

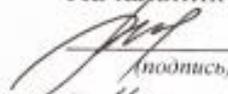
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

Работа выполнена в СКБ

«Проектирование и информационное моделирование зданий и сооружений»

СОГЛАСОВАНО

Начальник отдела ОНиПКРС  
Е.М. Димитриади

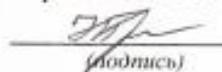
  
(подпись)  
« 11 » 09 20 23 г.

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе  
А.В. Космынин

  
(подпись)  
« 11 » 09 20 23 г.

Декан факультета кадастра и  
строительства

  
(подпись) Н.В. Гринкруг

« 11 » 09 20 23 г.

«Исследование трещинообразования железобетонных конструкций  
диаграммным методом»

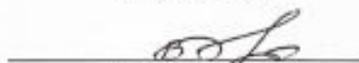
Комплект проектной документации

Руководитель СКБ

  
(подпись, дата)

Е.В. Журавлева

Руководитель проекта

  
(подпись, дата)

В.А. Дзюба

Комсомольск-на-Амуре 2024

### Карточка проекта

Название	Исследование трещинообразования железобетонных конструкций диаграммным методом
Тип проекта	техническое творчество
Исполнители	Студент <i>Пуш</i> Ю.Д. Пушкарева – группа 2ПСм-1
Срок реализации	<i>Несколько</i> - 20 мая

### Исходная информация

Исходные данные	Экспериментально-теоретические исследования трещиностойкости железобетонных конструкций
-----------------	---

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

## ЗАДАНИЕ на разработку

Название проекта: Разработка проекта «Исследование трещинообразования железобетонных конструкций диаграммным методом».

Назначение: проект «Исследование трещинообразования железобетонных конструкций диаграммным методом» предназначен для определения трещиностойкости железобетона диаграммным методом.

Область использования: проект «Исследование трещинообразования железобетонных конструкций диаграммным методом» будет использован при расчете статически неопределимых систем.

Функциональное описание проекта: Проанализировать существующие диаграммные методы. Провести расчет железобетонного элемента на трещиностойкость с различными процентами армирования. Провести расчет железобетонного элемента на трещиностойкость с различными процентами армирования в программе GID. Сравнить ручной метод расчета на трещиностойкость и программы GID. Выявить наиболее эффективный метод расчета.

Техническое описание устройства: рассмотрено применение диаграммного метода расчета железобетонных конструкций к вычислению момента образования трещин. Произведено сравнение результатов расчета с расчетами по традиционной методике.

Требования: оценить момент образования трещин изгибаемых железобетонных элементов в соответствии с требованиями норм проектирования и использования диаграмм деформирования (нелинейных и билинейных диаграмм сжатия бетона).

План работ:

Наименование работ	Срок
Проанализировать существующие диаграммные методы	02.2024
Провести расчет железобетонного элемента на трещиностойкость с различными процентами армирования	03.2024
Провести расчет железобетонного элемента на трещиностойкость с различными процентами армирования в программе GID	04.2024
Сравнить ручной метод расчета на трещиностойкость и программы GID	05.2024
Выявить наиболее эффективный метод расчета	05.2024

Руководитель проекта

  
(подпись, дата)

В.А. Дзюба

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

**ПАСПОРТ**

«Исследование трещинообразования железобетонных конструкций  
диаграммным методом»

Руководитель проекта

  
\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

*В.А. Дзюба*

Комсомольск-на-Амуре 2024

## Содержание

1.	Нормирование диаграмм деформирования материалов .....	8
1.1.	Диаграммы деформирования.....	8
1.2.	Модели поведения материалов под нагрузкой.....	13
1.3.	Нормирование диаграмм деформирования материалов, их аналитическое описание .....	15
1.4.	Расчетные диаграммы состояния бетона на осевое сжатие .....	17
1.5.	Нормативные и расчетные характеристики бетона .....	21
1.6.	Диаграммы состояния растянутой арматуры .....	22
1.7.	Стадии напряженно-деформированного состояния нормальных сечений железобетонных элементов .....	25
2.	Исследование трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов ...	27
2.1.	Основные положения расчета образования трещин по предельным усилиям согласно норм проектирования .....	27
2.2.	Методика определения момента трещинообразования по нелинейной деформационной модели с применением трехлинейной диаграммы бетона на растяжение .....	29
2.3.	Расчет прочности с использованием двухлинейных диаграмм состояния бетона и арматуры .....	31
2.4.	Методика экспериментального получения диаграмм деформирования бетона и арматуры при кратковременном и длительном нагружениях. Физический смысл ниспадающей ветви кривой деформирования. ....	34
3.	Определение момента образования трещин для изгибаемого железобетонного элемента диаграммным методом .....	37
3.1.	Вычисление момента образования трещин при различном продольном армировании по требованиям норм.....	37

3.2. Метод расчета напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов при изгибе по реальным диаграммам бетона и арматуры.....	43
3.3. Расчет изгибаемого элемента диграмным методом на основе программы ГИД.....	48
3.4. Методика расчета трещиностойкости железобетонного элемента на основе билинейной диаграммы бетона.....	48

# 1. Нормирование диаграмм деформирования материалов

## 1.1. Диаграммы деформирования

Основой расчета любой железобетонной конструкции является получение ее напряженно-деформированного состояния (НДС). Это требует достоверного определения усилий и перемещений (напряжений и деформаций) во всех точках конструкции, в зависимости от нагрузки. При этом железобетон с определенного уровня нагружения начинает проявлять физическую нелинейность как вследствие пластичности бетона и арматуры, так и из-за трещинообразования (геометрическая и конструктивная нелинейности в данном пособии не рассматриваются). В связи с этим для описания НДС в какой-либо точке или сечении обычно используют соответствующие диаграммы деформирования материалов (бетона и стали), иначе, их диаграммы состояния.

В предметную область метода входят расчеты трещиностойкости при различных условиях напряженно-деформированного состояния: изгибе, сжатии, растяжении, сдвиге и при их комбинации.

Для описания НДС любой конструкции в какой-либо точке или сечении используют соответствующие диаграммы деформирования (иначе – диаграммы состояния), которые могут быть четырех типов: 1 – диаграммы, связывающие между собой напряжения и относительные деформации в произвольной точке конструкции; это – зависимости « $\sigma$ - $\epsilon$ », « $\tau$ - $\gamma$ » и т.п. (рис. 1, 2); 2 – диаграммы, так же, как и для первого типа, определяющие зависимость между напряжениями и относительными деформациям, и строящиеся на основе экспериментов при многоосном простом нагружении; 3 – диаграммы, определяющие взаимосвязь внутренних усилий и перемещений: « $M$ - $1/r$ », « $M$ - $\phi$ », « $Q$ - $\Delta$ » и т.п. (рис. 3); 4 – диаграммы «нагрузка-перемещение», например, « $P$ - $f$ » (рис. 1).

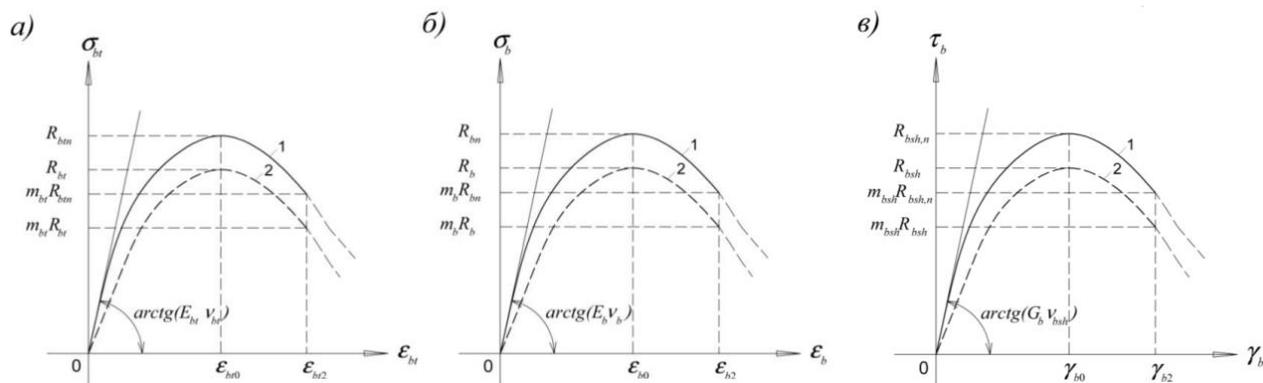


Рисунок 1– Диаграммы деформирования бетона при растяжении (а), сжатии (б) и при сдвиге (в); 1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

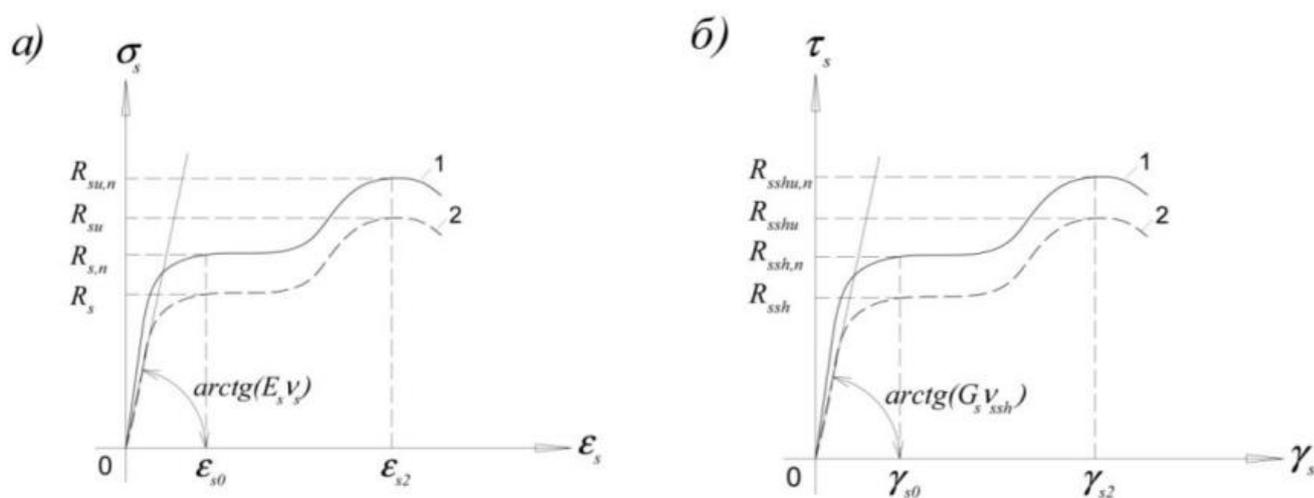


Рисунок 1–Диаграммы деформирования стальной арматуры при растяжении (а, в) и при сдвиге (г, д): а, б – для низкопрочных (мягких) сталей; в, г – для высокопрочных сталей с условным пределом текучести; 1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата

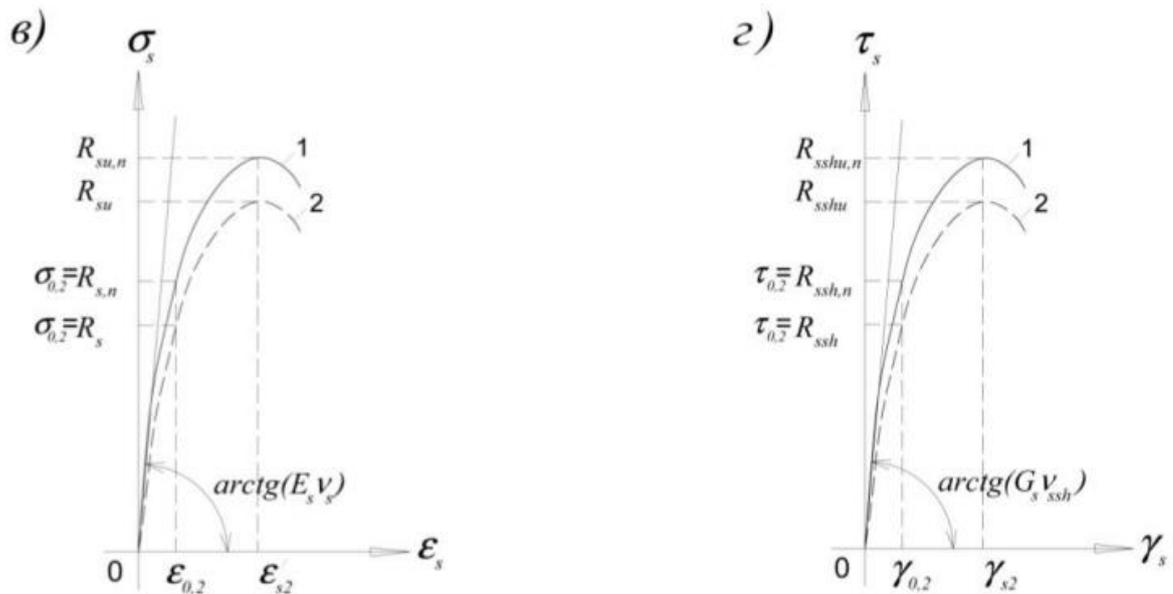


Рисунок 2—Диаграммы деформирования стальной арматуры при растяжении (а, в) и при сдвиге (г, д): а, б – для низкопрочных (мягких) сталей; в, г – для высокопрочных сталей с условным пределом текучести; 1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

На приведенных диаграммах (рис. 1, 2, 3) параметры  $R_m$ ,  $R_{m,n}$ ,  $R_{m,sh}$ ,  $R_{m,shn}$ ,  $E_m$ ,  $\nu_m$  – это соответственно расчетный предел прочности при одноосном растяжении или сжатии, нормативный предел прочности при одноосном растяжении или сжатии, расчетный предел прочности при сдвиге, нормативный предел прочности при сдвиге, начальный модуль упругости, коэффициент сдвигающего модуля деформаций.

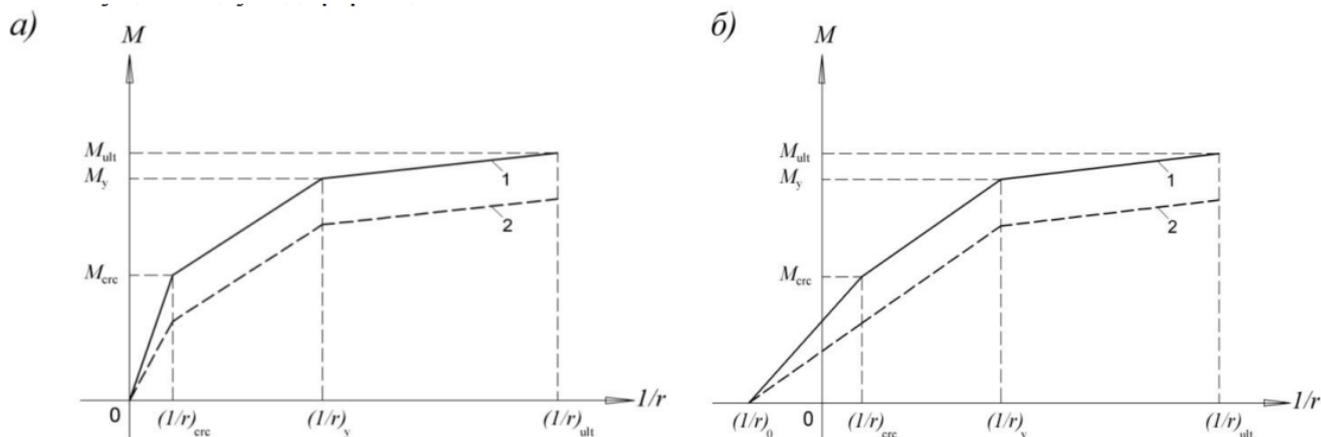


Рисунок 3—Диаграммы деформирования расчетных сечений изгибаемых конструкций (отдельного элемента либо узла): а – в зоне чистого изгиба для конструкции без предварительно напряженной арматуры; б – то же с предварительно напряженной арматурой; в – в зоне действия перерезывающих сил 1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

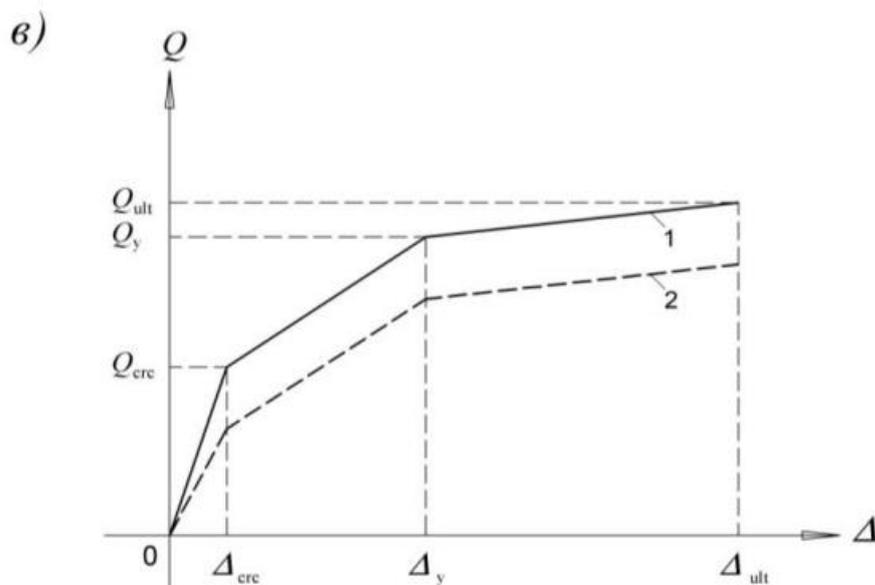


Рисунок 4—(продолжение) Диаграммы деформирования расчетных сечений изгибаемых конструкций (отдельного элемента либо узла): а – в зоне чистого изгиба для конструкции без предварительно напряженной арматуры; б – то же, с предварительно напряженной арматурой; в – в зоне действия перерезывающих сил 1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата
------	------	---------	---------	------

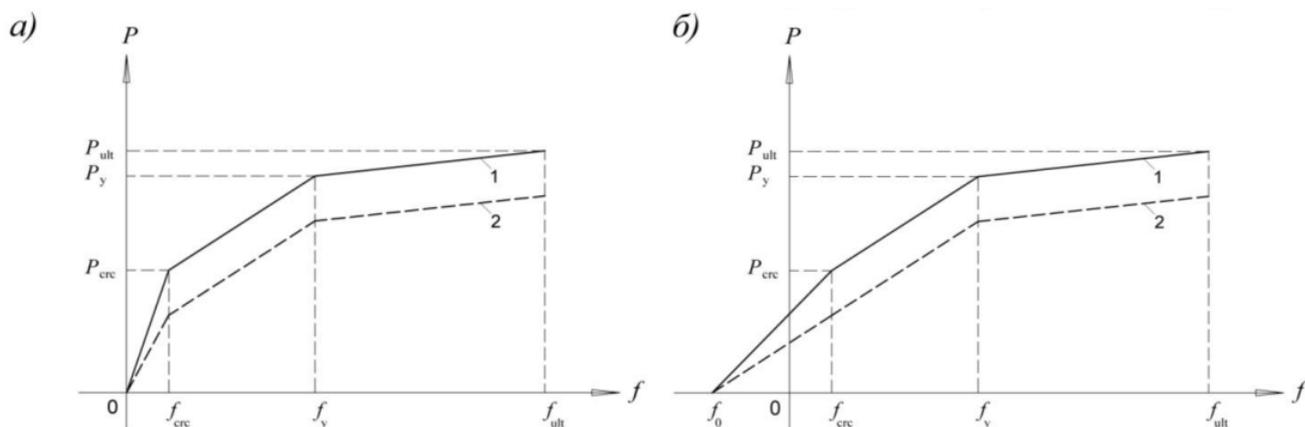


Рисунок 5—Диаграммы деформирования конструкций (отдельного элемента либо узла): а – в зоне чистого изгиба для конструкции без предварительно напряженной арматуры; б – то же с предварительно напряженной арматурой; 1 – нормативные диаграммы, 2 – расчетные диаграммы

На основе каждого из этих трех типов диаграмм может быть разработан свой соответствующий диаграммный метод расчета. Наиболее проработанным и универсальным в настоящее время является метод первого типа, поскольку диаграммы рис. 1, 2 не зависят от статических и геометрических характеристик конструкции (пролета, размеров поперечного сечения, схем закрепления и 10 приложения нагрузок и т.п.), а определяются только свойствами самого материала (влияние масштабного фактора на диаграммы состояния бетона – это научная задача, требующая отдельного рассмотрения).

Область применения диаграммных методов второго и третьего типов сдерживается необходимостью в обширной базе экспериментальных данных, которую не всегда можно пополнить в связи с нехваткой материальнотехнических и финансовых средств. Фактически для каждой вновь проектируемой конструкции необходимо проведение эксперимента с целью определения ее прочности, жесткости и трещиностойкости.

В методе расчета на основе диаграмм первого типа учитывается вклад в несущую способность, жесткость и трещиностойкость конструкции от каждой ее составляющей отдельно – от растянутого и сжатого бетона, бетона, находящегося в условиях среза, продольной и поперечной арматуры и т.д. Модель позволяет рассчитывать конструкцию на всем протяжении ее нагружения.

Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата
------	------	---------	---------	------

На основе каждого из этих трех типов диаграмм может быть разработан свой соответствующий диаграммный метод расчета.

В предметную область метода входят расчеты прочности, жесткости и трещиностойкости при различных условиях напряженно-деформированного состояния: изгибе, сжатии, растяжении, сдвиге и при их комбинации (предварительное натяжение арматуры в данном пособии не рассматривается).

## 1.2. Модели поведения материалов под нагрузкой

Классические модели деформирования изотропных и анизотропных твердых тел описываются в общем случае линейной теорией упругости, теорией пластичности и ползучести в зависимости от механических свойств материалов. Основные механические свойства материалов обнаруживаются в экспериментальных исследованиях на одноосное растяжение и сжатие стандартных образцов. По опытным значениям истинных напряжений  $\varepsilon$  и относительных деформаций  $e$  строится некоторая кривая, так называемая диаграмма материала на растяжение или сжатие. Напряжения  $\sigma$  определяются по усилию  $N$  силовой установки как  $\sigma = N/A$  ( $A$  - площадь сечения образца), а относительные деформации удлинения или укорочения по оси образца как  $\varepsilon = \Delta l/l$ , где  $l$  - линейный размер образца до приложения силы;  $\Delta l$  - абсолютное линейное удлинение (укорочение) образца при деформировании силой  $N$ . Как правило, значения относительных деформаций  $\varepsilon$  откладываются по оси абсцисс, а по оси ординат - значения напряжений  $\sigma$ .

Типичная диаграмма стали. Диаграммы на растяжение и сжатие стали симметричны относительно оси деформаций (рис. 1). Начальный участок  $A_1OA$  близок к прямой линии и характеризуется обратимыми деформациями, т. е. как при нагрузке (увеличении  $\sigma$ ), так и при разгрузке (уменьшении  $\sigma$ ) точка, изображающая на диаграмме состояние материала, двигается по одной и той же прямой  $A_1OA$ . Связь между деформациями и напряжениями на линейном участке записывается в виде

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.1)$$

где  $E$  - модуль упругости стали.

При нагружении образца силой  $N$  наряду с осевыми деформациями возникают свободные поперечные деформации  $\varepsilon_p$ . Отношение поперечных деформаций к осевым составляет коэффициент Пуассона  $\mu$ :

$$\mu = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon} \quad (1.2)$$

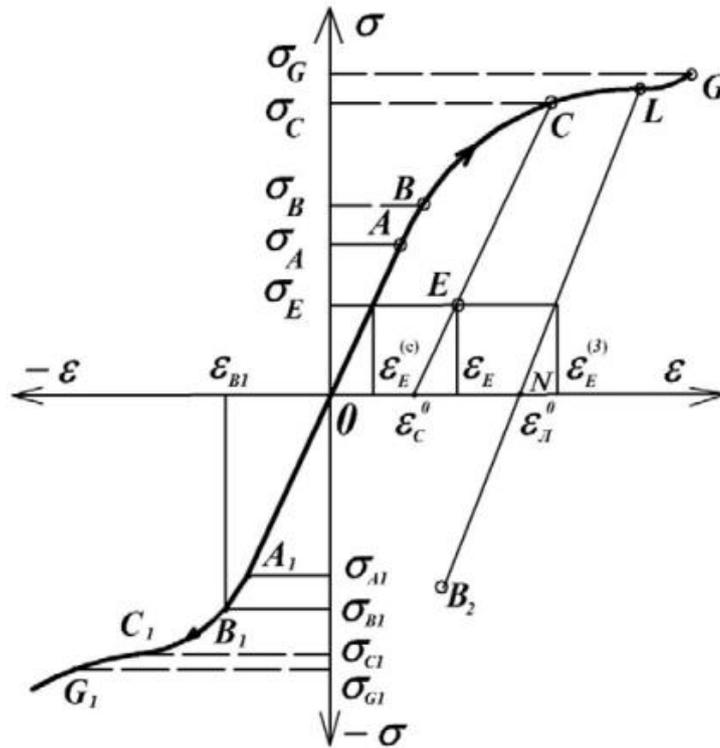


Рисунок 6

Границы интервала применимости линейной формулы (1.1) называются пределами пропорциональности, а соответствующие напряжения  $\sigma_A$  и  $\sigma_{A1}$  - напряжениями на пределе пропорциональности. Таким образом, при напряжениях  $\sigma$ , меньших  $\sigma_A$  и больших  $\sigma_{A1}$ , на диаграмме имеется участок  $A_1A$ , соответствующий закону Гука в виде (1.1), или линейной теории упругости. С увеличением усилия за точкой  $A$  ( $A_1$ ) деформации развиваются на участке  $AB$  ( $A_1B_1$ ). Образец на этих участках ведет себя тоже как упругое тело, но с динамически нелинейной зависимостью напряжений от деформаций. Понятие динамической нелинейности в данном случае относится к геометрически малым деформациям (меньше 1%)

Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата

Эффект Баушингера. Пределы пропорциональности и упругости, пластические деформации и упрочнение имеют место как при растяжении, так и при сжатии. Для металлов диаграммы на растяжение и сжатие симметричны относительно т. *O*. Предел упругости на диаграмме сжатия при первоначальном нагружении соответствует точке  $B_1$ . После растяжения, например до т. *L*, с последующей разгрузкой и сжатием предел упругости материала на сжатие на участке упругих деформаций  $LN B_2$  будет соответствовать  $B_2$ . Деформации на участках  $OB_1$  и  $NB_2$  равны между собой, однако  $\sigma_{B2} > \sigma_{B1}$ . Эффект изменения предела упругости на сжатие после предварительного растяжения за предел упругости называется эффектом Баушингера. Таким образом, пластическая деформация одного знака уменьшает напряжения, при которых такая же деформация достигается в последующем после разгрузки и нагружении напряжениями другого знака. Объясняется этот эффект тем, что в зернах металла остаются напряжения, содействующие деформациям противоположного знака.

### 1.3. Нормирование диаграмм деформирования материалов, их аналитическое описание

Как уже было отмечено в 1-ом параграфе, следует различать экспериментальные диаграммы деформирования, построенные по опытным точкам, от рабочих, которые некоторым образом описывают (аппроксимируют) экспериментальные. В свою очередь, рабочие диаграммы подразделяются на нормативные и расчетные (необходимые соответственно в расчетах по 2-й и 1-й группам предельных состояний).

Построение теории пластичности связано с разрешением трех основных задач

- обобщением на случай произвольных напряженных состояний понятия предела упругости
- введением в общем случае понятий нагрузки и разгрузки, включая повторные и знакопеременные режимы нагружения

– установлением законов, определяющих нарастание остаточных (пластических) деформаций т.е. установлением соотношений, позволяющих определять остаточных деформаций при любых допустимых законах изменения внутренних напряжений

Выделим два основных типа моделей пластических сред. Модели идеально упругопластических или жесткопластических сред, в которых не учитываются упрочнение и эффект Баушингера. Эти модели получаются в результате обобщения произвольных диаграмм деформирования в виде идеализированных диаграмм для простых частных случаев деформирования, предложенных Прандтлем, например диаграммы для одноосного растяжения и сжатия. На этом рисунке приведена диаграмма одноосного растяжения-сжатия для идеально упругопластической среды. При напряжении растяжения меньше некоторого постоянного предельного значения  $\sigma_0$  и напряжении сжатия, большем  $\sigma_0'$ , материал ведет себя как упругое тело; часто можно принять, что  $\sigma_0 = \sigma_0'$  (по абсолютной величине).

В диаграмме (рис. 8, б) упругие деформации вообще не учитываются из-за их малости по сравнению с возможными пластическими деформациями. В диаграмме (рис. 8, б) упругие деформации вообще не учитываются из-за их малости по сравнению с возможными пластическими деформациями.

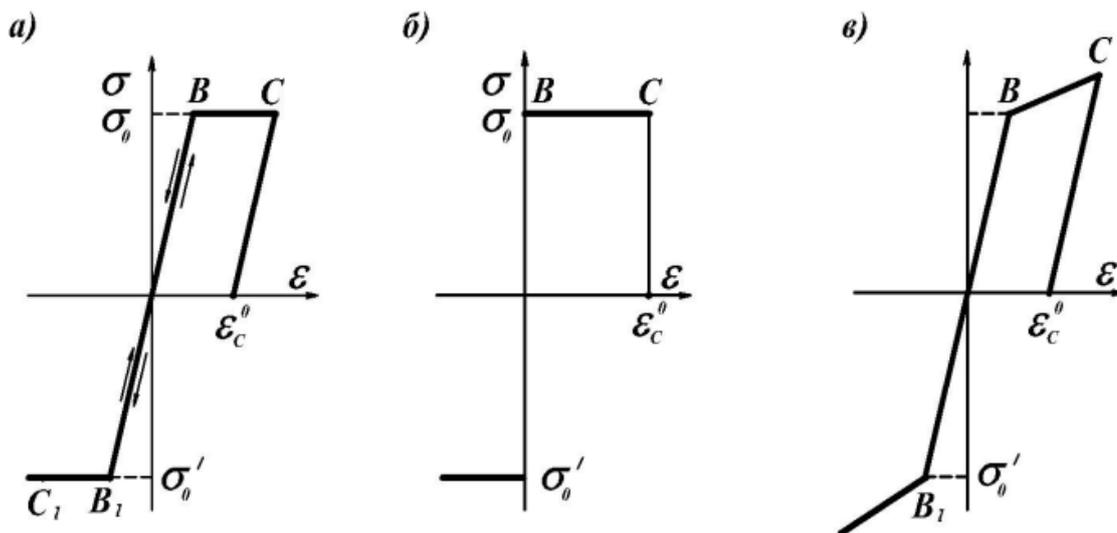


Рисунок 7 – Диаграммы сжатия-растяжения: а – для идеально упругопластического материала; б – для жесткопластического материала; в – для линейно упрочняющегося материала

Такие диаграммы растяжения–сжатия образца характерны для жесткопластических материалов. В обоих случаях после увеличения напряжения до  $\sigma_0$  возможно течение материала с неограниченно возрастающей деформацией при постоянном напряжении. Такие модели могут удовлетворительно описывать поведение материалов, для которых на диаграмме « $\sigma$  - $\epsilon$ » имеется площадка текучести.

Модель линейно упрочняющегося материала. В этих моделях пластических материалов учитывается упрочнение, т. е. изменение предела упругости после разгрузки и при последующем нагружении.

#### 1.4. Расчетные диаграммы состояния бетона на осевое сжатие

В качестве расчетных диаграмм состояния бетона, определяющих связь между напряжениями и относительными деформациями, в нормативной литературе принимают трехлинейную и двухлинейную диаграммы. Диаграммы состояния бетона используют при расчете железобетонных элементов по нели-

нейной деформационной модели. Основными деформационными характеристиками бетона являются значения:

– предельных относительных деформаций бетона при осевом сжатии и растяжении (при однородном напряженном состоянии бетона)  $\varepsilon_{b0}$  и  $\varepsilon_{bt0}$  ;

– коэффициента (характеристики) ползучести  $\varphi_{b,cr}$ , которые определяются в зависимости от условий окружающей среды (относительной влажности воздуха) и класса бетона по СП 63.13330.2012 (табл. 6.12);

– коэффициента поперечной деформации бетона (коэффициента Пуассона)  $\nu_{b,r} = 0,2$ ; коэффициента линейной температурной деформации бетона  $a_{bt}$ , значение которого при изменении температуры от минус 40 о С до плюс 50 о С принимается  $a_{bt} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}$  (для тяжелого, мелкозернистого, напрягающего бетонов);

– начального модуля упругости  $E_b$  , которые численно равны тангенсу угла наклона касательной на диаграмме бетона. В расчетах при продолжительном действии нагрузки пользуются средним или упругопластичным модулем, соответствующим тангенсу угла наклона прямой, проходящей через точку на диаграмме с заданным напряжением; средний модуль упругости бетона для различных классов по прочности на сжатие определяется по формуле

$$E_{b,\tau} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}} \quad (1.3)$$

– Модуля сдвига  $G_b$  которые при известных значениях  $E_b$  и  $\nu_b$  определяются по формуле

$$G_b = \frac{E_b}{[2(1 + \nu_b)]} \quad (1.4)$$

При значении  $\nu_b = \nu_{b,r} = 0,2$  получим  $G_b = 0,4E_b$

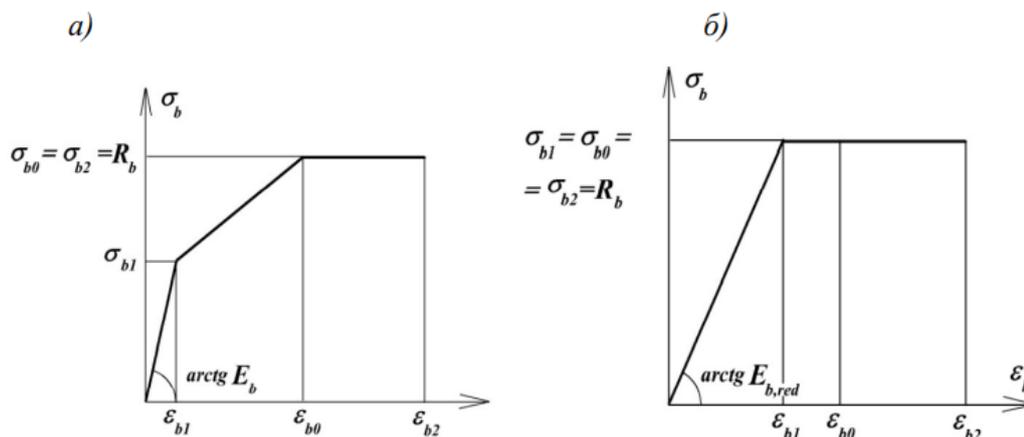


Рисунок 8 – диаграммы состояния сжатого бетона: а – трехлинейная диаграмма состояния сжатого бетона; б – двухлинейная диаграмма состояния сжатого бетона

При трехлинейной диаграмме сжимающие напряжения бетона  $\sigma_b$  в зависимости от относительных деформаций укорочения бетона  $\epsilon_b$  определяются по формулам

- При  $0 \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{b1}$

$$\sigma_b = E_b \epsilon_b \quad (1.5)$$

- При  $\epsilon_{b1} \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{b0}$

$$\sigma_b = \left[ \left(1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b}\right) \frac{\epsilon_b - \epsilon_{b1}}{\epsilon_{b0} - \epsilon_{b1}} + \frac{\epsilon_{b1}}{R_b} \right] R_b \quad (1.6)$$

- При  $\epsilon_{b0} \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{b2}$

$$\sigma_b = R_b \quad (1.7)$$

Значения напряжений  $\sigma_{b1}$ , относительных деформаций  $\epsilon_{b1}$ ,  $\epsilon_{b2}$  и предельных относительных деформаций при осевом сжатии  $\epsilon_{b0}$  (при непродолжительном действии нагрузки) соответственно принимают  $\sigma_{b1} = 0,6R_b$ ,  $\epsilon_{b1} = \sigma_{b1}/E_b$ ,  $\epsilon_{b2} = 0,0035$ ,  $\epsilon_{b0} = 0,002$ . При продолжительном действии нагрузки относительные деформации  $\epsilon_{b1}$  и  $\epsilon_{b2}$  определяется по СП 63.13330.2012 (табл. 6.10) в зависимости от относительной влажности воздуха окружающей среды

При двухлинейной диаграмме (рис. 3, б) сжимающие напряжения бетона  $\sigma_b$  в зависимости от относительных деформаций  $\epsilon_b$  определяют по формулам:

- При  $0 \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{b1}$

$$\varepsilon_{b1} = \frac{R_b}{E_{b,red}}; \quad (1.8)$$

– При  $\varepsilon_{b1} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b0}$

$$\sigma_b = E_{b,red} \varepsilon_b \quad (1.9)$$

$$\sigma_b = R_b \quad (1.10)$$

Значения приведенного модуля деформации бетона  $E_{b,red}$  принимается:

$$E_{b,red} = \frac{R_b}{\varepsilon_{b1,red}} \quad (1.11)$$

соотносительных деформаций  $\varepsilon_{b1,red}$  при непродолжительном действии нагрузки составляют  $\varepsilon_{b1,red} = 0,0015$ , при продолжительном действии нагрузки определяется по СП 63.13330.2012 (табл. 6.10) .

Растягивающие напряжения бетона  $\sigma_{bt}$  в зависимости от относительных деформаций  $\varepsilon_{bt}$  определяются так же, как при сжатии, по трехлинейным и двухлинейным диаграммам (рис. 3, а, б). При этом:

– расчетные значения сопротивления бетона сжатию  $R_b$  заменяются на расчетные значения сопротивления бетона растяжению  $R_{bt}$ ;

– значения начального модуля упругости  $E_{bt}$  вычисляются по формуле (1.11);

– значения относительных деформаций  $\varepsilon_{bt0}$  и  $\varepsilon_{bt2}$  для тяжелого, мелкозернистого и напрягающего бетонов при непродолжительном действии нагрузки составляют  $\varepsilon_{bt0} = 0,00010$  и  $\varepsilon_{bt2} = 0,00015$ ; при продолжительном действии нагрузки относительные деформации  $\varepsilon_{bt0}$  и  $\varepsilon_{bt2}$  определяются по СП 63.13330.2012 (табл. 6.10) в зависимости от относительной влажности воздуха окружающей среды;

– для двухлинейной диаграммы при непродолжительном действии нагрузки принимается  $\varepsilon_{b1,red} = 0,00008$ , а при продолжительном – по табл. 6.10 СП 63.13330.2012;

– значения  $E_{bt,red}$  вычисляются по формуле (1.11), в нее подставляются  $R_{bt}$  и  $\varepsilon_{b1,red}$ .

## 1.5. Нормативные и расчетные характеристики бетона

Основными прочностными характеристиками бетона являются нормативные значения сопротивления бетона осевому сжатию  $R_{bn}$  (призменная прочность) и осевому растяжению  $R_{bt,n}$  (при назначении класса бетона по прочности на сжатие).

Нормативные характеристики определяются в зависимости от класса бетона по прочности на сжатие В по СП 63.13330.2012 (табл. 6.7), их значения были приняты с обеспеченностью Р не менее 0,95, которая показывает, что не менее чем в 95 случаях из 100 прочность материала будет выше средней прочности.

Однако на дальнейших стадиях изготовления конструкций – при транспортировании бетонной смеси, укладке бетона, вибрировании, твердении – многие факторы приводят к возможным отклонениям прочности бетона от нормативной, имеется также отклонение фактических размеров. Поэтому возможное отклонение прочности бетона в конструкциях учитывается специальным коэффициентом надежности  $\gamma_b$ , большим единицы, на который делится нормативное сопротивление бетона. Тогда сопротивление бетона, учитываемое в расчете (так называемое расчетное сопротивление бетона для предельных состояний первой группы), определяется по формулам

$$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_b}; \quad (1.12)$$

$$R_{bt} = \frac{R_{bt,n}}{\gamma_b} \quad (1.13)$$

Такой подход установления расчетных сопротивлений называется полувероятностным. Коэффициенты надежности бетона всех видов (кроме ячеистого), работающих на сжатие, принимаются  $\gamma_b = 1,3$ , на растяжение  $\gamma_{bt} = 1,5$ .

Обычно на производстве, а также при экспериментальных исследованиях железобетонных конструкций контролируется только кубиковая прочность бетона на сжатие  $R_m$ , а призменная прочность  $R_b$  и прочность бетона осевому растяжению определяются по зависимостям:

$$R_b = R_m(0,77 - 0,001R_m) \quad (1.14)$$

$$R_{bt} = 0,5^3 \sqrt{R_m^2} \quad (1.15)$$

Прочность бетона на растяжение, определяемая по формуле (1.14), имеет большую изменчивость (неточность формулы), чем прочность на сжатие, поэтому коэффициент надежности по прочности на растяжение  $\gamma_{bt}$  принят выше коэффициента  $\gamma_b$ . Расчетные сопротивления бетона для предельных состояний второй группы  $R_{bt,ser}$  и  $R_{b,ser}$  принимаются равными нормативным сопротивлениям соответственно  $R_{bn}$  и  $R_{bt,n}$ . В этом проявляется фактор запаса, вводимый в расчет с тем, чтобы обеспечить достаточную надежность конструкций.

### 1.6. Диаграммы состояния растянутой арматуры

Основными деформационными характеристиками арматуры являются значения: – относительных деформаций удлинения арматуры  $\varepsilon_{s0}$  при достижении напряжениями расчетного сопротивления  $R_s$ ; значения относительных деформаций арматуры  $\varepsilon_{s0}$  принимают равными:

- для арматуры с физическим пределом текучести

$$\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s} \quad (1.16)$$

- для арматуры с условным пределом текучести

$$\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E_s} + 0,002 \quad (1.17)$$

– модуля упругости арматуры  $E_s$ ; значения модуля упругости арматуры  $E_s$  принимают одинаковыми при растяжении и сжатии и равными:  $E_s = 1,95 \cdot 10^5$  МПа – для арматурных канатов,  $E_s = 2,0 \cdot 10^5$  МПа – для остальной арматуры

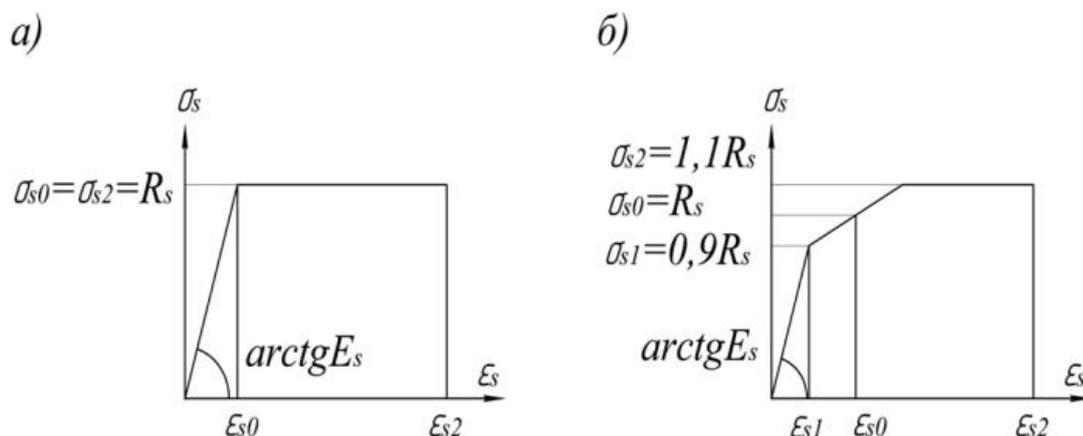


Рисунок 9– Диаграммы состояния растянутой арматуры: а – двухлинейная диаграмма для арматуры с физической площадкой текучести; б – трехлинейная диаграмма для арматуры без площадки текучести

Диаграммы состояния (деформирования) арматура используется при расчете железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели в качестве расчетных диаграмм состояния (деформирования) арматуры устанавливающих связь между напряжением  $\sigma_s$  и относительным деформациям  $\epsilon_s$ , принимают упрощенные диаграммы по типу диаграмм Прандтля. Для арматуры с физическим пределом текучести классов А240–А500 двухлинейную диаграмму (рис. 1.15 а), а для арматуры с условным пределом текучести классов А600–А1000, В<sub>р</sub>1200–В<sub>р</sub>1500, К1400, К1500 и К1600–трехлинейную (рис. 10, б) без учета упрочнения за площадкой текучести.

Диаграммы состояния арматуры при растяжении и сжатии принимают одинаковыми, с учетом нормируемых расчетных сопротивлений арматуры растяжению и сжатию.

Напряжения в арматуре  $\sigma_s$  согласно двухлинейной диаграмме состояния арматуры определяют в зависимости от относительных деформаций  $\epsilon_s$ , по формулам:

– При  $0 \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{s0}$

$$\sigma_s = \epsilon_s E_s \quad (1.18)$$

– При  $\epsilon_{s0} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{s2}$

$$\sigma_s = R_{bn} \quad (1.19)$$

Значения  $\varepsilon_{s0}$  определяются по формулам (1.16) и (1.17). Согласно СП 63.13330.2012 при расчете ответственных конструкций диаграмму для арматуры с условным пределом текучести (без физической площадки текучести) разрешается использовать до значения относительной деформации  $\varepsilon_{s2} = 0,015$ , а для арматуры с физической площадкой (пределом) текучести – до значения  $\varepsilon_{s2} = 0,025$ . После этого арматура исключается из расчета.

Основными прочностными характеристиками арматуры являются нормативные сопротивления растяжению  $R_{sn}$ , устанавливаемые с обеспеченностью 0,95. По ним определяются расчетные характеристики арматуры растяжению по второй группе предельных состояний ( $R_{s,ser}$ ) и первой группе предельных состояний ( $R_s$ ).

Для первой группы предельных состояний дополнительно вводятся расчетные характеристики сжатию  $R_{sc}$ , (исходя из возможности выпучивания сжатой арматуры в конструкциях) и расчетные сопротивления  $R_{sw}$ , поперечной арматуры (хомутов и отогнутых стержней). Эти характеристики представлены в таб.6.13, 6.14 и 6.1 СП 63.13330.2012.

Напряжения в арматуре  $\sigma_s$  согласно трехлинейной диаграмме состояния арматуры определяются в зависимости от относительных деформаций  $\varepsilon_s$  по формулам:

– При  $0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{s1}$

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s \quad (1.20)$$

– При  $\varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{s2}$

$$\sigma_s = \left[ \left(1 - \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{s0} - \varepsilon_{s1}}\right) \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{s0} - \varepsilon_{s1}} + \frac{\varepsilon_{s1}}{R_s} \right] R_s \leq 1,1 R_s \quad (1.21)$$

Значение  $\varepsilon_{s0}$  вычисляется по формуле (1.16),  $R_s$  принимается согласно требованиям норм.

Значения напряжений  $\sigma_{s1}$  принимаются равными  $0,9R_s$ , а напряжений  $\sigma_{s2}$  – равными  $1,1R_s$ .

Значения относительных деформаций  $\varepsilon_{s1}$  принимаются равными  $0,9R_s / E_s$ , а деформации  $\varepsilon_{s2}$  – равными 0,015.

					СКБ «ПуИМЗиС».1.ТТ.05000000	Лист
Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата		24

## 1.7. Стадии напряженно-деформированного состояния нормальных сечений железобетонных элементов

Стадии напряженно-деформированного состояния нормальных сечений железобетонных элементов

При нагружении железобетонного элемента изгибающим моментом нормальное сечение на этапах деформирования проходит несколько стадий.

Стадия I. Бетон в сжатой зоне, бетон и арматура в растянутой зоне деформируются в упругой области. Для крайних, наиболее напряженных волокон бетона и арматуры зависимость между деформациями и напряжениями линейная:  $\sigma_b = \varepsilon_b E_b$ ,  $\sigma_{bt} = \varepsilon_{bt} E_b$ ,  $\sigma_s = \varepsilon_s E_s$ .

Стадия Ia. Трещин нет. Деформации бетона упругопластические, деформации арматуры упругие. С увеличением нагрузки растягивающие напряжения в бетоне  $\sigma_{bt}$  приближаются к пределу прочности при растяжении  $R_{bt}$ , деформации увеличиваются, что связано с развитием микротрещин.

Стадия II. В растянутой зоне образовались видимые трещины ( $a_{сгс} = 0,05 - 0,1$  мм). На графиках «нагрузка – средние деформации» образуется перелом, наблюдается мгновенное увеличение кривизны в виде скачка вследствие резкого снижения жесткости конструкции, и с ростом нагрузки трещины развиваются по высоте сечения. На участке между трещинами, являющемся зоной активного сцепления, бетон и арматура относительно смещаются. Высота сжатой зоны уменьшается, сжимающие напряжения растут и при слабом армировании могут достигнуть предельных значений  $R_b$ , но деформации еще меньше предельных. Эпюры напряжений бетона – криволинейные, при этом на диаграмме « $\sigma_b - \varepsilon_b$ » может появиться ниспадающая ветвь

Стадия IIa. Напряженное состояние сечения соответствует состоянию II. Однако напряжение в растянутой арматуре в сечении с трещиной достигает предела текучести. Между образовавшимися трещинами могут появляться новые трещины (следующий уровень трещинообразования).

					СКБ «ПуИМЗиС». 1.ТТ.05000000	Лист
Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата		25

Стадия III. Трещинообразование продолжается. Между трещинами напряжения в арматуре меньше предела текучести, в сечении с трещиной напряжение в арматуре может быть больше предела текучести. Напряжения в сжатом бетоне могут достигнуть предела прочности при сжатии  $R_b$ , однако деформации меньше предельных значений.

Стадия IIIa. Напряженное состояние такое же, как в стадии III. Прогрессируют одна или две трещины, а новые не образуются. В сжатой зоне бетона образуются продольные трещины, которые расчленяют сжатую зону бетона на отдельные столбики, образующие область выкалывания. В результате сжатая зона в предельном состоянии не представляет монолитный бетон, а является областью с нарушенной сплошностью, ослабленной продольными трещинами отрыва как по высоте, так и по ширине сжатой зоны.

					<i>СКБ «ПуИМЗиС». 1.ТТ.05000000</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата		26

## 2. Исследование трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов

### 2.1. Основные положения расчета образования трещин по предельным усилиям согласно норм проектирования

Расчет железобетонных элементов по образованию нормальных трещин производят по предельным усилиям или по нелинейной деформационной модели. Расчет по образованию наклонных трещин производят по предельным усилиям.

Расчет по образованию трещин железобетонных элементов по предельным усилиям производят из условия, по которому усилие от внешних нагрузок и воздействий  $F$  в рассматриваемом сечении не должно превышать предельного усилия  $F_{\text{crc,ult}}$ , которое может быть воспринято железобетонным элементом при образовании трещин.

$$F \leq F_{\text{crc,ult}} \quad (2.1)$$

Для изгибаемых, растянутых и внецентренно сжатых железобетонных элементов  $F = M_{\Gamma}$  и  $F_{\text{crc,ult}} = M_{\text{crc}}$ , где  $M_{\Gamma}$  – момент внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно оси, параллельной нулевой линии и проходящей через ядровую точку, наиболее удаленную от растянутой зоны, трещинообразование которой проверяется,  $M_{\text{crc}}$  – момент, воспринимаемый сечением, нормальным к продольной оси элемента, при образовании трещин.

Усилие  $M_{\text{crc}}$  определяется исходя из следующих основных положений:

1. Сечения после деформации остаются плоскими, принимается гипотеза о линейном распределении деформаций по высоте сечения (гипотеза плоских сечений).

2. Наибольшее относительное удлинение крайнего растянутого волокна бетона равно  $2R_{\text{bt,ser}} / E_{\text{b}}$ . Предельные относительные деформации растянутого бетона, равные величине  $(8 \dots 12) \cdot 10^{-5}$ , с запасом оценивают растяжимость бетона в сечении перед образованием в нем трещин.

									Лист
									27
Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата	СКБ «ПуИМЗиС». 1.ТТ.05000000				

3. Для изгибаемых ненапряженных и растянутых элементов при растягивающей силе  $N$ , большей усилия предварительного обжатия  $P$ , напряжение в бетоне сжатой зоны определяется с учетом упругих деформаций бетона, так как момент образования трещин сравнительно небольшой и нелинейные деформации бетона сжатой зоны (если она есть) проявляются незначительно. Для предварительно напряженных изгибаемых и внецентренно сжатых элементов при напряжениях  $\sigma_b > 0,6R_b$  заметно проявляется нелинейная ползучесть, эпюра напряжений в сжатой зоне искривляется. При этом неупругие деформации учитываются уменьшением ядрового расстояния  $r$

4. Напряжения в бетоне растянутой зоны распределены равномерно и равны по величине  $R_{bt,ser}$ , т. е. эпюра напряжений в растянутой зоне прямоугольная:  $\sigma_b = R_{bt,ser}$ .

5. Напряжения в ненапрягаемой арматуре равны алгебраической сумме напряжений, отвечающих приращению деформаций окружающего бетона, и напряжений, вызванных усадкой и ползучестью бетона. Напряжение в такой арматуре, расположенной вблизи крайнего растянутого волокна (без учета начальных напряжений от усадки и ползучести бетона), равно  $(2R_{bt,ser} / E_b) E_s = 2\alpha R_{bt,ser} \approx 30$  МПа.

6. Напряжения в напрягаемой арматуре равны алгебраической сумме ее предварительного напряжения (с учетом всех потерь) и напряжения, отвечающего приращению деформаций окружающего бетона. Если такая арматура расположена вблизи крайнего растянутого волокна, то напряжение в ней равно  $2\alpha R_{bt,ser} + \sigma_p$ .

Основные выражения для системы разрешающих уравнений будут практически аналогичными модели нормального сечения.

На основе теоретико-экспериментальных исследований профессора Карпенко Н.И. [34] предложена следующая зависимость для кривизны:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{B} + \frac{\Delta\gamma}{\Delta l} \quad (2.2)$$

где  $B$  - изгибная жесткость сечения;

$\Delta\gamma$  - приращение угла сдвига на участке балки длиной  $\Delta l$ .  $\Delta\gamma = \gamma_k - \gamma_{k-1}$  разница углов сдвига для двух смежных сечений  $k$  и  $k - 1$

Кроме того, в отличие от предыдущей модели сечения в рассматриваемом случае необходимо вместо нормальных напряжений в бетоне оперировать главными растягивающими и главными сжимающими:

$$\frac{\sigma_{mt}}{m_c} = \frac{\sigma_b}{2} + -\frac{1}{2}\sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_b^2} \quad (2.3)$$

где  $\sigma_b$  – нормальные напряжения,  $\tau_b$  – касательные напряжения, определяемые в зависимости от угла сдвига из закона деформирования « $\tau_b - \gamma_b$ ». О получении и нормировании этой зависимости речь пойдет в следующей главе.

Сам же угол сдвига определяется по известной формуле Журавского, но с учетом поврежденной части сечения (за счет роста трещины по высоте сечения по мере нагружения) и нелинейных свойств материала:

$$\gamma_b = \frac{QS_b^{omc}}{G_b^{sec} b I_{bd}} \quad (2.4)$$

где  $S_b^{omc}$  - статический момент отсеченной части бетонного сечения;  $G_b^{sec}$  - секционный модуль сдвига;  $I_{bd}$  - момент инерции сечения балки за вычетом площади поврежденной части.

## 2.2. Методика определения момента трещинообразования по нелинейной деформационной модели с применением трехлинейной диаграммы бетона на растяжение

Рассмотрим сечение, симметричное относительно плоскости действия сил, железобетонного элемента с многорядным армированием ненапрягаемой арматурой (рис. 11, а). В соответствии с принятыми положениями при использовании трехлинейных диаграмм состояния бетона на растяжение эпюры деформаций и напряжений имеют вид, показанный на рис. 11, б, в. К эпюрам напряжений в растянутой зоне треугольной и прямоугольной форм с применением двухлинейной диаграммы (рис. 1, в) добавляется участок напряжений высотой  $h_4$  в форме трапеции и с результирующим усилием  $N_{b4}$ . Основным действием в

процессе определения момента трещинообразования, как в случае применения двухлинейных диаграмм, является проверка уравнения равновесия усилий.

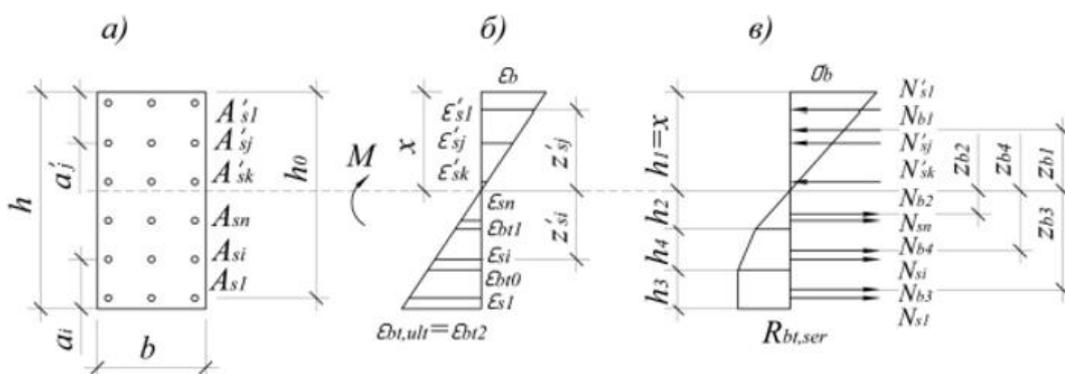


Рисунок 10 – К расчету момента трещинообразования нормального сечения железобетонного ненапряженного изгибаемого элемента с использованием трехлинейной диаграммы бетона на растяжение:

а - схема расчетного сечения с многорядным армированием;

б — эпюра деформаций; в — эпюра напряжений

Уравнение равновесия записывается в вид

$$N_{b2} + N_{b3} + N_{b4} + \sum_{i=1}^k \sigma_{si} A_{si} - N_{b1} - \sum_{j=1}^n \sigma_{sj} A_{sj}' = 0 \quad (2.5)$$

С учетом

$$h_1 = x = \frac{xh - \varepsilon_{bt2}}{x}; h_2 = \frac{\varepsilon_{bt1}}{x} h_3 = \frac{\varepsilon_{bt2} - \varepsilon_{bt0}}{x}; h_4 = \frac{\varepsilon_{bt0} - \varepsilon_{bt1}}{x} \quad (2.6)$$

Уравнение равновесия примет вид

$$\frac{R_{bt}b}{x} (\varepsilon_{bt2} - 0,5\varepsilon_{bt1} - 0,2\varepsilon_{bt0}) - \frac{(xh - \varepsilon_{bt2})^2}{2x} E_b b - \sum_{j=1}^n \varepsilon'_{sj} E_s A'_{sj} + \sum_{i=1}^k \varepsilon_{si} E_s A_{si} = 0 \quad (2.7)$$

где  $\varepsilon'_{sj} = xh - \varepsilon_{bt2} - xa'_j$ ;  $\varepsilon_{si} = \varepsilon_{bt2} - xa_i$ ;  $\varepsilon_b = xh - \varepsilon_{bt2}$

Расстояния усилий до нейтральной оси составляют:

- Для усилий в арматуре  $N_{si}$  и  $N'_{sj}$

$$z_{si} = \frac{\varepsilon_{bt2} - xa_i}{x}; z'_{sj} = \frac{xh - \varepsilon_{bt2} - a'_j x}{x} \quad (2.8)$$

- Для усилий в бетоне  $N_{b1}, N_{b2}, N_{b3}$  соответственно:

$$z_{b1} = \frac{2(xh - \varepsilon_{bt2})}{3x}; z_{b2} = \frac{2\varepsilon_{bt1}}{3x}; z_{b3} = \frac{\varepsilon_{bt2} - \varepsilon_{bt0}}{2x} \quad (2.9)$$

Эпюра напряжений на участке  $h_4$  представляется в виде прямоугольника и треугольника, тогда расстояния до нейтральной оси выделенных из трапеции элементов соответственно равны

$$z'_{b4} = \frac{\varepsilon_{bt0} + \varepsilon_{bt1}}{2x}; z''_{b4} = \frac{2\varepsilon_{bt0} + \varepsilon_{bt1}}{3x} \quad (2.10)$$

Момент трещинообразования  $M_{crc}$  вычисляется по формуле

$$M_{crc} = \frac{R_{bt}b}{6x^2}S + \frac{E_b b(xh - \varepsilon_{bt2})^3}{3x^2} + \sum_{i=1}^k C_i E_s A_{si} + \sum_{j=1}^n \varepsilon'_{sj} E_s A'_{sj} \quad (2.11)$$

$$S = 3\varepsilon_{bt2}^2 - 0,4\varepsilon_{bt0}^2 - 1,4\varepsilon_{bt1}^2 - 1,2c\varepsilon_{bt0}\varepsilon_{bt1}, C_i = \frac{(\varepsilon_{bt2} - x a_i)^2}{x}, C'_j = \frac{(xh - \varepsilon_{bt2} - a'_j x)^2}{x} \quad (2.12)$$

При определении момента трещинообразования  $M_{crc}$  в формуле (2.11) используются величины,  $x, \varepsilon'_{sj}, \varepsilon_{si}, z_{si}, z'_{sj}$ , полученные на последнем цикле итераций, после выполнения условия (2.11).

### 2.3. Расчет прочности с использованием двухлинейных диаграмм состояния бетона и арматуры

Расчет железобетонного сечения на заданное воздействие изгибающим моментом в плоскости симметрии с использованием нелинейной деформационной модели включает два этапа: отыскание положения нейтральной оси (нулевой линии); вычисление предельных усилий.

Положение нулевой линии определяется из условия равенства нулю суммы проекций всех внешних и внутренних сил на продольную ось элемента. Предельные величины напряжений и усилий в сечении железобетонного элемента определяются граничными значениями деформаций в диаграммах деформирования бетона и арматуры, которые устанавливаются нормативными документа-

ми. Расчеты железобетонных конструкций по прочности с учетом полной криволинейной диаграммы бетона с нисходящей ветвью реализованы в программных комплексах для ЭВМ и без особых затруднений используются при проектировании. В то же время при выполнении поверочных расчетов, когда нагрузки, характеристики материалов зависят от условий эксплуатации конструкций, при производстве экспериментальных исследований, когда характеристики материалов определяются на стандартных образцах, для железобетонных элементов регулярной формы сечений (прямоугольной, тавровой, двутавровой форм) расчеты на прочность с приемлемой точностью можно производить с использованием упрощенных диаграмм состояния материалов.

Уравнение равновесия усилий в сечении железобетонного элемента запишется в виде

$$N_{b1} + N_{b2} + \sum_{j=1}^k N'_{sj} - \sum_{i=1}^n N_{si} = 0 \quad (2.13)$$

Выразим значения усилий в бетоне и арматуре в уравнении через напряжения, тогда

$$R_b b h_1 + \frac{R_b b h_2}{2} + \sum_{j=1}^k \sigma'_{sj} A'_{sj} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} = 0 \quad (2.14)$$

из соотношения  $\frac{\varepsilon_{b2}}{x} = \frac{\varepsilon_{b2}}{h_0 - x}$  — определяется высота сжатой зоны

$$x = \frac{\varepsilon_{b2} h_0}{\varepsilon_{s2} + \varepsilon_{b2}} = \frac{\varepsilon_{b2}}{x} \quad (2.15)$$

где  $x$  кривизна элемента, величина которой определяется по формуле

$$x = \frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_{s2} + \varepsilon_{b2}}{h_0} \quad (2.16)$$

здесь  $\rho$  радиус кривизны,  $h_0$  рабочая высота элемента

Из соотношения  $\frac{\varepsilon_{b2}}{x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{(h_0 - x)}$  определяется высота второго участка  $h_2$

$$h_2 = \frac{\varepsilon_{b1} x}{\varepsilon_{b2}} = \frac{\varepsilon_{b1}}{x} \quad (2.17)$$

Значения деформаций  $\varepsilon'_{sj}$  и  $\varepsilon_{si}$  определяются из соотношений

где  $h'_{sj} = x - a'_j$  ( $a'_j$  расстояние от центра тяжести  $j$  й арматуры до крайнего волокна сжатой зоны бетона);

– Для арматуры в растянутой зоне

$$\frac{\varepsilon_{s2}}{h_0 - x} = \frac{\varepsilon_{si}}{h_{si}} \quad (2.18)$$

где  $h_{si} = h - a_i$  ( $a_i$  расстояние от центра тяжести  $i$  й арматуры до крайнего волокна растянутой зоны)

Получим

$$\varepsilon'_{sj} = \varepsilon_{b2} - x a'_j; \varepsilon_{si} = x h - \varepsilon_{b2} - a_i x \quad (2.19)$$

Выразим напряжения в стержнях арматуры в уравнении (2.14) через деформации с учетом механических свойств для арматуры с физической площадкой текучести:

– Если  $\varepsilon'_{sj} < \varepsilon_{s0}$  и  $\varepsilon_{si} < \varepsilon_{s0}$ , где  $\varepsilon'_{sj} = R_s/E_s$ , то напряжение вычисляется по линейной зависимости

$$\sigma'_{sj} = \varepsilon'_{sj} E_s; \sigma_{si} = \varepsilon_{si} E_s \quad (2.20)$$

– Если  $\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon'_{sj} \leq \varepsilon_{s2}$  и  $\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_{si} \leq \varepsilon_{s2}$  ( $\varepsilon_{s2} = 0,025$ ), то

$$\sigma'_{sj} = R_s \text{ и } \sigma_{si} = R_s \quad (2.21)$$

С учетом формул уравнение в окончательном виде запишется

$$\frac{R_b b}{2x} (2\varepsilon_{b2} - \varepsilon_{b1}) + \sum_{j=1}^k \sigma'_{sj} A'_{sj} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} = 0 \quad (2.22)$$

где напряжения в арматуре  $\sigma'_{sj}$  и  $\sigma_{si}$  вычисляются по формуле (3.8) или принимают значения согласно (3.9) в зависимости от величин деформаций, определяемых по формуле (3.7).

Условие прочности сечений железобетонных изгибаемых элементов записывается в виде  $M < M_{ult}$  где  $M$  – изгибающий момент от внешних нагрузок;  $M_{ult}$  – предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением элемента. Значения  $M_{ult}$  для элементов прямоугольного сечения определяются относительно фиксированной нулевой линии.

## 2.4. Методика экспериментального получения диаграмм деформирования бетона и арматуры при кратковременном и длительном нагружениях. Физический смысл ниспадающей ветви кривой деформирования

Учитывая всю сложность проблемы, при расчетах железобетонных конструкций в качестве базовых используют прочностные и деформационные характеристики бетона, получаемые в условиях осевого кратковременного сжатия и растяжения. Учет дополнительных факторов (других видов напряженно-деформированного состояния, длительности действия нагрузки и т.д.) выполняют путем трансформаций исходных зависимостей, полученных в условиях осевого кратковременного нагружения.

В соответствии с положениями норм по проектированию железобетонных конструкций диаграмму деформирования (состояния) бетона, устанавливающую связь между напряжениями и продольными относительными деформациями бетона при кратковременном действии однократно приложенной нагрузки вплоть до установленных ее предельных значений, отвечающих разрушению бетона при однородном напряженном состоянии, следует рассматривать в качестве обобщенной характеристики механических свойств бетона (рис. 12, 13).

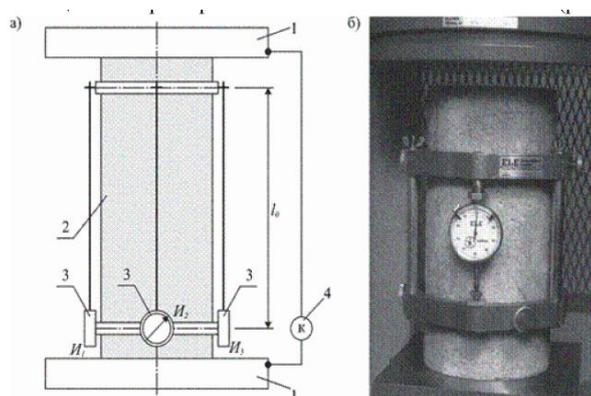


Рисунок 11 - 1 - пластины испытательной машины; 2 - опытный образец; 3 - индикаторы часового типа; 4 - контрольно-измерительное устройство, фиксирующее перемещения пластин испытательной машины

Методика получения полных диаграмм деформирования бетона

а) схема измерения деформаций; б) общий вид образца, оснащенного индикатором часового типа.

Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата

СКБ «ПуИМЗиС». 1.ТТ.05000000

Лист

34

Большую роль при проведении испытаний играет скорость нагружения образца (рис. 13). Скорость нагружения нормируется соответствующими стандартами.

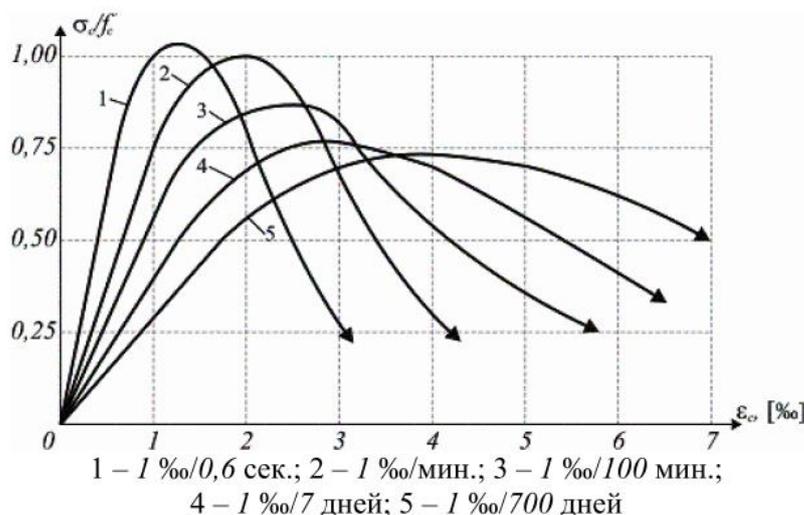


Рисунок 12 Влияние скорости нагружения образца на форму кривой и параметрических точек диаграммы деформирования бетона при сжатии

Экспериментальные исследования показывают, что форма кривой, представляющей зависимость «напряжения-деформации» существенно зависит от кратковременной прочности бетона (рис. 3.4). Как видно из графиков с возрастанием кратковременной прочности увеличивается упругая составляющая диаграммы. Вместе с тем, вслед за достижением пиковых напряжений в бетонах с высокой прочностью следует довольно крутая нисходящая ветвь, соответствующая хрупкому разрушению материала.

Для математического описания базовой диаграммы деформирования бетона при сжатии, принятой в нормах необходимо иметь обоснованные значения следующих нормируемых параметрических точек:

- напряжений  $R_b$  в пиковой точке диаграммы деформирования, соответствующих пределу кратковременной прочности бетона при осевом сжатии;
- относительной продольной деформации  $\varepsilon_{cl}$ , соответствующей напряжениям в пиковой точке диаграммы;

Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата
------	------	---------	---------	------

- относительной продольной деформации  $\varepsilon_{cu}$  принятой в качестве предельной деформации бетона при сжатии, соответствующую назначенному уровню напряжения;
- среднего модуля упругости бетона  $E_c$ .

					СКБ «ПуИМЗиС».1.ТТ.05000000	Лист
Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата		36

### **3. Определение момента образования трещин для изгибаемого железобетонного элемента диаграммным методом**

#### **3.1. Вычисление момента образования трещин при различном продольном армировании по требованиям норм**

Причиной появления нормальных трещин в железобетонных элементах от внешней поперечной нагрузки, как отмечалось выше, являются изгибающие моменты, при действии которых нормальные напряжения в бетоне растянутой зоны достигают максимальных значений. С ростом нагрузки напряжения в продольной растянутой арматуре и сжатом бетоне становятся равными предельным, и происходит разрушение элемента по нормальным сечениям.

Железобетонный элемент может разрушиться не только по нормальному сечению, но и по сечению, наклонному к продольной оси элемента, обычно расположенному вблизи опоры. Это связано с наличием вблизи опор как изгибающих моментов, так и поперечных сил. В этом случае бетон находится в условиях плоского напряженного состояния, причем, главные (наибольшие и наименьшие) напряжения будут возникать по наклонным площадкам. При этом, как только главные растягивающие напряжения превысят предельные характеристики бетона при растяжении, в элементе появятся наклонные трещины.

Наклонная трещина разделяет элемент на две части, связанные между собой продольной растянутой арматурой, поперечной арматурой, пересекающей трещину, и сжатым бетоном над вершиной наклонной трещины. Таким образом, в наклонном сечении действуют следующие внутренние усилия: усилия в сжатом бетоне (поперечное и продольное), продольная и поперечная составляющие сил в поперечной арматуре (хомутах и отгибах), усилие в продольной арматуре, силы зацепления, действующие по берегам наклонной трещины.

Рассчитаем железобетонную балку. В таблице № 1 представлены исходные данные.

					<b>СКБ «ПуИМЗиС». 1.ТТ.05000000</b>	Лист
Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата		37

Таблица 1 Исходные данные

Бетон, марка	B25
расчётное сопротивление при растяжении, МПа	$R_{bt} = 1,55$
$h$ , высота, см	60
$b$ , ширина, см	20
$h_0$ , см	56

Рассчитаем варианты с коэффициентом армирования равным

Таблица 2 Проценты армирования

№	$\mu$ , коэффициент армирования
1	0,1%
2	0,2%
3	0,3%
4	0,4%
5	0,5%
6	0,6%
7	0,7%
8	0,8%
9	0,9%
10	1%

1.

$$\mu = 0,1\% = 0,001$$

Рассчитаем площадь арматуры по формуле

$$A_s = \mu * b * (h - h_0) \quad (3.1)$$

$$A_s = 0,001 * 20 * 56 = 1,12 \text{ см}$$

По формуле (2) рассчитаем площадь приведенного сечения

$$A_{red} = h * b + \alpha * A_s \quad (3.2)$$

где  $\alpha$  коэффициент приведения арматуры к бетону, определяется по формуле  $\alpha = \frac{E_s}{E_b}, \alpha = 6,67$ .

Тогда  $A_{red}$  равняется

$$A_{red} = 20 * 60 + 6,67 * 1,12 = 1\,207,47 \text{ см}$$

По формуле () рассчитаем статический момент

$$S = 20 * 60 * 30 + 6,67 * 1,12 * 4 = 36030 \text{ см}$$

По формуле (3) рассчитаем центр

$$I_0 = \frac{S}{A_{red}} \quad (3.3)$$

$$I_0 = \frac{36030}{1\,207,47} = 29,85 \text{ см}$$

$$I_{red} = \frac{20 + 60^3}{12} + 20 * 60(30 - 29,8)^2 + 6,67 * 1,12(29,85 - 4)^2 = 365018,889$$

Момент сопротивления приведенного сечения для крайнего растянутого волокна равен

$$W_{red} = \frac{I_{red}}{I_0} \quad (3.4)$$

$$W_{red} = \frac{365018,889}{29,85} = 12228,44$$

По формуле (3.5) проверяем образование трещин в нижней зоне панели, растянутой в стадии эксплуатации.

$$M_{crc} = \gamma W_{red} R_{bt,ser} * 100 \quad (3.5)$$

где  $\gamma$  (1,30)– коэффициент, учитывающий развитие неупругих деформаций в бетоне растянутой зоны перед образованием трещин и принимаемый по приложению 8.

$$M_{crc} = 1,30 * 12228,44 * 1,55 * 100 = 2464,031 \text{ кНм}$$

2.

$$\mu = 0,2\% = 0,002$$

$$A_s = 0,002 * 20 * 56 = 2,24 \text{ см}$$

$$A_{red} = 20 * 60 + 6,67 * 2,24 = 1\,214,94 \text{ см}$$

$$S = 20 * 60 * 30 + 6,67 * 2,24 * 4 = 36059 \text{ см}$$

$$I_0 = \frac{36059}{1\,214,94} = 29,68 \text{ см}$$

$$I_{red} = \frac{20 + 60^3}{12} + 20 * 60(30 - 29,65)^2 + 6,67 * 2,24(29,65 - 4)^2 = 369975,889$$

$$W_{red} = \frac{369975,889}{29,65} = 12465,38$$

$$M_{crc} = 1,30 * 12465,38 * 1,55 * 100 = 2511,774 \text{ кНм}$$

3.

$$\mu = 0,3\% = 0,003$$

$$A_s = 0,003 * 20 * 56 = 3,36 \text{ см}$$

$$A_{red} = 20 * 60 + 6,67 * 3,36 = 1\,222,41 \text{ см}$$

$$S = 20 * 60 * 30 + 6,67 * 3,36 * 4 = 36089 \text{ см}$$

$$I_0 = \frac{36089}{1\,222,41} = 29,52 \text{ см}$$

$$I_{red} = \frac{20 + 60^3}{12} + 20 * 60(30 - 29,52)^2 + 6,67 * 3,36(29,52 - 4)^2 = 374872,2$$

$$W_{red} = \frac{374872,2}{29,52} = 12697,49$$

$$M_{crc} = 1,30 * 12697,49 * 1,55 * 100 = 2558,544 \text{ кНм}$$

4.

$$\mu = 0,4\% = 0,004$$

$$A_s = 0,004 * 20 * 56 = 4,48 \text{ см}$$

$$A_{red} = 20 * 60 + 6,67 * 4,48 = 1\,229,88 \text{ см}$$

$$S = 20 * 60 * 30 + 6,67 * 4,48 * 4 = 36119 \text{ см}$$

$$I_0 = \frac{36119}{1\,229,88} = 29,37 \text{ см}$$

$$I_{red} = \frac{20 + 60^3}{12} + 20 * 60(30 - 29,37)^2 + 6,67 * 4,48(29,37 - 4)^2 = 379709,2$$

$$W_{red} = \frac{379709,2}{29,37} = 12929,22$$

$$M_{crc} = 1,30 * 12929,22 * 1,55 * 100 = 2605,237 \text{ кНм}$$

5.

$$\mu = 0,5\% = 0,005$$

$$A_s = 0,005 * 20 * 56 = 5,56 \text{ см}$$

$$A_{red} = 20 * 60 + 6,67 * 5,56 = 1\,237,35 \text{ см}$$

$$S = 20 * 60 * 30 + 6,67 * 5,56 * 4 = 36149 \text{ см}$$

$$I_0 = \frac{36149}{1\,237,35} = 29,21 \text{ см}$$

$$I_{red} = \frac{20 + 60^3}{12} + 20 * 60(30 - 29,21)^2 + 6,67 * 5,56(29,21 - 4)^2 = 384487,7$$

$$W_{red} = \frac{384487,7}{29,21} = 13160,56$$

$$M_{crc} = 1,30 * 13160,56 * 1,55 * 100 = 2651,85 \text{ кНм}$$

6.

$$\mu = 0,6\% = 0,006$$

$$A_s = 0,006 * 20 * 56 = 6,72 \text{ см}$$

$$A_{red} = 20 * 60 + 6,67 * 6,72 = 1\ 244,82 \text{ см}$$

$$S = 20 * 60 * 30 + 6,67 * 6,72 * 4 = 36179 \text{ см}$$

$$I_0 = \frac{36179}{1\ 244,82} = 29,06 \text{ см}$$

$$I_{red} = \frac{20 + 60^3}{12} + 20 * 60(30 - 29,06)^2 + 6,67 * 6,72(29,06 - 4)^2 = 389208,9$$

$$W_{red} = \frac{Y}{Y_0} = \frac{389208,9}{29,06} = 13391,52$$

$$M_{crc} = 1,30 * 13391,52 * 1,55 * 100 = 2698,391 \text{ кНм}$$

7.

$$\mu = 0,7\% = 0,007$$

$$A_s = 0,007 * 20 * 56 = 7,84 \text{ см}$$

$$A_{red} = 20 * 60 + 6,67 * 7,84 = 1\ 252,29 \text{ см}$$

$$S = 20 * 60 * 30 + 6,67 * 7,84 * 4 = 36209 \text{ см}$$

$$I_0 = \frac{36209}{1\ 252,29} = 28,91 \text{ см}$$

$$I_{red} = \frac{20 + 60^3}{12} + 20 * 60(30 - 28,91)^2 + 6,67 * 7,84(28,91 - 4)^2 = 393873,8$$

$$W_{red} = \frac{393873,8}{28,91} = 13622,11$$

$$M_{crc} = 1,30 * 13622,11 * 1,55 * 100 = 2744,855 \text{ кНм}$$

8.

$$\mu = 0,8\% = 0,008$$

$$A_s = 0,008 * 20 * 56 = 8,96 \text{ см}$$

$$A_{red} = 20 * 60 + 6,67 * 8,96 = 1\,259,76 \text{ см}$$

$$S = 20 * 60 * 30 + 6,67 * 8,96 * 4 = 36239 \text{ см}$$

$$I_0 = \frac{36239}{1\,259,76} = 28,77 \text{ см}$$

$$I_{red} = \frac{20 + 60^3}{12} + 20 * 60(30 - 28,77)^2 + 6,67 * 8,96(28,77 - 4)^2 = 398483,3$$

$$W_{red} = \frac{398483,3}{28,77} = 13852,31$$

$$M_{crc} = 1,30 * 13852,31 * 1,55 * 100 = 2791,240 \text{ кНм}$$

9.

$$\mu = 0,9\% = 0,009$$

$$A_s = 0,009 * 20 * 56 = 10,08 \text{ см}$$

$$A_{red} = 20 * 60 + 6,67 * 10,08 = 1\,267,23 \text{ см}$$

$$S = 20 * 60 * 30 + 6,67 * 10,08 * 4 = 36269 \text{ см}$$

$$I_0 = \frac{36269}{1\,267,23} = 28,62 \text{ см}$$

$$I_{red} = \frac{20 + 60^3}{12} + 20 * 60(30 - 28,62)^2 + 6,67 * 10,08(28,62 - 4)^2 = 403038,35$$

$$W_{red} = \frac{403038,3}{28,62} = 14082,15$$

$$M_{crc} = 1,30 * 14082,15 * 1,55 * 100 = 2837,553 \text{ кНм}$$

10.

$$\mu = 1\% = 0,01$$

$$A_s = 0,01 * 20 * 56 = 11,2 \text{ см}$$

$$A_{red} = 20 * 60 + 6,67 * 11,2 = 1274,704 \text{ см}$$

$$S = 20 * 60 * 30 + 6,67 * 11,2 * 4 = 36298,81 \text{ см}$$

$$I_0 = \frac{36298,81}{1274,704} = 28,47 \text{ см}$$

$$I_{red} = \frac{20 + 60^3}{12} + 20 * 60(30 - 28,47)^2 + 6,67 * 11,2(28,47 - 4)^2 = 407540,35$$

$$W_{red} = \frac{407540,35}{28,47} = 14311,57$$

$$M_{crc} = 1,30 * 14311,57 * 1,55 * 100 = 2888,781 \text{ кНм.}$$

### 3.2. Метод расчета напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов при изгибе по реальным диаграммам бетона и арматуры

Для определения напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций при изгибе необходим расчет изгибающих моментов и кривизны. Такой расчет позволяет производить программа «GID». В качестве нагрузки на каждом этапе принимается деформация на крайнем сжатом волокне бетона. Проектирование железобетонной конструкции в программном комплексе «GID» начинается с построения диаграммы сжатого бетона. Данная диаграмма описывается в виде составной функции, включающей три участка:

- Криволинейный участок 1 при изменении деформации от нуля до  $\epsilon_l$ ;
- Прямолинейный участок 2 при деформации от  $\epsilon_l$  до  $\epsilon_{0,25}$ ;
- Прямолинейный участок 3 при деформации от  $\epsilon_{0,25}$  до  $\epsilon_0$ .

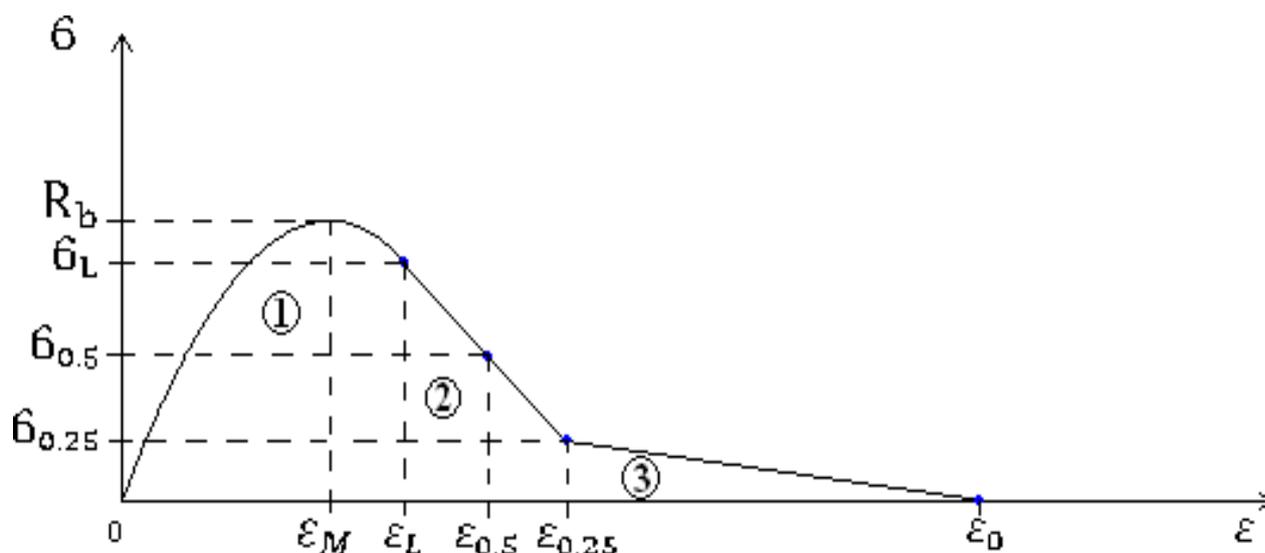


Рисунок 13 – Полная диаграмма деформирования сжатого бетона

Для описания восходящего участка и начального этапа стадии разрушения

( $0 < \varepsilon_b \leq \varepsilon_l$ ) используется зависимость, приведенная в работе В. А. Дзюбы [17]:

$$\sigma_b = R_b \frac{D \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_M}}{\left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_M}\right)^2 + (D - 2) \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_M}} + 1 \quad (3.5)$$

где  $\sigma_b$  – текущее напряжение, МПа;

$R_b$  – призмочная прочность бетона, МПа;

$D$  – константа;

$\varepsilon_b$  – текущая деформация;

$\varepsilon_M$  – деформация, соответствующая призмочной прочности бетона.

Нисходящая ветвь диаграммы сжатия бетона описывается двумя прямыми линиями:

Нисходящая ветвь диаграммы сжатия бетона описывается двумя прямыми линиями:

– в интервале  $\varepsilon_L < \varepsilon_b \leq \varepsilon_{0,25}$  напряжение  $\sigma_b$  вычисляется по формуле:

$$\sigma_b = M - N * \varepsilon_b \quad (3.6)$$

– в интервале  $\varepsilon_{0,25} < \varepsilon_b \leq \varepsilon_0$  напряжение  $\sigma_b$  вычисляется по формуле:

$$\sigma_b = M_{0,25} - N_{0,25} * \varepsilon_b \quad (3.7)$$

Диаграмма деформирования бетона растянутой зоны описывается уравнениями (3.1 – 3.3) с заменой в формулах величины  $R_b$  на  $R_{bt} = 0,1R_b$ :

$$\sigma_{bt} = R_{bt} \frac{D \frac{\varepsilon_{bt}}{\varepsilon_{Mt}}}{\left(\frac{\varepsilon_{bt}}{\varepsilon_{Mt}}\right)^2 + (D - 2) \frac{\varepsilon_{bt}}{\varepsilon_{Mt}}} + 1 \quad (3.8)$$

Нисходящая ветвь диаграммы сжатия бетона описывается двумя прямыми линиями:

– в интервале  $\varepsilon_L < \varepsilon_b \leq \varepsilon_{0,25}$  напряжение  $\sigma_b$  вычисляется по формуле:

$$\sigma_{bt} = M_t - N_t * \varepsilon_{bt} \quad (3.9)$$

– в интервале  $\varepsilon_{0,25} < \varepsilon_b \leq \varepsilon_0$  напряжение  $\sigma_b$  вычисляется по формуле:

$$\sigma_b = M_{0,25t} - N_{0,25t} * \varepsilon_{bt} \quad (3.10)$$

Диаграмма деформирования арматуры представляется в виде кусочно-линейной функции. Деформация растянутой арматуры вычисляется по формуле:

$$\varepsilon_{sk} = \varepsilon_{bfk} \frac{h - x_k - a}{x_k} \quad (3.11)$$

где  $x_k$  – высота сжатой зоны бетона на  $k$ -ом этапе нагружения.

Для оценки условия равновесия на каждом участке нагружения  $k$  проверяется выполнение условия:

$$N_{bk} = N_{ck} + N_{bfk} \quad (3.12)$$

При этом выражение для  $N_b$  имеет вид:

$$N_b = \frac{b * x}{\varepsilon_{b,f}} * \int_0^{\varepsilon_{b,f}} \sigma_b(\varepsilon_b) d\varepsilon_b \quad (3.13)$$

где  $b$  – ширина элемента;

$x$  – высота сжатой зоны бетона;

$\varepsilon_{b,f}$  – деформация крайнего сжатого волокна бетона.

Равнодействующая растянутого бетона:

$$N_b = \frac{b * x}{\varepsilon_{bt,f}} * \int_0^{\varepsilon_{bt,f}} \sigma_{bt}(\varepsilon_{bt}) d\varepsilon_{bt} \quad (3.14)$$

Усилие в арматуре определяется по формуле

$$N_s = \sigma_{sf} * A_s \quad (3.15)$$

где  $A_s$  – площадь сечения арматуры, заданная пользователем.

Для вычисления внутреннего изгибающего момента используется выражение:

$$M_{intk} = M_{bk} + M_{sk} + M_{btk} \quad (3.16)$$

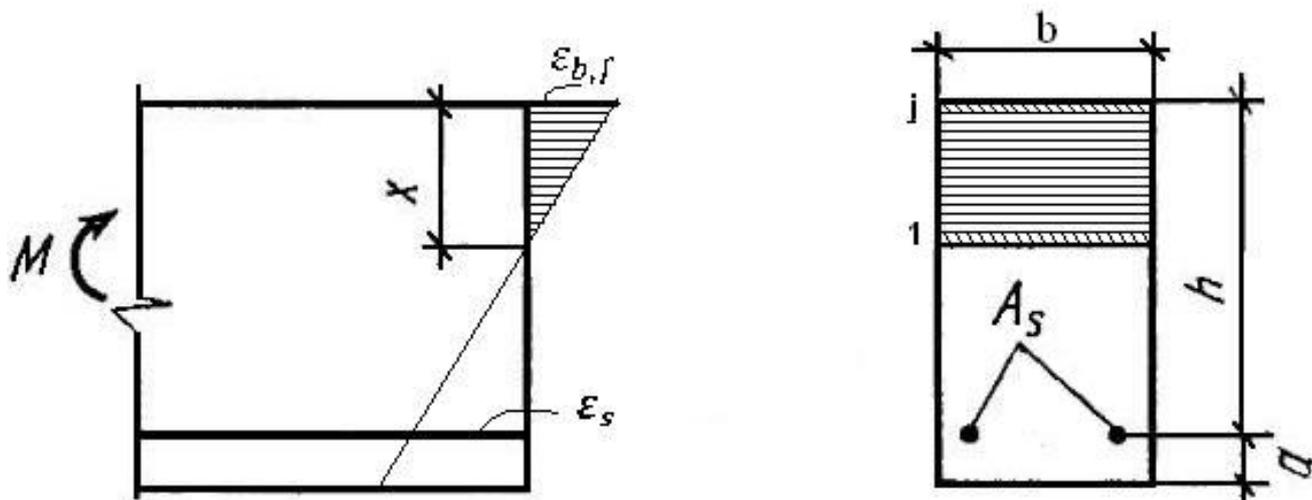


Рисунок 14 – Деформация железобетонного элемента при изгибе

Момент сжатого бетона на  $k$ -ом этапе проектирования определяется следующим образом:

$$M_{bk} = N_{bk} * \left( \frac{h}{2} - x_k \right) + \frac{b * x_k^2}{\varepsilon_{bt,f}^2} * \int_0^{\varepsilon_{bt,f}} \sigma_b(\varepsilon_b) \varepsilon_b d\varepsilon_b \quad (3.17)$$

Момент в растянутой арматуре на  $k$ -ом этапе проектирования вычисляется по формуле:

$$M_{sk} = N_{sk} * \left( \frac{h}{2} - a \right) \quad (3.18)$$

Для определения момента растянутого бетона на  $k$ -ом этапе расчета используется следующее выражение

$$M_{btk} = \frac{b * x_k^2}{\varepsilon_{bt,fk}^2} * \int_0^{\varepsilon_{bt,f}} \sigma_{bt}(\varepsilon_{bt}) \varepsilon_{bt} d\varepsilon_{bt} - N_{btk} * \left( \frac{h}{2} - x_k \right) \quad (3.19)$$

Кривизна находится по формуле

$$K_k = \frac{\varepsilon_{b,fk} + \varepsilon_{sk}}{h_0} \quad (3.20)$$

### 3.3. Расчет изгибаемого элемента диграмным методом на основе программы ГИД

За основу взята теоретическая разработка программы «GID». На её основе был произведён машинный эксперимент. В данном эксперименте исследовались железобетонные балки сечением:

- 0,6 \* 0,2 м; класс бетона – В25.

Были проведены две группы машинных экспериментов. В первой группе армирование осуществлялось арматурой класса А500С, а во второй класса А500С с муфтовым соединением. Используемые в расчетах диаграммы арматуры приведены ниже.

Исходные данные для ввода в программу «GID»:

- призмная прочность бетона –  $R_{b,n} = 18,5$  МПа;
- начальный модуль упругости бетона для арматурного стержня класса А500С –  $E_b = 27,5 * 10^3$  МПа;
- начальный модуль упругости бетона для арматурного стержня класса А500С с муфтовым соединением –  $E_b = 30 * 10^3$  МПа;
- высота защитного слоя –  $a = 0,04$  м.

В каждой группе машинных экспериментов варьировалась высота сжатой зоны  $\xi$ , так как значение относительной высоты сжатой зоны определяет способность изгибаемого элемента к пластическому или хрупкому деформированию.

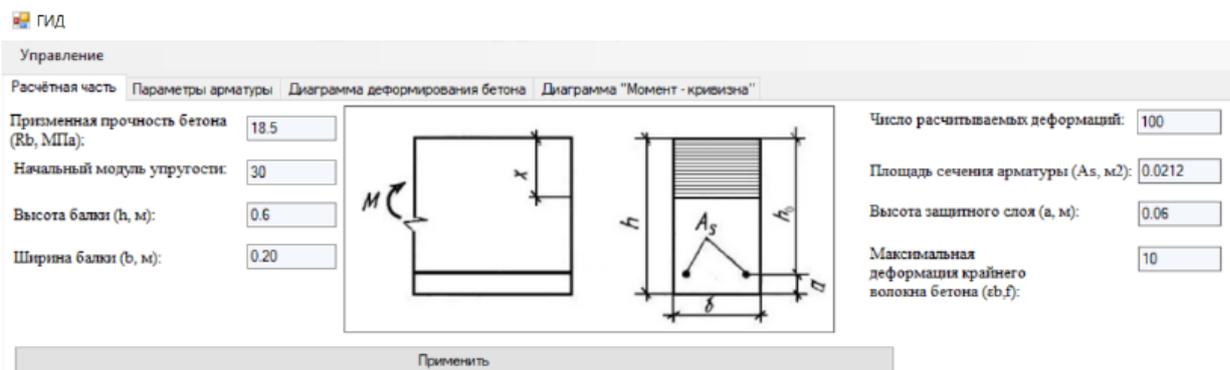


Рисунок 15 – Ввод данных в программе GID

Таблица 3

№	$\mu$ , коэффициент армирования	$M_{crс}$ , кНм Ручной счет
1	0,1%	2 464,031
2	0,2%	2 511,774
3	0,3%	2 558,544
4	0,4%	2 605,237
5	0,5%	2 651,85
6	0,6%	2 698,391
7	0,7%	2 744,855
8	0,8%	2 791,240
9	0,1%	2 837,553
10	1%	2 888,781

#### 3.4. Методика расчета трещиностойкости железобетонного элемента на основе билинейной диаграммы бетона

Расчет железобетонных элементов на основе реальных диаграмм является эффективным инженерным методом. Применяя упрощенные диаграммы деформирования материалов можно получать решения по НДС сечений в явном виде без необходимости выполнять итерационный процесс.

Нормы проектирования железобетонных конструкций рекомендуют выполнять расчет элементов по деформационной модели на основе полных диаграмм деформирования материалов с использованием гипотезы плоских сечений [5]. В этом случае представим железобетонную конструкцию как набор дискретных волокон, параллельных продольной оси балки. При действии поперечной нагрузки происходит поворот сечения относительно нейтральной оси (рис.17). Используя гипотезу плоских сечений, можно записать

$$\frac{x_i}{\varepsilon_i} = \frac{x}{\varepsilon_{bf}} \text{ и } dx = \frac{x}{\varepsilon_{bf}} d\varepsilon \quad (3.21)$$

Очевидно, что элементарное усилие в сжатом дискретном волокне размером  $bdx$  и суммарное усилие в сжатом бетоне в соответствии с (3.21) будут равны

$$dN_b = \sigma_b(\varepsilon_b) b dx \text{ и } N_b = \int_0^x b \sigma_b(\varepsilon_b) dx = \frac{bx}{\varepsilon_{bf}} \int_0^{\varepsilon_{bf}} \sigma_b(\varepsilon_b) d\varepsilon_b \quad (3.22)$$

Нормы проектирования допускают применение билинейной диаграммы для сжатого бетона. Такая зависимость представляет собой диаграмму Прандтля, состоящую из участка пропорциональности и площадки текучести. Тангенс наклона линейного участка характеризует модуль упругости бетона  $E_b$  а напряжение на площадке текучести является призменной прочностью  $R_b$  (рис.18). Аналогичную зависимость будем использовать для описания растянутой арматуры. Для равнодействующей бетона при площади сжатой зоны  $b \cdot x$  получается удобное выражение:

$$N_b = bx \frac{\sigma_f}{2} = bx \frac{E_b \varepsilon_{bf}}{2} = b \frac{\varepsilon_{bf}}{x} \frac{E_b \varepsilon_{bf}}{2} = \frac{0,5 E_b \varepsilon_{bf}^2}{x} \quad (3.23)$$

Здесь  $\sigma_b = \frac{\varepsilon_{bf}}{x} x = \frac{\varepsilon_{bf}}{\sigma_b}$

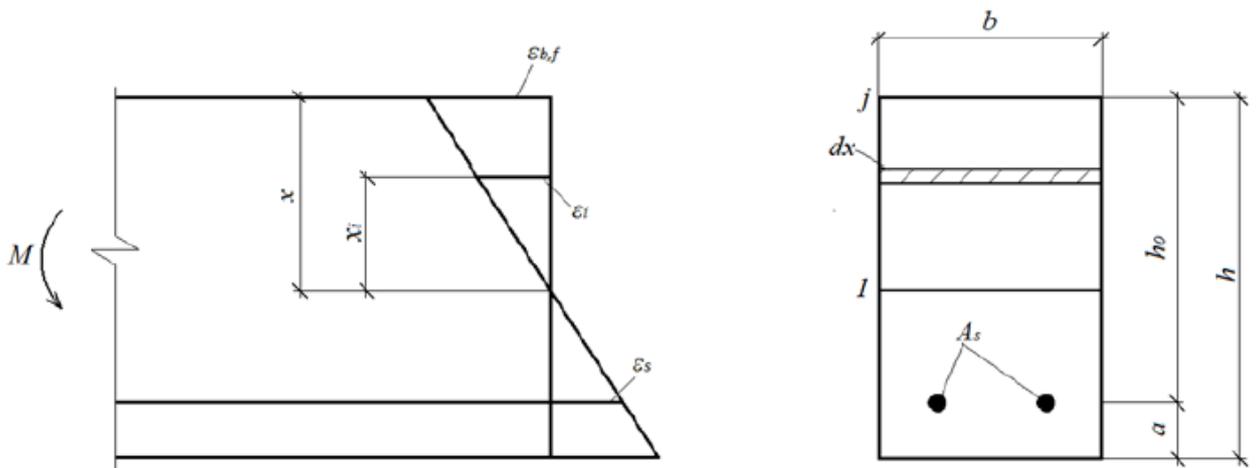


Рисунок 16 – Деформации сечения при изгибе

Изм.	Лист	№ докум	Подпись	Дата

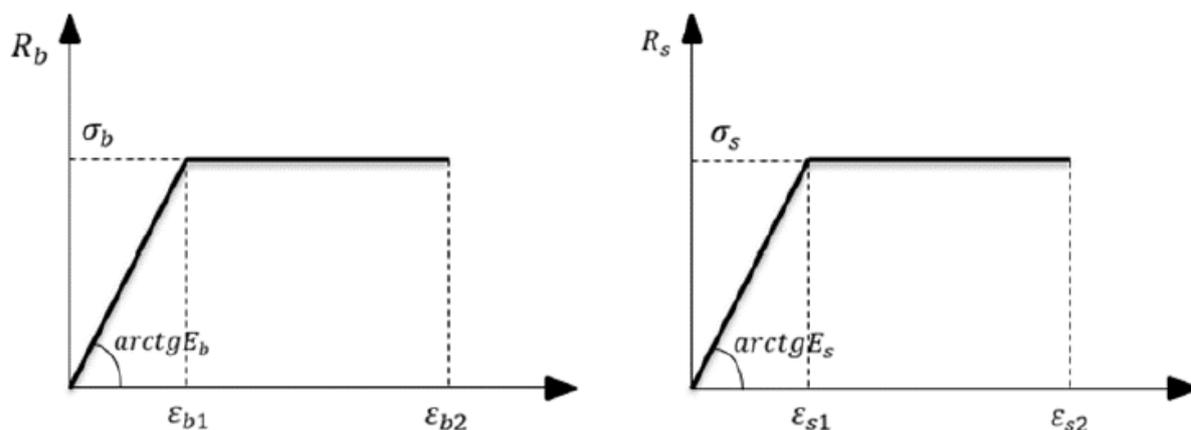


Рисунок 17 – Диаграммы деформирования материалов

а) диаграмма сжатого бетона; б) диаграмма состояния растянутой арматуры.

Для стадии, когда растянутая арматура работает линейно, аналогично можно записать выражение и для усилия в растянутой арматуре через кривизну  $\varepsilon$ :

$$\begin{aligned} N_s &= \sigma_s A_s = E_s \varepsilon_s A_s = E_s [\sigma_b (h_0 - x)] A_s \\ &= E_s A_s (\sigma_b h_0 - x \sigma_b) E_s A_s (\sigma_b h_0 - x \varepsilon_{bf}) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Таким образом, усилие в растянутой арматуре

$$N_s = E_s A_s (\sigma_b h_0 - \varepsilon_{bf}) \quad (3.25)$$

Запишем уравнение равновесия с учетом выражений (3.24) и (3.25)  $N_b = N_s$

$$\frac{0,5bE_b\varepsilon_{bf}^2}{\sigma_b} - E_s A_s (\sigma_b h_0 - \varepsilon_{bf}) = 0. \quad (3.26)$$

Преобразуем данное выражение

$$0,5bE_b \frac{\varepsilon_{bf}}{\sigma_b} - E_s A_s \sigma_b h_0 + E_s A_s \varepsilon_{bf} = 0 \quad (3.27)$$

или

$$-E_s A_s \varepsilon^2 h_0 + E_s A_s \varepsilon_{bf} \sigma_b + 0,5bE_b \varepsilon_{bf}^2 = 0 \quad (3.28)$$

В результате получим квадратное уравнение относительно кривизны

$$\sigma_b^2 - \frac{\varepsilon_{bf}}{h_0} \varepsilon - \frac{0,5bE_b \varepsilon_{bf}^2}{E_s A_s h_0} = 0 \quad (3.29)$$

Решение уравнения имеет вид

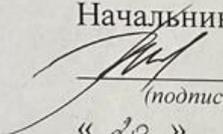
$$\sigma_b = \frac{\varepsilon_{bf}}{h_0} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{bf}}{h_0}\right)^2 + \frac{0,5bE_b \varepsilon_{bf}^2}{E_s A_s h_0}} \quad (3.30)$$

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

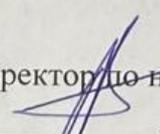
СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

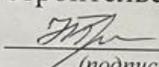
Начальник отдела ОНиПКРС

  
(подпись) Е.М. Димитриади  
« 20 » 05 20 24 г.

Проректор по научной работе

  
(подпись) А.В. Космынин  
« 20 » 05 20 24 г.

Декан факультета кадастра и  
строительства

  
(подпись) Н.В. Гринкруг

АКТ

о приемке в эксплуатацию проекта  
«Исследование трещинообразования железобетонных конструкций  
диаграммным методом»

г. Комсомольск-на-Амуре

« 20 » 05 20 24 г.

Комиссия в составе представителей:

со стороны заказчика

- Е.В. Журавлева – руководитель СКБ «ПиИМВиС»,
- Н.В. Гринкруг – декана ФКС

со стороны исполнителя

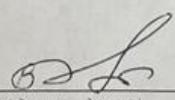
- В.А. Дзюба – руководителя проекта,
- Ю.Д. Пушкарева – группа 2ПСм-1,

составила акт о нижеследующем:

«Исполнитель» передает проект «Исследование трещинообразования  
железобетонных конструкций диаграммным методом», в составе:

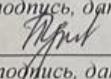
1. Поснительная записка

Руководитель проекта

  
(подпись, дата)

В.А. Дзюба

Исполнители проекта

  
(подпись, дата)

Ю.Д. Пушкарева