

$$X_A = -F_1 \cos 60 - F_4 \cos 30;$$

$$R_B = \frac{F_4 \sin 30 \cdot 3l - F_1 \cdot 3l \sin 60 - F_1 \cdot 4l \cos 60 + M}{5l};$$

$$Y_A = \frac{F_4 l \cdot (-4 \cos 30 + 2 \sin 30) - F_1 \cdot 2l \sin 60 - X_A \cdot 4l - M}{5l};$$

$$X_A = -10 \cos 60 - 40 \cos 30 = -39,64 \text{ кН};$$

$$R_B = \frac{40 \sin 30 \cdot 1,5 - 10 \cdot 1,5 \sin 60 - 10 \cdot 2 \cos 60 + 100}{2,5} = 42,8 \text{ кН};$$

$$Y_A = \frac{40 \cdot 0,5 \cdot (-4 \cos 30 + 2 \sin 30) - 10 \cdot \sin 60 + 39,64 \cdot 2 - 100}{2,5} = -31,46 \text{ кН}.$$

3. Проверка

$$\begin{aligned} \sum F_{iy} = 0; Y_A + R_B + F_1 \sin 60 - F_4 \sin 30 = 0; \\ -31,46 + 42,8 + 10 \sin 60 - 40 \cdot \sin 30 = 0. \end{aligned}$$

Реакции определены верно.

Задача К1

Известен закон движения материальной точки, заданный координатным способом уравнениями:

$$\begin{cases} x = 4 \sin n\left(\frac{\pi}{6} t\right); \\ y = 4 - 6 \cos^2\left(\frac{\pi}{6} t\right). \end{cases}$$

Необходимо:

- определить уравнение траектории точки и построить ее;
- указать положение точки на траектории в момент времени $t = 1 \text{ с}$;
- для этого момента времени определить скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории;
- изобразить векторы скорости и ускорения на рисунке.

Решение

1. Для определения уравнения траектории точки исключим из заданных уравнений движения время t .

Из заданных уравнений движения

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) = \frac{4-y}{6};$$

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) = \frac{x^2}{16};$$

$$1 = \frac{4-y}{6} + \frac{x^2}{16};$$

$$48 = 32 - 8y + 3x^2;$$

$$y = \frac{3}{8}x^2 - 2$$

Окончательно траектория движения – парабола, уравнение которой имеет вид:

$$y = \frac{3}{8}x^2 - 2.$$

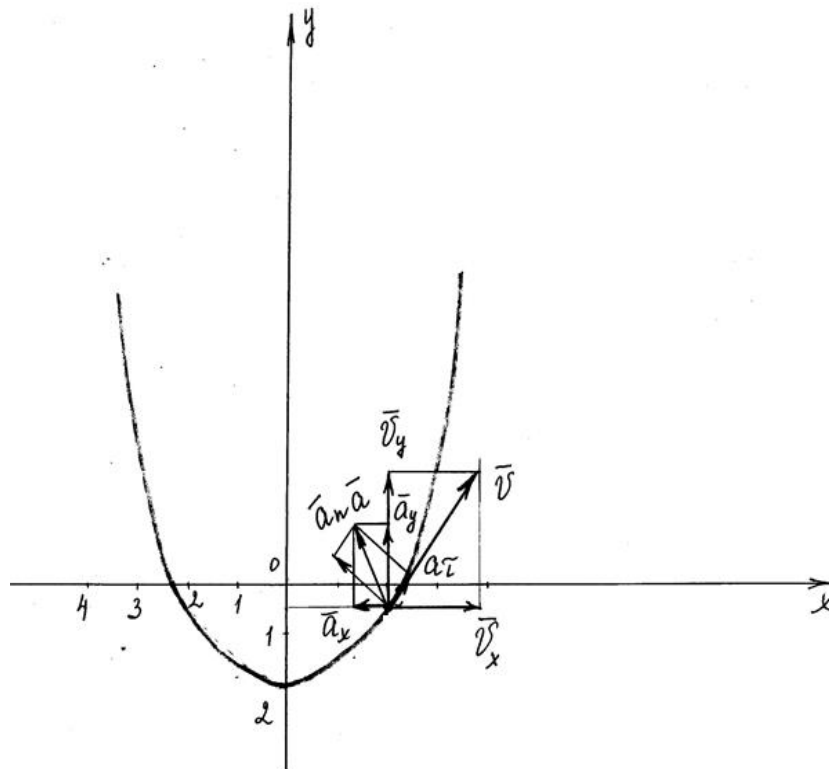


Рисунок 2

Строим на рисунке траекторию и показываем положение точки в заданный момент времени. При $t_1=1$ с $x = 2$ см, $y = -0,5$ см.

2. Скорость точки найдем по ее проекциям на координатные оси

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{4\pi}{6} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right);$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = 2\pi \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) = \pi \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right).$$

При $t_1=1$ с $V_x=1,81$ см/с, $V_y=2,72$ см/с.

Модуль вектора скорости найдем по формуле

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{1,81^2 + 2,72^2} = 3,27 \text{ см/с}.$$

3. Аналогично находим ускорение точки через его проекции на оси координат

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = -\frac{\pi^2}{9} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right), \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{\pi^2}{3} \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right).$$

При $t_1=1$ с $a_x=-0,55$ см/с², $a_y=1,64$ см/с².

Модуль ускорения найдем по формуле

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0,55^2 + 1,64^2} = 1,73 \text{ см/с}^2.$$

4. Касательное ускорение найдем по формуле

$$a_\tau = \frac{|V_x a_x + V_y a_y|}{V} = \frac{-1,81 \cdot 0,55 + 2,72 \cdot 1,64}{3,27} = 1,06 \text{ см/с}^2.$$

Тогда нормальное ускорение:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{1,73^2 - 1,06^2} = 1,37 \text{ см/с}^2$$

5. Радиус кривизны траектории $\rho = \frac{V^2}{a_n} = \frac{3,27^2}{1,37} = 7,8 \text{ см}.$

Все кинематические параметры показываем на рисунке 2.

Задача К2

Дано:

$$l_1 = 0,4\text{ м}; l_2 = 1,2\text{ м}; l_3 = 1,4\text{ м}; l_4 = 0,8\text{ м}; \alpha = 30^\circ; \beta = 120^\circ; \gamma = 30^\circ; \varphi = 0^\circ; \theta = 60^\circ;$$

$$\omega_1 = 5 \text{ 1/с}; \varepsilon_1 = 10 \text{ рад/с}^2.$$

Определить: v_B ; v_E ; ω_3 и a_A .

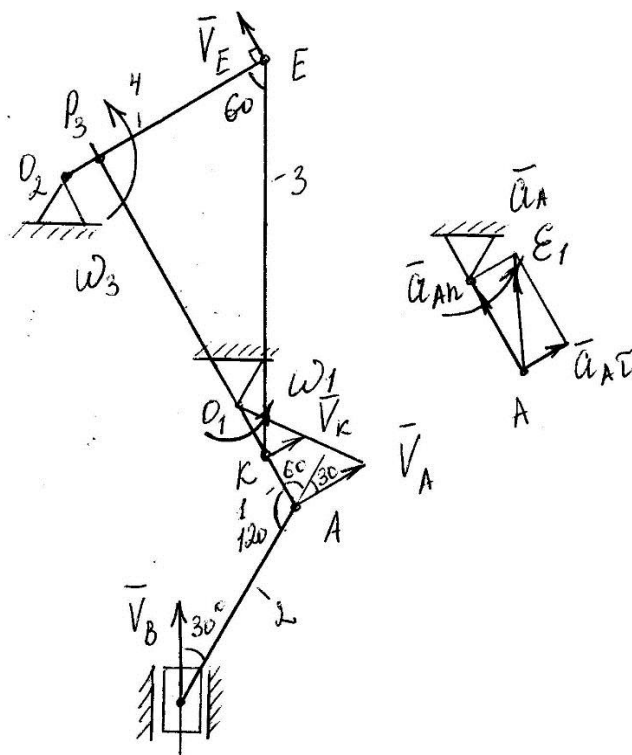


Рисунок 3

Решение:

1. Строим положение механизма в соответствии с заданными углами (рисунок 3).

2. Определяем v_B . Точка B принадлежит стержню BA . Чтобы найти v_B , надо знать скорость какой-нибудь другой точки этого стержня и направление v_B . Определим v_A .

Вектор $\vec{v}_A \perp O_1A$.

$$v_A = \omega_1 l_1;$$

$$v_A = 5 \cdot 0,4 = 2 \text{ м/с}.$$

По теореме о проекции скоростей точек плоской фигуры:

$$v_A \cos 30 = v_B \cos 30;$$

$$v_B = v_A = 2 \text{ м/с}.$$

3. Определяем v_E . Точка E принадлежит стержню KE .

Точка P_3 – мгновенный центр скоростей стержня KE , тогда

$$v_K = \omega_3 KP_3 = 0,5 v_A = 1 \text{ м/с};$$

$$v_E = \omega_3 EP_3;$$

$$\omega_3 = \frac{v_K}{KP_3}.$$

$\triangle EP_3K$ - прямоугольный, $EP_3 = 0,5 l_3 = 0,7 \text{ м}$.

$$KP_3 = l_3 \cos 30 = 1,4 \cos 30 = 1,21 \text{ м}.$$

$$\omega_3 = \frac{1}{1,21} = 0,83 (1/\text{с});$$

$$v_E = 0,83 \cdot 0,7 = 0,58 \text{ м/с}.$$

4. Определяем a_A . Так как ε_1 известно, то

$$a_{A\tau} = l_1 \varepsilon_1.$$

$$a_{An} = l_1 \omega_1^2.$$

$$a_{An} = 0,4 \cdot 5^2 = 10 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{A\tau} = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ м/с}^2.$$

Тогда $a_A = \sqrt{a_{A\tau}^2 + a_{An}^2}$. Произведя вычисления, получим: $a_A = 5,38 \text{ м/с}^2$.

Семестр 3

Задача Д1

$$m = 1,8 \text{ кг}; V_0 = 24 \text{ м/с}; Q = 5 \text{ Н}; R = 0,3 \text{ ВН}; t_1 = 2 \text{ с}; F(x) = -2 \cos(2t) \text{ Н}.$$

Считая твердое тело материальной точкой найти закон ее движения на участке ВС. Трением тела о трубу пренебречь.

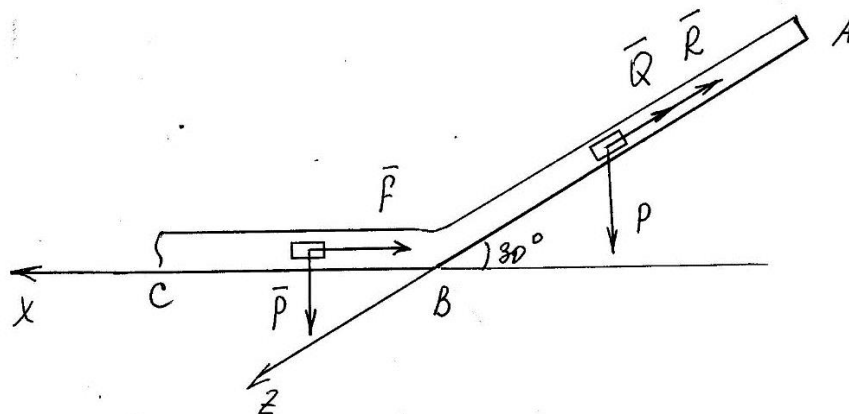


Рисунок 1

Решение

1. Рассмотрим движение груза на участке АВ, считая его материальной точкой. Изображаем груз в произвольном положении и действующие на него силы: P – сила тяжести, R , Q . Проводим ось Az и составляем дифференциальное уравнение движения груза в проекции на эту ось:

$$m \frac{dV_z}{dt} = -Q - R + P \sin 30; \quad (4)$$

Принимая во внимание, что

$V_z = V$, $Q = 5$ Н, $R = \mu V$, где $\mu = 0,3$, получим

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= -5 - 0,3V + mg \sin 30; \\ \frac{dV}{dt} &= -\frac{5}{m} - \frac{0,3}{m}V + 5; \\ \frac{dV}{dt} &= 2,22 - 0,17V. \\ \frac{dV}{dt} &= -0,17(V - 13,1) \end{aligned} \quad (5)$$

Разделяем в (5) переменные и интегрируем:

$$\frac{dV}{(V - 13,1)} = -0,17dt. \quad (6)$$

$$\ln|V - 13,1| = -0,17t + C_1.$$

Константу интегрирования в (6) находим по начальным условиям.

При $t=0$ с $V=V_0=24$ м/с, тогда из (6)

$$C_1 = \ln|V_0 - 13,1| = \ln|24 - 13,1| = \ln|10,9|.$$

В итоге уравнение (3) принимает вид

$$\begin{aligned} \ln|V - 13,1| &= -0,17t + \ln|10,9|; \\ \ln \left| \frac{V - 13,1}{10,9} \right| &= -0,17t \end{aligned} \quad (7)$$

Из (7) в результате находим

$$\frac{V - 13,1}{10,9} = e^{-0,17t} \quad \text{или} \quad V = 10,9e^{-0,17t} + 13,1; \quad (8)$$

Полагая в (8) $t=2$ с определяем скорость V_B груза в точке В:

$$V_B = 20,88 \text{ м/с.}$$

2. Рассмотрим движение груза на участке BC . Найденная скорость V_B на этом участке будет начальной. Изображаем груз и действующие на него силы P, F_x . Проведем из точки B ось Bx и составим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на эту ось:

$$m \frac{dV_x}{dt} = F_x,$$

Подставляем значения сил (учитывая, что $V_x = V$)

$$m \frac{dV}{dt} = -2 \cos(2t).$$

Разделим на m

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{2}{m} \cos(2t).$$

Разделяем переменные и интегрируем

$$dV = -\frac{2}{m} \cos(2t) dt,$$

$$\frac{dx}{dt} = V = -\frac{1}{m} \sin(2t) + C_2.$$

Повторно интегрируем

$$dx = \left(-\frac{1}{m} \sin(2t) + C_2 \right) dt,$$

$$x = \frac{1}{2m} \cos(2t) + C_2 t + C_3.$$

Константы интегрирования находим из начальных условий. Будем отсчитывать время от момента, когда груз находился в точке B .

При $t=0$ $V=V_B \cos 30$, $x=0$, тогда получаем константы:

$$C_2 = V_B \cos 30, C_3 = 0.$$

Подставив найденные константы, окончательно получаем искомый закон движения

$$x = \frac{1}{2m} \cos(2t) + V_B \cos 30 t,$$

или после подстановки численных значений параметров

$$x = 0,28 \cos(2t) + 18,08t.$$

Задача 3

$$f = 0,1, R_4 = 0,3 \text{ м}, r_4 = 0,1 \text{ м}, R_5 = 0,2 \text{ м}, r_5 = 0,1$$

$$m_1 = 0 \text{ кг}; m_2 = 2 \text{ кг}; m_3 = 4 \text{ кг}; m_4 = 0; m_5 = 10 \text{ кг}; M_4 = 0,3 \text{ Нм}; F = 40(4 + 5S) \text{ Н}.$$

Необходимо определить V_2 , если $S_1 = 0,6 \text{ м}$

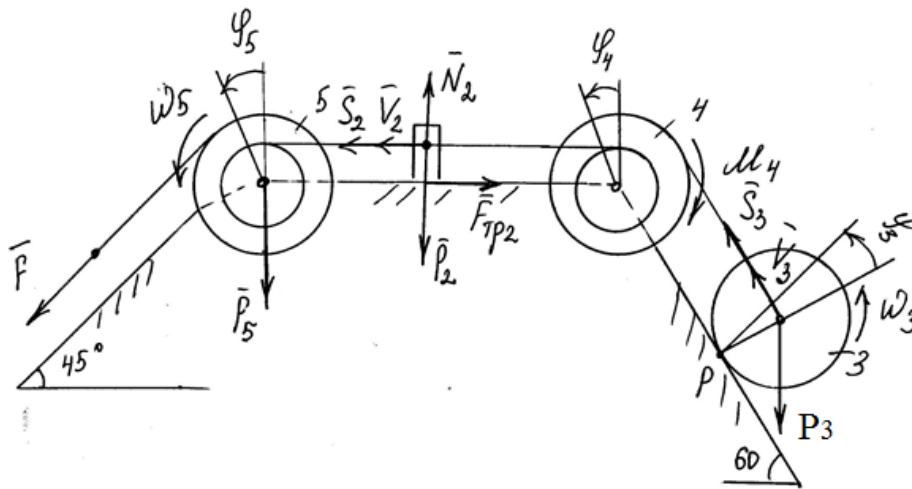


Рисунок 2

Решение

1. Рассмотрим движение неизменяемой механической системы, состоящей из тел, соединенных нитями. Изобразим действующие на систему внешние силы: активные F , P_2 , P_3 , P_5 , сила трения $F_{\text{тр}2}$ и момент сопротивления M_4 .

Для определения V_2 воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии:

$$T - T_0 = \sum A_k^e.$$

2. Определяем T и T_0 . Так как в начальный момент система находилась в покое, то $T_0 = 0$. Величину T найдем как сумму кинетических энергии всех тел системы

$$T = T_2 + T_3 + T_5.$$

Учитывая, что тело 3 движется плоскопараллельно, тело 2 – поступательно, а тело 5 вращается вокруг неподвижной оси, получим

$$T_3 = \frac{m_3 V_{C3}^2}{2} + \frac{I_3 \omega_3^2}{2},$$

$$T_2 = \frac{m_2 V_2^2}{2}, \quad T_5 = \frac{I_5 \omega_5^2}{2}.$$

Все входящие скорости нужно выразить через искомую V_2 .

$$V_2 = \omega_4 r_4 = \omega_5 r_5; \quad V_{C3} = \omega_4 R_4 = \omega_3 R_3; \quad \omega_5 = \frac{V_2}{r_5};$$

$$V_{C3} = \frac{V_2 R_4}{r_4}; \quad \omega_3 = \frac{V_2 R_4}{R_3 r_4}$$

Кроме того, моменты инерции имеют значения

$$I_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}, \quad I_5 = m_5 R_5^2.$$

Подставив величины, а затем окончательно получим

$$T = V_2^2 \left(\frac{m_2}{2} + \frac{m_5 R_5^2}{2 r_5^2} + \frac{m_3 R_4^2}{2 r_4^2} + \frac{1}{4} \frac{m_3 R_4^2}{r_4^2} \right);$$

$$T = V_2^2 \left(\frac{2}{2} + \frac{10 \cdot 0,3^2}{2 \cdot 0,1^2} + \frac{4 \cdot 0,3^2}{2 \cdot 0,1^2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot 0,3^2}{0,1^2} \right) = 39,25 V_2^2.$$

3. Найдем сумму работ всех внешних сил при перемещении, которое будет иметь система, когда центр масс груза 1 пройдет путь s_1 .

$$A(\bar{F}) = \int_0^{s_1} F ds = \int_0^{s_1} 40(4+5s) ds = 40 \left(4s_1 + 2,5s_1^2 \right) = 40 \left(4 \cdot 0,6 + 2,5 \cdot 0,6^2 \right) =$$

$$= 132 \text{ Дж};$$

$$A(\bar{F}_{mp2}) = -F_{mp2} S_2 = -f N_2 S_2 = -f m_2 g S_2 = -f m_2 g \frac{S_1 r_5}{R_5} = -0,1 \cdot 2 \cdot 10 \cdot \frac{0,6 \cdot 0,1}{0,2} =$$

$$= -0,6 \text{ Дж}$$

$$A(M_4) = -M_4 \varphi_4 = -M_4 \frac{s_1 r_5}{r_4 R_5} = -0,3 \cdot \frac{0,6}{0,2} = -0,9 \text{ Дж};$$

$$A(\bar{P}_3) = -P_3 \sin 30 \cdot S_3 = -m_3 g \cdot \frac{S_1 R_4 r_5}{R_5 r_4} = -40 \cdot \frac{0,6 \cdot 0,3}{0,2} = -36 \text{ Дж}.$$

Суммируем найденные работы

$$\sum A_k^e = 94,5 \text{ Дж.}$$

Тогда

$$39,25 \cdot V_2^2 = 94,5;$$

$$V_2 = 1,55 (\text{м / с}).$$

11 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

С целью повышения качества ведения образовательной деятельности в университете создана электронная информационно-образовательная среда. Она подразумевает организацию взаимодействия между обучающимися и преподавателями через систему личных кабинетов студентов, расположенных на официальном сайте университета в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" по адресу <http://student.knastu.ru>.

Созданная информационно-образовательная среда позволяет осуществлять:

- фиксацию хода образовательного процесса посредством размещения в личных кабинета студентов отчетов о выполненных заданиях;
- взаимодействие между участниками образовательного процесса посредством организации дистанционного консультирования по вопросам выполнения расчетно-графических заданий.

Процесс обучения сопровождается использованием компьютерных программ: Mathcad, MSWord.

12 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для реализации программы дисциплины "Теоретическая механика" используется материально-техническое обеспечение, перечисленное в таблице 7.

Таблица 7- Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория	Наименование аудитории (лаборатории)	Используемое оборудование	Назначение оборудования
с выходом в интернет + локальное соединение	Мультимедийный класс	1 Персональный ЭВМ с процессором IntelCore (TM) i3-2130; 2 Доска интерактивная TRIUMPH BOARD MULTI TOUCH 78* 3 Проектор BenQ MX518	Проведение лекционных и практических занятий в виде презентаций