Работа выполнена в ФГБОУ ВО
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

Научный руководитель: Григорьев Ян Юрьевич
кандидат физико-математических наук,
доцент, проректор по учебной работе.

Рецензент: Анисимов Антон Николаевич,
кандидат физико-математических наук,
кафедра информационной безопасности, информационных систем и физики, доцент,
ФГБОУ ВО «Амурский гуманитарно-педагогический государственный университет».

Защита состоится 18 июня 2024 г. в 9.00 часов на заседании государственной экзаменационной комиссии по направлению подготовки 01.04.02 – «Прикладная математика и информатика» в ФГБОУ ВО «КнАГУ» по адресу: 681000, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27, ауд. 203/5.

Автореферат разослан 15 июня 2024 г.

Секретарь ГЭК З.В. Широкова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Актуальность темы.

Экономические модели позволяют выявить особенности функционирования экономического объекта и на основе этого предсказывать будущее поведение объекта при изменении каких-либо параметров. Предсказание будущих изменений, например, повышение обменного курса, ухудшение экономической конъюнктуры, падение прибыли может опираться только на интуицию. Однако при этом могут быть упущены, неправильно определены или неверно оценены важные взаимосвязи экономических показателей, влияющие на рассматриваемую ситуацию. В модели все взаимосвязи переменных могут быть оценены количественно, что позволяет получить более качественный и надежный прогноз.

Цель магистерской диссертации создание специального программного обеспечения, направленного на получение значения равновесных цен для различных функций спроса и предложения.

Основные задачи магистерской диссертации

Изучить теоретический материал по функции спроса и предложения, провести обзор изученного материала;

Изучить методы определения равновесной цены с помощью различных экономических моделей;

Проанализировать проблемы, возникающие при нахождении равновесной цены;

Разработать математическую модель, позволяющую определить равновесную цену фирмы;

Разработать программное обеспечение для практического применения.

Объектом исследования является равновесная цена предприятия.

Предметом исследования является разработка программного модуля, для получения оптимальной равновесной цены.

Научная новизна магистерской диссертации: разработка математической модели и программного обеспечения, в котором представлены несколько видов функций необходимых для анализа деятельность фирмы, которые дают возможность оценить и выбрать наиболее адекватную стратегию поведения предпринимателя.

Достоверность и обоснованность результатов исследования. Основана на математических методах и моделях в экономике.

Практическая ценность магистерской диссертации определяется непосредственно в том, что разработанный в ходе работы программный комплекс поможет повысить качество их результата, а, следовательно, снизить риски, вызванные вероятностью потери, прибыли на предприятии.

Апробация результатов. Результаты работы докладывались на:

«Молодежь и наука: актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований». Материалы III Всероссийской национальной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. 2024.

Публикации. По результатам выполненных в диссертации исследований автором опубликована работа в:

Григорьев Я.Ю. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ СТОИМОСТИ В МОДЕЛЯХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ И ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ / Григорьев Я.Ю., Евстигнеева М.Ф. // В сборнике: «Молодежь и наука: актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований». Материалы III Всероссийской национальной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Редколлегия: А.В. Космынин (отв. ред.) [и др.]. Комсомольск-на-Амуре, 2024. С. 348-351.

Структура и объем. Магистерская диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Объем работы – 78 страниц, в том числе 48 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение раскрывает актуальность темы, определяются цели и задачи исследования, объект, предмет, указываются научная новизна, практическая значимость, достоверность и обоснованность результатов исследования.

В первой главе приводится обзор литературы, описание функций спроса, имеющих общий вид:

$$Q^D = Q^D(p)$$

производственных функций (производство есть процесс преобразования одних благ в другие: факторов производства в готовую продукцию. Зависимость между количеством используемых факторов производства и максимально возможным при этом выпуском продукции называется производственной функцией. Все факторы производства можно представить в виде трёх агрегатов: труд, капитал и уровень технико-организационных знаний.) и функций предложения, вида:

$$Q^S = Q^S(p).$$

Дается понятие затрат производства, прибыли и условие её максимизации.

В данной главе подчеркивается, что темп роста выпуска отстаёт от темпа увеличения используемого труда при данных объёмах капитала (цифры в графах растут медленней, чем цифры, иллюстрирующие рост труда) и от темпа увеличения используемого капитала при данных объёмах труда (цифры в строках растут медленней цифр, представляющих рост капитала). Эту особенность производственной функции длинного периода необходимо учитывать при выборе алгебраической формы её представления.

Типичной формой производственной функции длинного периода является степенная функция вида:

$$Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

где А, α и β – положительные постоянные числа, характеризующие технологию производства.

Производственная функция, у которой $\alpha + \beta = 1$, называется производственной функцией Кобба-Дугласа:

$$Q = L^{\alpha} K^{\alpha - 1}$$

Рассматривается функция затрат, которая выражает зависимость между объемом произведенной продукции и минимально необходимыми затратами ее производства и имеет вид:

$$C=C(Q).$$

Для количественной характеристики зависимости общих затрат от объема выпускаемой продукции используется коэффициент эластичности затрат от выпуска, который имеет вид:

$$E_{C,Q} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}\frac{Q}{TC}$$

Во второй главе рассматривается вывод различных функций предложения.

Рассмотренная выше производственная функция Кобба-Дугласа имеет очень широкое применение на практике. Из данной функции предлагается вывести функцию предложения, т.к. она может быть очень полезна для анализа рыночной ситуации.

Далее приводится условие максимизации прибыли:

$$P = \frac{r_L}{a}(\frac{Q}{K})^{(1-a)/a}$$

Функция предложения от цены выглядит следующим образом:

$$Q = (\frac{P_a}{r_L})^{a/(1-a)}K$$

Получившуюся функция предложения можно успешно применять для анализа сложившейся ситуации на рынке и выработки стратегии успешного поведения фирмы на рынке, приводящей к максимизации прибыли.

Далее приводится рыночная функция предложения.

Чтобы получить рыночную (отраслевую) функцию предложения, нужно сложить функции предложения всех фирм, производящих данный вид продукции. Графически данный вид функции представлен на рисунке 1.

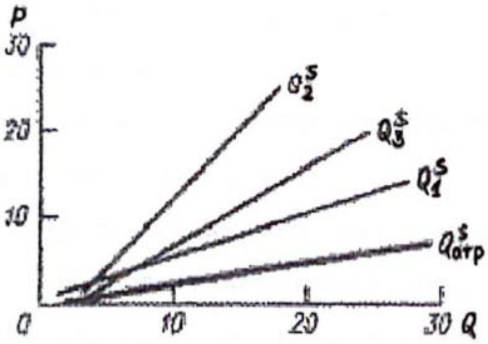

Рисунок 1 - Кривая общего выпуска

В третьей главе приводятся закономерности взаимодействия спроса и предложения. Также рассматриваются модели равновесия.

Функции предложения и спроса представляют планы производителей и потребителей продать или купить некоторое количество определенного блага. Это количество зависит от ряда рассмотренных факторов, выступающих аргументами функций предложения и спроса. Состояние, при котором планы продаж и покупок конкретного блага совпадают, называется отраслевым (рыночным) равновесием. Каждому такому состоянию соответствует равновесная комбинация значений цены и количества блага — P*, Q*. Цена равновесия — это цена, при которой объем спроса равняется объему предложения. Под равновесным количеством подразумевается такое количество благ, при котором цена спроса равна цене предложения.

Рыночное равновесие называется устойчивым, если при отклонении от равновесного состояния вступают в действие рыночные силы, восстанавливающие его. В противном случае равновесие неустойчиво. В данной работе рассматривается равновесие по Вальрасу и Маршалу. На рисунке 2 представлено одно из видов равновесия:

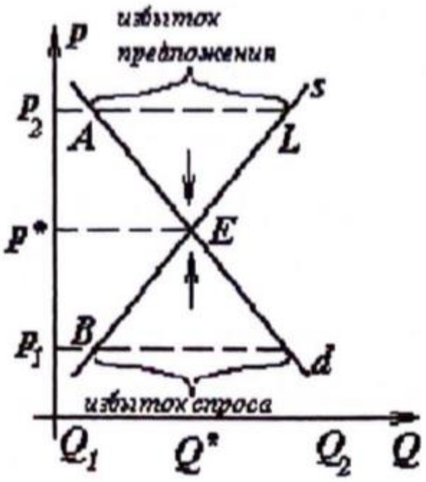

Рисунок 2 - Устойчивость равновесия по Вальрасу

Модели равновесия по Вальраса и Маршала приводят к различным условиям устойчивости равновесия. Причиной этих различий являются различные исходные представления о функционировании рыночного механизма, лежащие в основе рассматриваемых нами моделей.

Рассматривается «Паутинообразная модель» - это концептуальная модель любого процесса динамики цен, которая включает взаимодействие трех подсистем, которые можно условно назвать "товаропроизводитель", "потребитель" и "рынок" имеет вид:

$$D(P_1) = S(P_{t-1})$$

Эта модель — одна из исторически первых динамических моделей рынка, отражающих поведение участников. Она служит хорошей иллюстрацией применения метода моделирования при анализе экономических процессов.

Принятое в модели взаимодействие подсистем "потребитель", "товаропроизводитель" и "рынок" может быть представлено в виде блок-схемы, изображенной на рисунке.

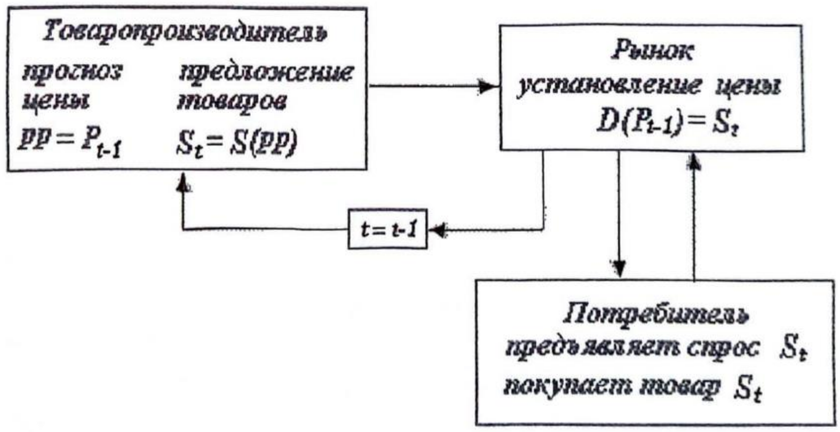

Рисунок 3 - Паутинообразная модель

Использование монотонных функций спроса и предложения позволяет построить последовательность цен P_t, где t — номер шага во времени.

Следующей моделью предлагается рассмотреть **паутинообразную модель с запаздыванием предложения.** В данной при определении объема предложения в каждый период времени товаропроизводитель ориентируется на спрос в предыдущий период. Эта гипотеза приводит к росту (снижению) предложения в случае, когда спрос больше (меньше) предложения. Цена предлагаемого товара устанавливается товаропроизводителем на уровне, определяемом в соответствии с функцией предложения. В данной модели связь между потреблением C_t, спросом D_t и предложением S_t в каждый период времени t можно представить в виде:

$$C_t = \min(s_t, d_t)$$

Модель можно представить в виде блок-схемы:

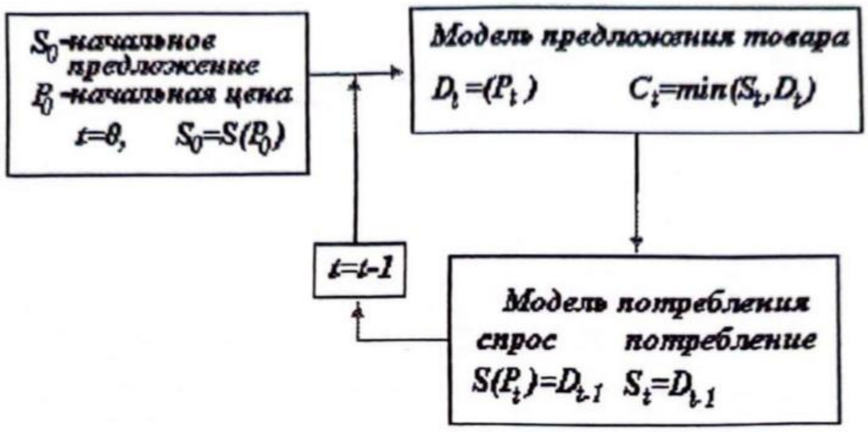

Рисунок 4 - Паутинообразная модель с запаздываем

Из этой блок-схемы видно, что в рассматриваемой модели происходит отставание предложения:

$$S(p_{t-1}) = D(p_t)$$

В четвертой главе представлена математические модели получения оптимального значения спроса и предложения с помощью различных функций. Рассматривается функция вида:

$$s(p) = h + cp_{t-1}, d(p) = a - bp_t$$

где - $d(p)$ функция спроса, а $s(p)$ - функция предложения.

Уравнение, описывающее динамику такой системы, имеет вид:

$$d(p_t) = s(p_{t-1}), \qquad \text{или } \ a - bp_t, = h + cp_{t-1}$$

Определяется равновесная цена и равновесный объем в виде:

$$p^* = \frac{a-h}{b+c};$$

$$Q^* = \frac{ac+hb}{c+b}$$

Далее необходимо исследовать поведение цен и объемов производства в том случае, если начальная точка не совпадает с равновесной. Вначале эту задачу можно решить графически, получив рисунок типа "паутины", подтверждающий ее название. Задав некоторое первоначальное количество товара и цену, не совпадающие с точкой равновесия, будем последовательно наносить точки в соответствии с процедурой расчета по модели, соединяя их горизонтальными или вертикальными прямыми линиями.

Выражение для цены в произвольный момент времени имеет вид:

$$p_t = \frac{a-h}{b}\frac{1-(-1)^t\left[\frac{c}{b}\right]^t}{1+\frac{c}{b}} + (-1)^t\left[\frac{c}{b}\right]^t p_0$$

Рекуррентная формула для определения равновесной цены в период t зная начальную цену p_0.

$$p_t = \sqrt{\frac{a-h}{c} - \frac{b}{c}p_{t-1}}$$

Если функция спроса имеет вид: $d = a - bp_t^n$

При различных значениях n получим формулу для определения равновесной цены предлагается использовать систему вида:

$$P_t = \frac{a-e^{Pt-1}}{b}, \text{ при n=1;}$$

$$P_t = \sqrt{\frac{a-e^{Pt-1}}{b}}, \text{ при n=2;}$$

$$P_t = \sqrt[3]{\frac{a-e^{Pt-1}}{b}}, \text{ при n=3.}$$

При использовании функции Кобба-Дугласа математическая модель спроса и предложения будет иметь вид:

В качестве функции спроса возьмём уже знакомую нам функцию

$$d = a - bp_t$$

Подставляя различные значения a максимально приблизим нашу функцию к используемой на практике.

Математическая модель определения равновесной цены при разных значениях временного шага имеет вид:

Функция спроса:

$$\left(\frac{P_t 0{,}1}{r_L}\right)^{\frac{1}{3}} K = a - bp_{t-1},\ \text{a=0,1},\ p_t = \left(\frac{a-bp_{t-1}}{K}\right)^{9} \frac{r}{0{,}1};$$

$$\left(\frac{P_t 0{,}2}{r_L}\right)^{\frac{1}{4}} K = a - bp_{t-1},\ \text{a=0,2},\ p_t = \left(\frac{a-bp_{t-1}}{K}\right)^{4} \frac{r}{0{,}2};$$

$$\left(\frac{P_t 0{,}3}{r_L}\right)^{\frac{3}{7}} K = a - bp_{t-1},\ \text{a=0,3},\ p_t = \sqrt[3]{\left(\frac{a-bp_{t-1}}{K}\right)^{7}} \frac{r}{0{,}3};$$

$$\left(\frac{P_t 0{,}4}{r_L}\right)^{\frac{2}{3}} K = a - bp_{t-1},\ \text{a=0,4},\ p_t = \sqrt[2]{\left(\frac{a-bp_{t-1}}{K}\right)^{3}} \frac{r}{0{,}4};$$

$$\frac{P_t 0{,}5}{r_L} K = a - bp_{t-1},\ \text{a=0,5},\ p_t = \frac{a-bp_{t-1}}{K} \frac{r}{0{,}5};$$

$$\left(\frac{P_t 0{,}6}{r_L}\right)^{\frac{3}{2}} K = a - bp_{t-1},\ \text{a=0,6},\ p_t = \sqrt[3]{\left(\frac{a-bp_{t-1}}{K}\right)^{2}} \frac{r}{0{,}6};$$

$$\left(\frac{P_t 0{,}7}{r_L}\right)^{\frac{7}{3}} K = a - bp_{t-1},\ \text{a=0,7},\ p_t = \sqrt[7]{\left(\frac{a-bp_{t-1}}{K}\right)^{3}} \frac{r}{0{,}7};$$

Функция предложения:

$$\text{a=0,1},\ \left(\frac{P_{t-1} 0{,}1}{r_L}\right)^{\frac{1}{9}} K = a - bp_t, p_t = \frac{a-\left(p_{t-1}\frac{0{,}1}{r}\right)^{\frac{1}{9}} K}{b};$$

$$\text{a=0,2},\ \left(\frac{P_{t-1} 0{,}2}{r_L}\right)^{\frac{1}{4}} K = a - bp_t,\ p_t = \frac{a-\left(p_{t-1}\frac{0{,}2}{r}\right)^{\frac{1}{4}} K}{b};$$

$$\text{a=0,3},\ \left(\frac{P_{t-1} 0{,}3}{r_L}\right)^{\frac{3}{7}} K = a - bp_t,\ p_t = \frac{a-\left(p_{t-1}\frac{0{,}3}{r}\right)^{\frac{3}{7}} K}{b};$$

$$\text{a=0,4};\ \left(\frac{P_{t-1} 0{,}4}{r_L}\right)^{\frac{2}{3}} K = a - bp_t;\ p_t = \frac{a-\left(p_{t-1}\frac{0{,}4}{r}\right)^{\frac{2}{3}} K}{b};$$

$$\text{a=0,5};\ \frac{P_{t-1} 0{,}5}{r_L} K = a - bp_t;\ p_t = \frac{a-p_{t-1}\frac{0{,}5}{r} K}{b};$$

$$\text{a=0,6},\ \left(\frac{P_{t-1} 0{,}6}{r_L}\right)^{\frac{3}{2}} K = a - bp_t;\ p_t = \frac{a-\left(p_{t-1}\frac{0{,}6}{r}\right)^{\frac{3}{2}} K}{b};$$

$$\text{a=0,7},\ \left(\frac{P_{t-1} 0{,}7}{r_L}\right)^{\frac{7}{3}} K = a - bp_t;\ p_t = \frac{a-\left(p_{t-1}\frac{0{,}7}{r}\right)^{\frac{7}{3}} K}{b}$$

В пятой главе представлена блок-схема численного исследования функционирования фирмы с помощь различных экономических моделей, а также выбор наиболее подходящей из них (рисунок 5).

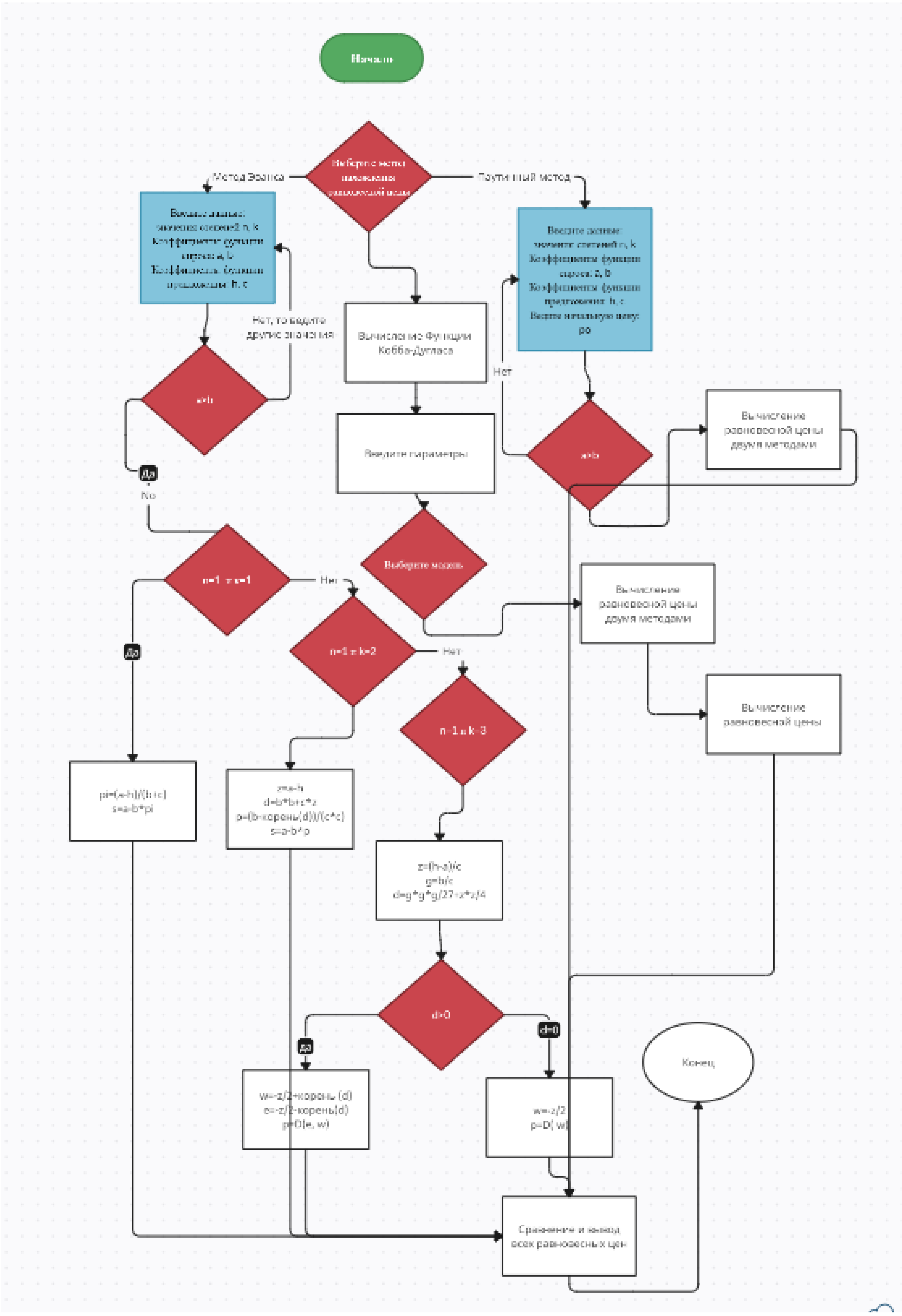

Рисунок 5 Блок-схема программы

Далее представлен программный продукт, позволяющий вычислить значения равновесной цены и функции в зависимости от выбора модели. На рисунке 6 – 8 представлена форма входа в программный модуль (Эванс):

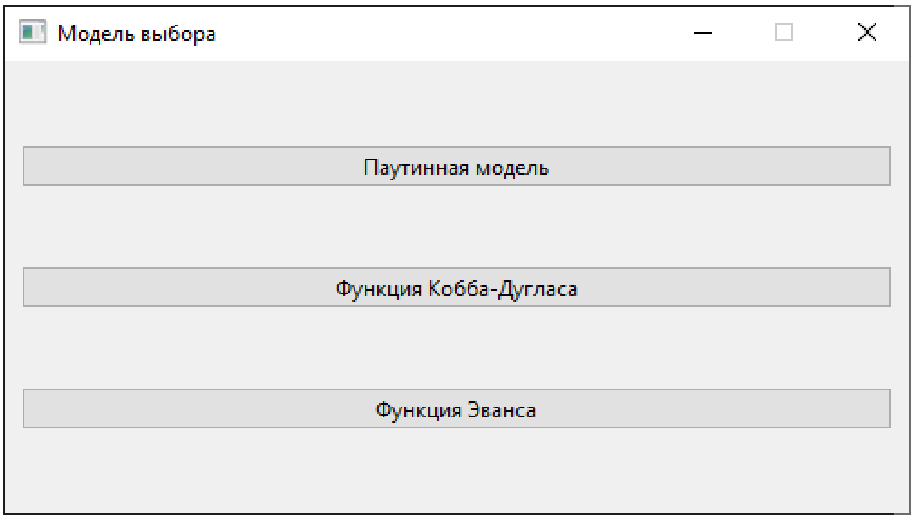

Рисунок 6 - Выбор модели

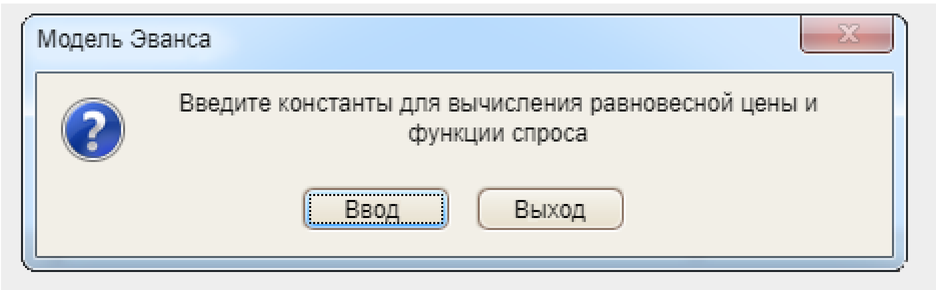

Рисунок 7 - Модель Эванса

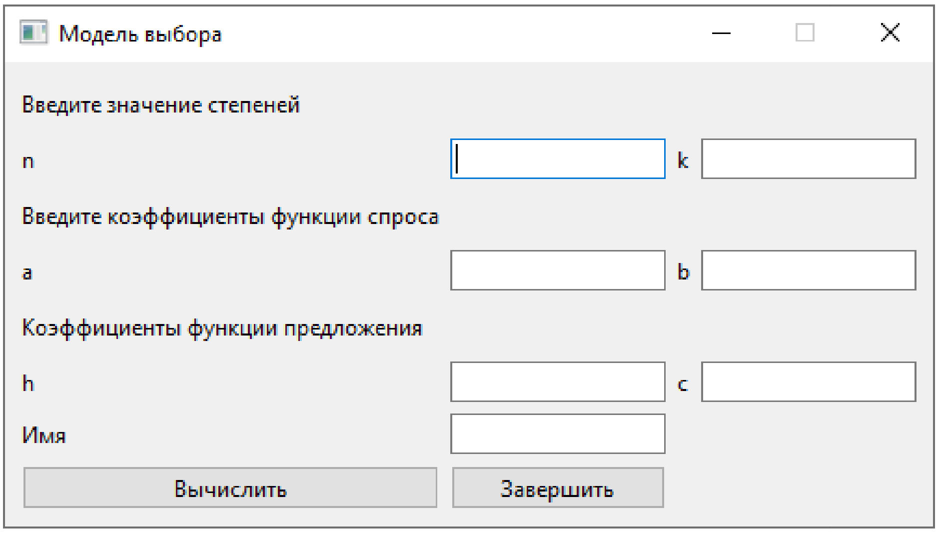

Рисунок 8 - Параметры функции Эванса

На рисунке 9 - 11 представлена форма входа в программный модуль (Паутины:

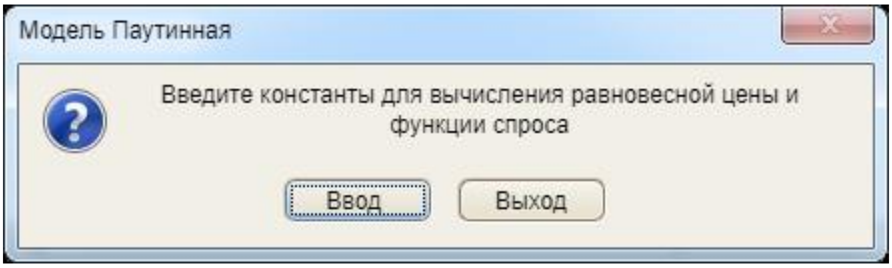

Рисунок 9 - Модель Паутины

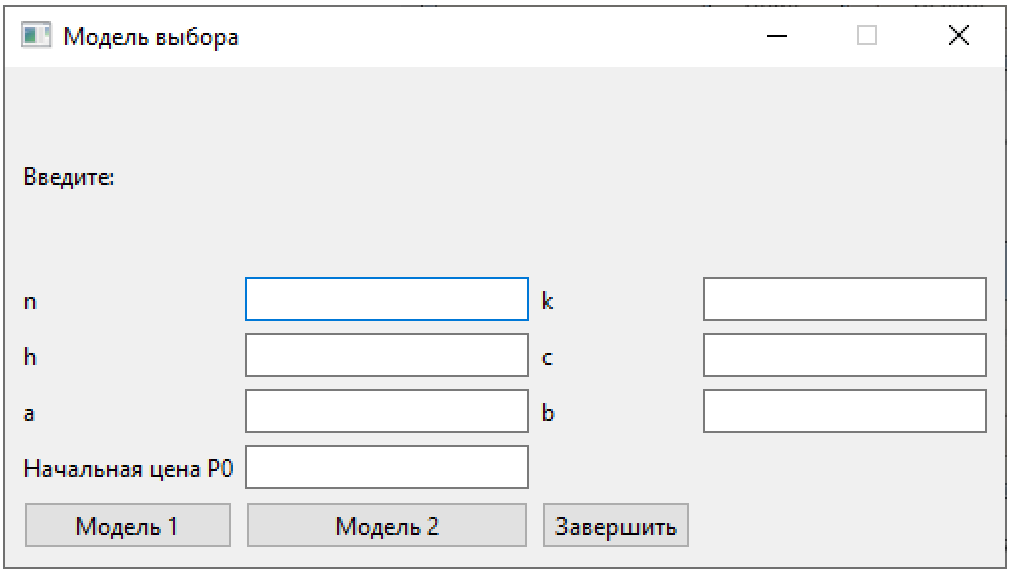

Рисунок 10 - Параметры Паутинной модели

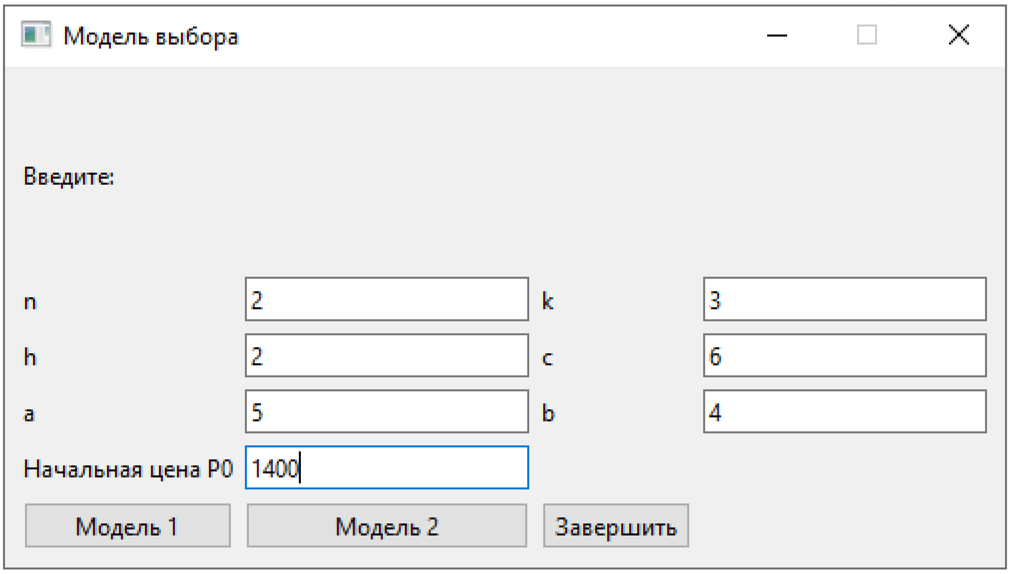

Рисунок 11 - Значения Паутинной модели

На рисунке 12,13 представлена форма входа в программный модуль (Кобба-Дугласа):

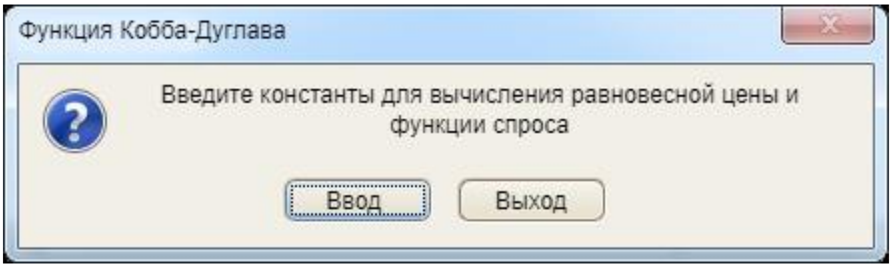

Рисунок 8 - Функция Кобба-Дугласа

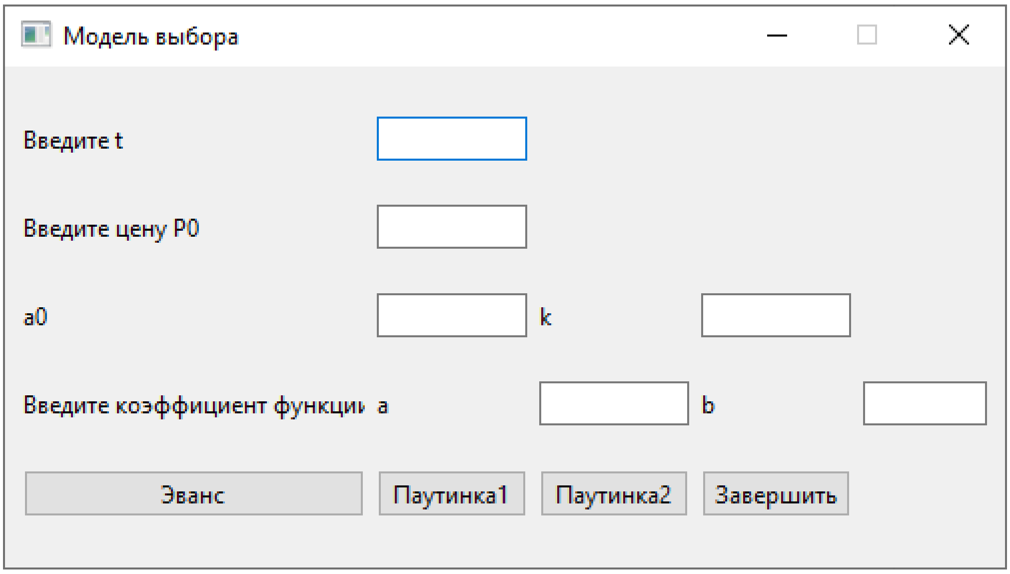

Рисунок 9 - Параметры функции Кобба-Дугласа

В данной программе предлагается сравнить полученные значения равновесных цен для различных функций спроса и предложения. Некоторые функции предложения были выбраны из практических соображений использования в реальной ситуации, а некоторые из соображения частого их использования в математике. Функции спроса были взяты удовлетворяющими всем экономическим и математическим требованиям.