениях:
а – геометрия расчетной схемы; б – три расчетных сечения

Значение реактивного давления грунта, действующего по площади, $p_0 = 306,4$ кПа. Но так как мы будем подбирать арматуры на всю ширину фундамента, то расчетная нагрузка будет погонная, полученная умножением равномерно распределенной нагрузки по площади на ширину подошвы фундамента $p = p_0 \cdot B = 306,4 \cdot 3,9 = 1195$ кН/м.

Попробуем примером из жизненной практики пояснить смысл такой парадоксальной в какой-то степени расчетной схемы. Представим себе, что спортсмен на достаточно гибких лыжах идет по очень рыхлому снегу. Вес человека через площадь лыж передается на снег, от которого возникает реактивное давление и кончики лыж загибаются вверх (рис. 4.3). При этом у лыж растянутой (как и в примере с фундаментом) будет нижняя зона. Тогда помимо объяснения, почему принята такая расчетная схема для подошвы фундамента, мы получим ответ, почему именно рабочая арматура должна располагаться в нижней зоне фундамента.



Рис. 4.3. Расчетная схема для лыж на реактивное давление снега

Ниже на рис. 4.4 приведен алгоритм расчета армирования подошвы фундамента в программе MathCAD.

Исходные данные для расчета столбчатого фундамента

Геометрия:

Ширина подошвы фундамента $B := 3.9 \text{ м}$

Ширина второй ступени фундамента $B_2 := 2.7 \text{ м}$

Ширина первой ступени фундамента $B_1 := 1.5 \text{ м}$

Высота сечения колонны $h_{col} := 0.4 \text{ м}$

Высота сечения первой ступени $h_1 := 105 \text{ см}$

Высота сечения второй ступени $h_2 := 75 \text{ см}$

Высота сечения третьей ступени $h_3 := 45 \text{ см}$

Материалы:

- бетон тяжелый класса B25; арматура класса A500C

- начальный модуль упругости бетона класса B25 $E_b := 2.75 \cdot 10^4 \text{ МПа}$

- расчетное сопротивление арматуры класса A500C $R_s := 435 \text{ МПа}$

- модуль упругости арматуры класса A500C $E_s := 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

Нагрузки:

Давление на грунт от расчетной нагрузки $p_0 := 306.4 \text{ кПа}$

(на 1 м^2 подошвы)

Давление на грунт от расчетной нагрузки $p := p_0 \cdot B = 1195 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$
(на единицу длины фундамента)

Расчет армирования подошвы столбчатого фундамента

1 Определяем рабочую высоту сечений трех ступеней фундамента, приняв защитный слой равным $a := 5 \text{ см}$

Рабочая высота сечения первого сечения $h_{01} := h_1 - a = 100 \text{ см}$

Рабочая высота сечения второго сечения $h_{02} := h_2 - a = 70 \text{ см}$

Рабочая высота сечения третьего сечения $h_{03} := h_3 - a = 40 \text{ см}$

Рис. 4.4. Определение площади арматуры подошвы фундамента в программе MathCAD (начало)

2 Определяем моменты в трех расчетных вертикальных сечениях фундамента

Сечение 1-1

$$M_{1_1} := 0.125 \cdot p \cdot (B - h_{col})^2 = 1829.782 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Сечение 2-2

$$M_{2_2} := 0.125 \cdot p \cdot (B - B_1)^2 = 860.371 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Сечение 3-3

$$M_{3_3} := 0.125 \cdot p \cdot (B - B_2)^2 = 215.093 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3 Определяем площади сечения арматуры в трех расчетных вертикальных сечениях фундамента

Сечение 1-1

$$A_{s1} := \frac{M_{1_1} \cdot 10^5}{0.9 \cdot h_{01} \cdot R_s \cdot 100} = 46.738 \text{ см}^2$$

Сечение 2-2

$$A_{s2} := \frac{M_{2_2} \cdot 10^5}{0.9 \cdot h_{02} \cdot R_s \cdot 100} = 31.395 \text{ см}^2$$

Сечение 3-3

$$A_{s3} := \frac{M_{3_3} \cdot 10^5}{0.9 \cdot h_{03} \cdot R_s \cdot 100} = 13.735 \text{ см}^2$$

Из трех найденных значений подбор арматуры производим по максимальному значению

$$A_{smax} := \max(A_{s1}, A_{s2}, A_{s3}) = 46.738 \text{ см}^2$$

Рис. 4.4. Определение площади арматуры подошвы фундамента в программе MathCAD (продолжение)

Шаг стержней принимается от 150 до 300 мм (кратно 50 мм). При ширине подошвы фундамента $a \leq 3$ м минимальный диаметр стержней $d_{\min} = 10$ мм, при $a > 3$ м $d_{\min} = 12$ мм.

Принимаем нестандартную сварную сетку с одинаковой в обоих направлениях арматурой из стержней $\varnothing 18$ А500 с шагом 200 мм.

Имеем $20\varnothing 18$ А500С с $A_s = 50.9 \text{ см}^2 > A_{sI} = A_{s,\max} = 46,74 \text{ см}^2$.

$$A_{s20d18} := \frac{\pi \cdot 1.8^2}{4} \cdot 20 = 50.89 \text{ см}^2$$

Процент армирования μ :

Сечение 1-1

$$\mu_1 := \frac{A_{s20d18} \cdot 100}{B_1 \cdot 100 \cdot h_{01}} = 0.34$$

Сечение 2-2

$$\mu_2 := \frac{A_{s20d18} \cdot 100}{B_2 \cdot 100 \cdot h_{02}} = 0.27$$

Сечение 3-3

$$\mu_3 := \frac{A_{s20d18} \cdot 100}{B \cdot 100 \cdot h_{03}} = 0.33$$

$$\text{Процент_армирования} := \begin{cases} \text{"достаточен"} & \text{if } \min(\mu_1, \mu_2, \mu_3) \geq 0.1 \\ \text{"не_достаточен"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Процент_армирования = "достаточен"

Так как во всех сечениях $\mu_i > \mu_{\min} = 0,1$ %, количество принятой арматуры оставляем без изменений. В случае $\mu_i < \mu_{\min} = 0,1$ % следует увеличить диаметр принятой арматуры или уменьшить ее шаг.

Рис. 4.4. Определение площади арматуры подошвы фундамента в программе MathCAD (окончание)

4.2. Расчет армирования фундамента в ПК «Лира-САПР»

Создадим новую задачу для расчета армирования фундамента (рис. 4.5).

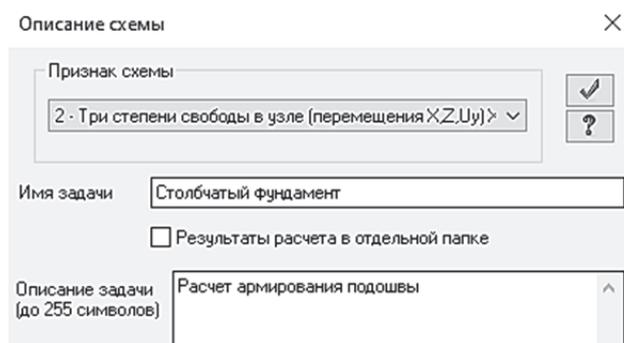


Рис. 4.5. Задание основных параметров задачи

Вызовем диалоговое окно «Создание плоских фрагментов и сетей», выбрав команду . В таблице диалогового окна зададим шаг конечно-элементной сетки и количество элементов согласно геометрии расчетной схемы двухконсольной балки (рис. 4.6).

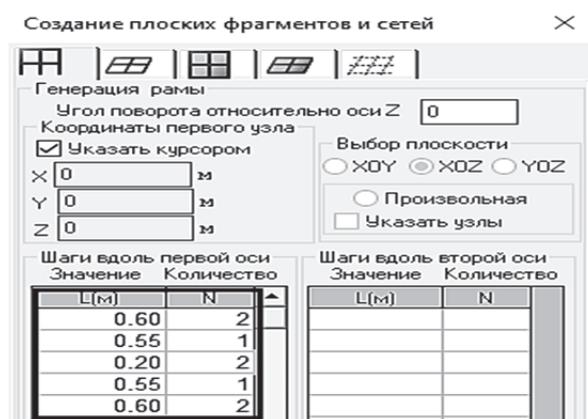


Рис. 4.6. Диалоговое окно «Создание плоских фрагментов и сетей»

В результате выполнения этой операции мы получим расчетную схему, состоящую из восьми КЭ. КЭ 4 и КЭ 5 находятся на линии стыковки фундамента и колонны. В центральном узле 5 между ними зададим жесткую заделку, исключив две линейные степени свободы по осям Ox и Oz и угол поворота относительно оси Oy .

Приложим на все КЭ расчетной схемы линейную нагрузку $p = 1195$ кН/м (рис. 4.7).



Рис. 4.7. Расчетная схема фундамента

Следующим действием будет задание трех жесткостей (сечений), приведенных выше на рис. 4.2, и назначение их КЭ.

Ниже на рис. 4.8 показаны три созданные жесткости.

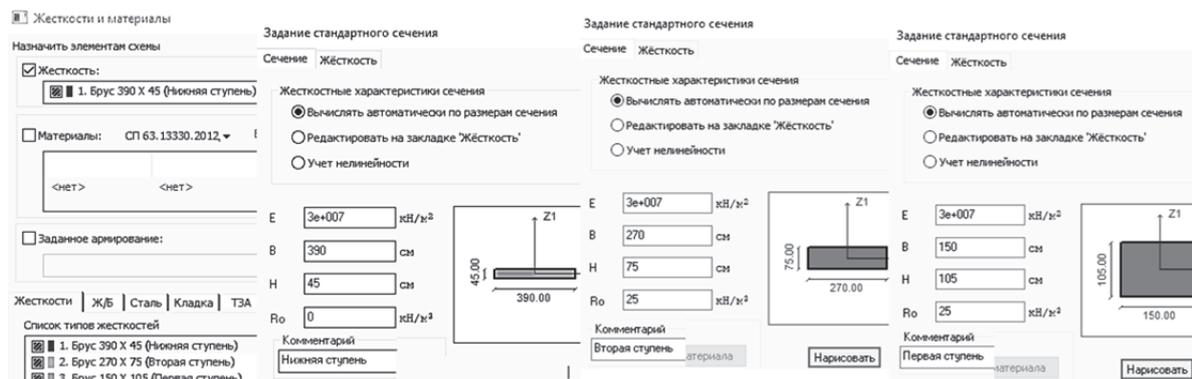


Рис. 4.8. Окно создания жесткостей КЭ фундамента

В 3D-пространственной графике можно увидеть изображения полученной модели фундамента (рис. 4.9).

Многим такая модель покажется несуразной и даже некорректной. Но необходимо знать, что аналитические расчетные модели зачастую во многом не соответствуют по внешнему виду архитектурным моделям. В данном случае несоосность отдельных участков фундамента никак не влияет на результаты статического расчета балки на поперечную нагрузку. Для доказательства данного утверждения создадим копию расчетной схемы фундамента, в которой эксцентриситеты отдельных участков балки учтем с помощью абсолютно жестких вставок (рис. 4.10). Нейтральные оси КЭ 2 и КЭ 7 мы сместим на 0,15 м, а КЭ 3...6 – на 0,3 м.

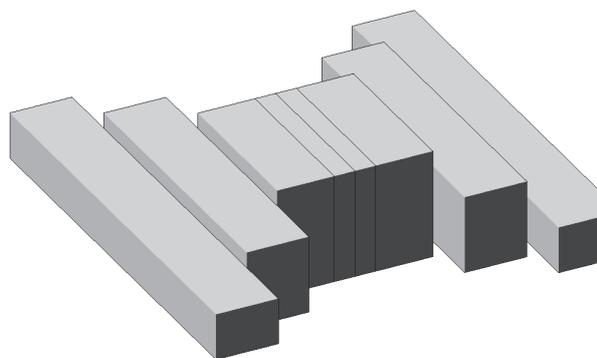
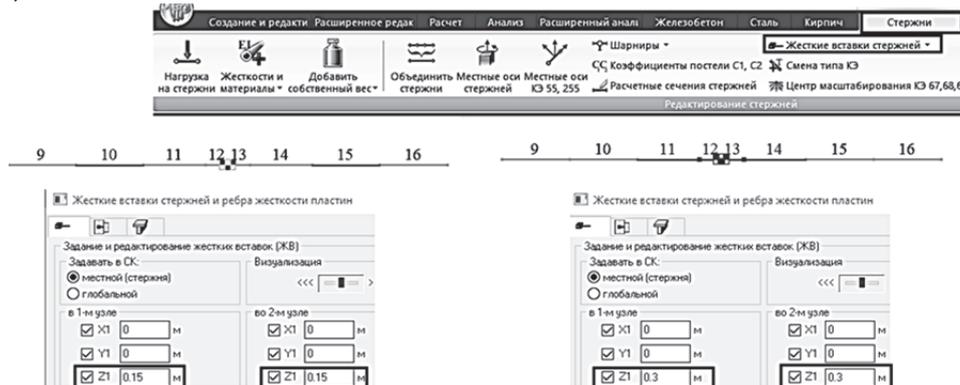


Рис. 4.9. 3D-пространственная графика фундамента

а)



б)



Рис. 4.10. Новая расчетная модель фундамента: а – создание абсолютно жестких вставок для элементов фундамента; б – 3D-пространственная графика фундамента с жесткими вставками

Сохраним задачу и запустим на расчет. Перейдем на закладку «Анализ» и сначала с помощью действия «Фрагментация» уберем с экрана КЭ по линии сопряжения колонны с фундаментом. Фактически моменты на этом участке равны нулю, и можно было даже не задавать нагрузку. После того как экране останутся КЭ, которые по факту испытывают деформации изгиба, убедимся, что вычисленные изгибающие моменты полностью совпали с аналитическим расчетом [9, подразд. 7.5]. В отличие от конструктивного расчета здесь основные гипотезы аналитического расчета и МКЭ полностью идентичны, поэтому мы и получили 100%-ное совпадение результатов расчетов (рис. 4.11). Как мы и полагали, учет несоосности элементов фундамента не повлиял на результаты статического расчета.



Рис. 4.11. Эпюры изгибающих моментов в фундаменте: а – стандартная расчетная схема; б – расчетная схема с абсолютно жесткими вставками

Для выполнения конструктивного расчета (подбора арматуры) зададим материалы (рис. 4.12) и назначим их всем элементам расчетной схемы.

а)

б)

в)

Рис. 4.12. Диалоговое окно «Материалы для расчета Ж/Б конструкций»: а – режим «Стержень»; б – режим «Бетон»; в – режим «Арматура»

После задания материалов элементам проверяем, что программа будет подбирать армирование по РСН (а не по отдельным усилиям) и по актуальным нормам (СП 63.13330.2018), запускаем файл на расчет.

После завершения расчета перейдем на закладку «Железобетон» и проанализируем результаты конструктивного расчета.

На рис. 4.13 показана эпюра требуемого продольного армирования.

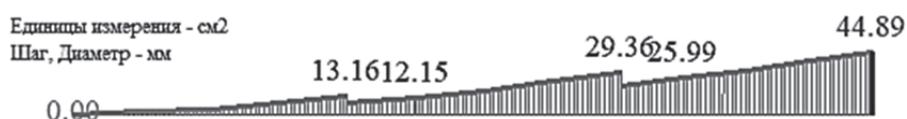


Рис. 4.13. Результаты расчета в ПК «Ли́ра-САПР» армирования подошвы фундамента

Результаты численного и аналитического расчетов армирования фундамента имеют определенное расхождение с аналитическим расчетом [9, подразд. 7.5], которое объясняется не только разными методиками конструктивного расчета. Разница объясняется еще и тем фактом, что аналитический конструктивный расчет армирования подошвы фундамента выполняется по приближенной формуле, где вводится постоянный коэффициент 0,9. Точное вычисление высоты сжатой зоны при этом не производится.

Принимаем нестандартную сварную сетку с одинаковой в обоих направлениях арматурой из стержней Ø18 А500 с шагом 200 мм и общей площадью сечения всех стержней, равной 50,89 см².

В пособии мы не будем описывать методику проверки несущей способности фундамента по прочности, так как она полностью идентична описанной выше методике для плит и ригеля. Предлагаем студентам самостоятельно заармировать фундамент в ПК «Ли́ра-САПР» и проверить его несущую способность.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Новые технологии проектирования в строительстве предполагают использование трехмерных информационных моделей зданий и сооружений на протяжении всего жизненного цикла. В рамках требования такого подхода к проектированию современные программные комплексы дают возможность проводить расчеты строительных конструкций по пространственным расчетным схемам с учетом нелинейностей различного типа. Но получение достоверных надежных результатов численных расчетов, выполненных по сложным математическим моделям, предполагает в первую очередь обязательное наличие у проектировщика базовых знаний, умений и навыков решения стандартных задач расчета отдельных строительных конструкций [10-13].

В связи с все более увеличивающейся долей возводимых объектов из монолитного железобетона, а также строительства высотных зданий, все больше возрастает необходимость учета физической нелинейности (нелинейной работы бетона и арматуры) и конструктивной нелинейности (в

первую очередь связанной с учетом податливости основания). Для успешного решения этих задач обязательной основой является знание основных принципов реализации алгоритмов МКЭ в расчетных программных комплексах. Не менее важным требованием к квалификации проектировщика является наличие умений и навыков анализа и контроля проводимых численных расчетов. Поэтому советуем молодым специалистам не обольщаться красивыми и эффектными «картинками» (результатами расчетов), которые могут выдавать программные комплексы, а помнить, что главной целью любых расчетов строительных конструкций является получение безопасных и надежных проектных решений. А для этого приоритетной задачей для себя необходимо сделать изучение теории расчета строительных конструкций, а не функционала программных комплексов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **ГОСТ 27751–2014.** Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения : межгосударственный стандарт : издание официальное : разработан ОАО «НИЦ «Строительство» – ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко : внесен Техническим комитетом по стандартизации ТК 465 «Строительство» : дата введения 2015-07-01 : переиздание, ноябрь 2019 г. / принят Межгосударственным советом по стандартизации, метрологии и сертификации 14 ноября 2014 г. № 72-П. – Москва : Стандартинформ, 2019. – 14 с.

2. **СП 63.13330.2018.** Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения : свод правил : издание официальное : разработан АО «НИЦ «Строительство» – НИИЖБ им. А. А. Гвоздева : внесен Техническим комитетом по стандартизации ТК 465 «Строительство» : дата введения 2019-06-20 : актуализированная редакция СНиП 52-01–2003 / утвержден приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 19 декабря 2018 г. № 832/пр. – Москва : Стандартинформ, 2019. – 118 с.

3. **СП 356.1325800.2017.** Конструкции каркасные железобетонные сборные многоэтажных зданий. Правила проектирования : свод правил : издание официальное : разработан АО «АО ЦНИИПромзданий» : внесен Техническим комитетом по стандартизации ТК 465 «Строительство» : дата введения 2018-06-14 / утвержден приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 13 декабря 2017 г. № 161/пр. – Москва : Стандартинформ, 2018. – 118 с.

4. **СП 20.13330.2016.** Нагрузки и воздействия : свод правил : издание официальное : разработан ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко АО «НИЦ «Строительство» при участии ФГБУ «Главная геофизическая обсерватория им. А. И. Воейкова» : внесен Техническим комитетом по стандартизации

ТК 465 «Строительство» : дата введения 2017-06-04 : переиздание, март 2018 г. : актуализированная редакция СНиП 2.01.07–85* / утвержден приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 3 декабря 2016 г. № 891/пр. – Москва : Стандартинформ, 2018. – 72 с.

5. **Барабаш, М. С.** Компьютерное моделирование в задачах строительной механики : учебное пособие / М. С. Барабаш, О. С. Городецкий, В. М. Сидоров. – Москва : АСВ, 2016. – 338 с.

6. **Барабаш, М. С.** Программные комплексы САПФИР и Лира-САПР – основа отечественных ВМ-технологий : монография / М. С. Барабаш, Д. В. Медведенко, О. И. Палиенко. – 2-е издание. – Москва : Юрайт, 2013. – 366 с.

7. **Барабаш, М. С.** Проектирование конструкций рабочей площадки в ПК «Лира-САПР» : учебное пособие / М. С. Барабаш, М. А. Ромашкина. – Москва : АСВ, 2018. – 148 с.

8. **Дзюба, В. А.** Расчет сборных железобетонных конструкций многоэтажного каркасного здания : учебное пособие / В. А. Дзюба. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2019. – 123 с.

9. Проектирование несущих конструкций многоэтажного каркасного здания : методические указания и справочные материалы к курсовому проекту по дисциплине «Железобетонные и каменные конструкции» / составители : С. В. Горбатов [и др.]. – Москва : НИУ МГСУ, 2015. – 104 с.

10. **Чудинов, Ю. Н.** Задачи строительной механики с применением ПК «Лира-САПР». Статически определимые системы : учебное пособие / Ю. Н. Чудинов. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2023. – 83 с.

11. **Чудинов, Ю. Н.** Проектирование железобетонных плит с применением ПК «Лира-САПР» : учебное пособие / Ю. Н. Чудинов. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2021. – 95 с.

12. **Чудинов, Ю. Н.** Проектирование неразрезного ригеля железобетонного каркасного здания с применением ПК «Лира-САПР» : учебное пособие / Ю. Н. Чудинов. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2021. – 100 с.

13. **Чудинов, Ю. Н.** Расчет строительных стержневых конструкций в ПК «Лира-САПР 2011» : учебное пособие / Ю. Н. Чудинов. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2013. – 88 с.

Учебное издание

Чудинов Юрий Николаевич

**РАСЧЕТ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ
МНОГОЭТАЖНОГО КАРКАСНОГО ЗДАНИЯ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ПК «ЛИРА-САПР»**

Учебное пособие

Редактор Т. И. Ивашкина

Подписано в печать 25.03.2024.

Формат 60×84 1/16. Бумага 65 г/м². Ризограф EZ 570E.

Усл. печ. л. 7,44. Уч.-изд. л. 7,20. Тираж 44 экз. Заказ 31073.

Редакционно-издательский отдел
Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»
681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27.