

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ¹
по дисциплине

Дифференциальные уравнения

Направление подготовки	01.03.04 – «Прикладная математика»
Направленность (профиль) образовательной программы	Математическое моделирование и криптография

Обеспечивающее подразделение
Кафедра «Прикладная математика»

Разработчик ФОС:

доцент кафедры ПМ, к.ф.-м.н.

(должность, степень, ученое звание)

(подпись)

А.Л. Григорьева

(ФИО)

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры,
протокол № 5 от « » 2024.

Заведующий кафедрой _____ А.Л. Григорьева

¹ В данном документе представлены типовые оценочные средства. Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и др.), предлагаемых обучающемуся, хранится на кафедре в бумажном и электронном виде.

1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные		
Общепрофессиональные		
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1 Знает основные естественно-научные составляющие задач профессиональной деятельности, а также математические и физические теоремы, законы, алгоритмы решения задач; ОПК-1.2 Умеет использовать методы решения задач, математические, физические законы для решения задач прикладного характера; ОПК-1.3 Владеет навыками использования основных математических, физических законов, теорем, алгоритмов решения в задачах профессиональной деятельности;	<i>Знать:</i> основные понятия вычислительной математики; <i>Уметь:</i> применять методы вычислительной математики при решении инженерных задач; <i>Владеть:</i> навыком применения методов вычислительной математики для решения стандартных задач в профессиональной деятельности;
Профессиональные		

Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
Раздел 1 Дифференциальные уравнения первого порядка.	ОПК-1	Контрольная работа.	Знает основные понятия теории дифференциальных уравнений первого порядка и умеет их применять для решения задач.
Раздел 2 Системы дифференциальных уравнений.	ОПК-1	Контрольная работа.	Знает основные положения о системах дифференциальных уравнений и умеет их применять для решения задач.

2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений,

навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
4 семестр				
<i>Промежуточная аттестация в форме зачета с оценкой</i>				
1	Контрольная работа	В конце семестра	50 баллов	<p>50 баллов - студент правильно выполнил задание. Показал отличное владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы на защите.</p> <p>30 баллов - студент выполнил задание с небольшими неточностями. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов на защите.</p> <p>15 баллов - студент выполнил задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено много неточностей.</p> <p>0 баллов - при выполнении задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено множество неточностей.</p>
Текущий контроль:		-	50 баллов	
<p>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине: 0-64 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине); 65-74 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень); 75-84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень); 85-100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень).</p>				
5 семестр				
<i>Промежуточная аттестация в форме Экзамен</i>				
	Контрольная работа	В конце семестра	50 баллов	50 баллов - студент правильно выполнил задание. По-

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
				<p>казал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы на защите.</p> <p>30 баллов - студент выполнил задание с небольшими неточностями. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов на защите.</p> <p>15 баллов - студент выполнил задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено много неточностей.</p> <p>0 баллов - при выполнении задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено множество неточностей.</p>
	Текущий контроль:	-	_50_ баллов	-
	Экзамен			
	Экзамен:	-	_50_ баллов	-
	ИТОГО:	-	_100_ баллов	-
<p>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине: 0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине); 65 – 74 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень); 75 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень); 85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)</p>				

3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

3.1 Задания для текущего контроля успеваемости

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (семестр 4)

Выяснить, являются ли решениями данных дифференциальных уравнений указанные функции.

1. $xy' = 2y, y = 5x^2$.
2. $y'' = x^2 + y^2, y = 1/x$.
3. $(x + y)dx + xdy = 0, y = \frac{C^2 - x^2}{2x}$.
4. $y'' + y = 0, y = 3\sin x - 4\cos x$.
5. $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0, x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.
6. $y'' - 2y' + y = 0$, а) $y = xe^x$, б) $y = x^2e^x$.
7. $y'' - (\lambda_1 + \lambda_2)y' + \lambda_1\lambda_2y = 0, y = C_1e^{\lambda_1x} + C_2e^{\lambda_2x}$.

Показать, что для данных дифференциальных уравнений указанные соотношения являются интегралами.

8. $(x - 2y)y' = 2x - y, x^2 - xy + y^2 = C^2$.
9. $(x - y + 1)y' = 1, y = x + Ce^y$.
10. $(xy - x)y'' + xy'^2 + yy' - 2y' = 0, y = \ln(xy)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (семестр 5)

Проверить, являются ли данные системы функций решениями данных систем дифференциальных уравнений.

1.
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -2tx_1^2, \\ \frac{dx_2}{dt} = \frac{x_2+t}{t}, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{1}{t^2}, \\ x_2 = t\ln t. \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = e^{t-x_1}, \\ \frac{dx_2}{dt} = 2e^{x_1}, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = t, \\ x_2 = 2e^t. \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{y^2}{x}, \end{cases} \quad \begin{cases} x = e^{2t}, \\ y = e^t. \end{cases}$$
4.
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{z-1}{z}, \\ \frac{dz}{dx} = y - x, \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + e^x, \\ z = e^{-x}. \end{cases}$$

Проверить, являются ли данные функции ψ первыми интегралами данных систем дифференциальных уравнений.

5.
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \frac{x_1^2}{x_2}, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_2 - x_1, \end{cases} \quad \psi = x_1x_2e^{-t}.$$
6.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{e^{-x}}{t}, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{x}{t}e^{-y}, \end{cases} \quad \psi = (1+x)e^{-x} - e^{-y}.$$

$$7. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{y+t}{x+y}, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{x-t}{x+y}, \end{cases} \quad \text{а) } \psi_1 = x + y - t; \text{ б) } \psi_2 = x + y + t.$$

Для следующих систем дифференциальных уравнений проверить, образуют ли данные пары функций системы независимых первых интегралов.

$$8. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{t-y}{y-x}, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{x-t}{y-x}, \end{cases} \quad x + y + t = C_1, \quad x^2 + y^2 + t^2 = C_2.$$

$$9. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{t+y}{x+y}, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{t+x}{x+y}, \end{cases} \quad \frac{x-y}{t-x} = C_1, \quad \frac{t-x}{t-y} = C_2.$$

3.2 Задания для промежуточной аттестации

Экзамен

Контрольные вопросы к экзамену

1. Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящиеся к обыкновенным дифференциальным уравнениям.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Понятие об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений.
3. Геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка. Классификация дифференциальных уравнений первого порядка.
4. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольных постоянных. Метод Бернулли. Уравнение Бернулли.
6. Уравнения в полных дифференциалах
7. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.
8. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения, основные понятия. Линейно-независимая система функций. Определитель Вронского. Теорема об условии линейной независимости решений дифференциального уравнения.
9. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения
10. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Различные случаи нахождения фундаментальной системы решений.
11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
12. Метод вариации произвольных постоянных. Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n -го порядка.
13. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения. Принцип наложения решений.

14. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод исключения неизвестных.

15. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Типовые экзаменационные задачи

Методом исключения решить следующие системы дифференциальных уравнений.

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -9y, \\ \frac{dy}{dt} = x. \end{cases} \\ 2. & \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + t, \\ \frac{dy}{dt} = x - t. \end{cases} \\ 3. & \begin{cases} \frac{dx}{dt} + 3x + 4y = 0, x(0) = 1, \\ \frac{dy}{dt} + 2x + 5y = 0, y(0) = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Проверить, являются ли данные системы функций решениями данных систем дифференциальных уравнений.

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -2tx_1^2, \\ \frac{dx_2}{dt} = \frac{x_2+t}{t}, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{1}{t^2}, \\ x_2 = t \ln t. \end{cases} \\ 2. & \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = e^{t-x_1}, \\ \frac{dx_2}{dt} = 2e^{x_1}, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = t, \\ x_2 = 2e^t. \end{cases} \end{aligned}$$