

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «КНАГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Декан ФАМТ

О.А. Красильникова

«9» февраля 2026 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

дисциплины

### **2.1.5 «Механика деформируемого твердого тела»**

ОПОП ВО

по научной специальности

1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения	очная
Технология обучения	традиционная
Трудоемкость дисциплины	2 з.е.
Язык образования	русский

Комсомольск-на-Амуре 2026

Рабочая программа обсуждена и  
одобрена на заседании кафедры  
«Авиастроение и компьютерное  
проектирование»

Заведующий кафедрой  
«Авиастроение и компьютерное  
проектирование»

Протокол № 5/2 от  
«9» февраля 2026 г.

\_\_\_\_\_ В.В. Куриный  
«9» февраля 2026 г.

Автор рабочей программы дисциплины  
профессор кафедры «Авиастроение и  
компьютерное проектирование»,  
доктор физико-математических наук,  
доцент

\_\_\_\_\_ К.С. Бормотин  
«9» февраля 2026 г.

## Введение

Учебная дисциплина «Механика деформируемого твердого тела» входит в блок «Дисциплины» образовательного компонента учебного плана и является обязательной дисциплиной подготовки аспирантов по научной специальности 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела.

Структура рабочей программы соответствует федеральным государственным требованиям, утвержденным приказом Минобрнауки России от 20.10.2021 № 951.

При изучении данной дисциплины у аспирантов должны сформироваться компетенции, необходимые для научной и научно-педагогической деятельности в области механики и ее приложений в промышленности, а также знания, умения и владения, необходимые в дальнейшей профессиональной деятельности, в том числе и для успешной сдачи кандидатского экзамена по указанной научной специальности.

Дисциплина реализуется частично в форме практической подготовки, непрерывно. Дисциплина может быть реализована непосредственно в ФГБОУ ВО «КнАГУ» или в профильной организации.

Распределение нагрузки в часах при изучении дисциплины «Механика деформируемого твердого тела» представлено ниже.

Вид нагрузки	Объем, академические часы	Объем в форме практической подготовки, академические часы
Лекции	18	2
Практики	-	-
Самостоятельная работа	54	8
Общее количество часов	72	10
Кандидатский экзамен	36	-

### 1 Пояснительная записка

#### 1.1 Предмет, цели, задачи, принципы построения и реализации дисциплины

Предметом изучения дисциплины «Механика деформируемого твердого тела» являются:

- законы и математические модели деформирования, повреждения и разрушения материалов, в том числе природных, искусственных и вновь создаваемых;
- постановки и методы решения краевых задач для тел различной конфигурации и структуры при механических, электромагнитных, радиационных, тепловых и прочих воздействиях, в том числе применительно к объектам новой техники;
- аналитические, численные и экспериментальные методы исследования процессов деформирования, повреждения и разрушения материалов.

Цель дисциплины «Механика деформируемого твердого тела» – является формирование умений и навыков применения подходов, методов и математических моделей механики при выполнении научно-исследовательской работы в области изучения закономерностей процессов деформирования, повреждения и разрушения материалов различной природы, а также напряженно-деформированного состояния твердых тел из этих материалов при механических, тепловых, статических и динамических воздействиях в пассивных и активных, газовых и жидких средах и полях различной природы.

Задачи курса:

- дать необходимые знания и умения для проведения исследований напряженно-деформированного состояния твердых тел при различных воздействиях;
- научить критически анализировать проблемы механики деформируемого твердого тела с учетом современных достижений науки и мировых тенденций развития техники и технологий, потребностей промышленности;
- научить ставить задачи и разрабатывать программу исследования;
- закрепить навыки выбора адекватных способов и методов решения теоретических, прикладных и экспериментальных задач, анализировать, интерпретировать, представлять и применять полученные результаты.
- закрепить навыки планирования, проведения и интерпретации экспериментальных данных по изучению деформирования, повреждения и разрушения материалов;
- закрепить навыки решения технологических проблем деформирования и разрушения, а также предупреждения недопустимых деформаций и трещин в конструкциях различного назначения.

Построение и реализация курса основывается на следующих принципах:

- принцип соответствия установленным требованиям ФГТ и требованиям внутривузовских нормативных документов;
- системность и логическая последовательность представления учебного материала и его практических приложений;
- профессиональная направленность, связь теории и практики обучения с будущей профессиональной деятельностью, в целом с жизнью, предусматривает учет будущей специальности и профессиональных интересов аспирантов;
- принцип доступности, обеспечивающий соответствие объемов и сложности учебного материала реальным возможностям аспирантов;
- принцип формирования мотивации, положительного отношения к процессу обучения, предлагая актуальные темы для обсуждения и используя такие методы обучения, которые дадут возможность аспирантам проявить себя наилучшим образом, раскрыть свои знания;
- принцип сознательности означает сознательное партнерство и взаимодействие с преподавателем, что непосредственно связано с развитием самостоятельности аспиранта, его творческой активности и личной ответственности за результативность обучения.

## 1.2 Роль и место дисциплины в структуре реализуемой программы аспирантуры. Планируемые результаты освоения

Учебная дисциплина «Механика деформируемого твердого тела» изучается во втором полугодии второго года обучения. По результатам освоения дисциплины в период промежуточной аттестации предусмотрена сдача кандидатского экзамена по механике деформируемого твердого тела.

Планируемые результаты освоения дисциплины представлены в таблице 1.

Таблица 1 - Планируемые результаты освоения по дисциплине

Код результата освоения	Планируемый результат освоения
ПК2	<b>Сформированная профессиональная компетенция</b> – способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в

Код результата освоения	Планируемый результат освоения
	области механики деформируемого твердого тела с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий
3 (ПК2)	<b>Знание</b> направлений и проблематики современных методов исследования, физико-математических и вычислительных методов, этапов научных исследований, критериев сравнения и методики оценки адекватности результатов расчетно-экспериментальной работы
У (ПК2)	<b>Умение</b> собирать и систематизировать информацию, ставить задачи и разрабатывать программу исследования, выбирать адекватные способы и методы решения теоретических, прикладных и экспериментальных задач, анализировать, интерпретировать, представлять и применять полученные результаты
В (ПК2)	<b>Владение</b> навыками отбора источников, работы с патентной документацией в рамках собственных исследований с применением отечественных и международных библиографических систем
ПК3	<b>Сформированная профессиональная компетенция</b> - способность на основе знаний закономерностей процессов деформирования, повреждения и разрушения анализировать напряженно деформированное состояние твердых тел из материалов различной природы, при механических, тепловых, статических и динамических воздействиях, применяя теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования
3 (ПК3)	<b>Знание</b> физико-математического аппарата, методологии, конкретных методов и примеров решения краевых задач, встречающихся при исследовании проблем механики деформируемого твердого тела
У (ПК3)	<b>Умение</b> ставить задачу, проводить анализ, применяя аналитические, численные и экспериментальные методы математического и компьютерного моделирования, обладающие высокой степенью адекватности реальным процессам, машинам и конструкциям, для решения задач в области механики деформируемого твердого тела с учетом эволюции структуры материала и внешних воздействий различной природы и интенсивности
В (ПК3)	<b>Владение</b> навыками математического и компьютерного моделирования с использованием современных высокопроизводительных вычислительных систем и наукоемких компьютерных технологий
КЭЗ	Сданный кандидатский экзамен в соответствии с темой диссертации на соискание ученой степени кандидата наук

### 1.3 Характеристика трудоемкости дисциплины и ее отдельных компонентов

Характеристика трудоемкости дисциплины представлена в таблице 2.

Таблица 2 – Характеристика трудоемкости дисциплины

Наименование показателя	пол угоди е	Трудоемкость			
		Всего		В том числе, академические часы	
		Зачетные единицы	Академи ческие часы	Аудиторные занятия	Самостоя тельная работа
1 Трудоемкость дисциплины в целом	4	2	72	18	54
2 Трудоемкость по видам аудиторных занятий					
- лекции	4	-	18	18	-
- практики	4	-	0	-	-
3 Промежуточная аттестация					
- кандидатский экзамен по механике деформируемого твердого тела	4	1	36	-	-

### 1.4 Входные требования для освоения дисциплины

Знания, умения и владения, необходимые для освоения дисциплины формируются при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин в рамках освоения программ специалитета и/или магистратуры и проверяются в процессе сдачи вступительного экзамена в аспирантуру по специальной дисциплине, вопросы к которому приведены в **приложении А**.

## 2 Структура и содержание дисциплины

Структура и содержание дисциплины представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Структура и содержание дисциплины

Наименование разделов	Содержание разделов	Трудоемкость (общая / в форме практической подготовки), Академические часы	Результаты освоения	Виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя
1 Механика и термодинамика	Тензор деформации Коши-Грина. Тензор деформации Альманси. Условия совместности деформаций. Формулировка условий совместности	10	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3),	ПД1, ФН1,ФН2 ЗПЗ

Наименование разделов	Содержание разделов	Трудоемкость (общая / в форме практической подготовки), Академические часы	Результаты освоения	Виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя
намика сплошных сред	деформаций в цилиндрической и сферической системе координат. Классификация сил в механике сплошных сред. Тензоры напряжений Коши, Пиолы и Кирхгофа. Законы сохранения механики сплошных сред. Термодинамические потенциалы состояния. Общие формы определяющих соотношений механики сплошных сред.		У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	
2 Теория упругости	Упругое деформирование твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Тензор упругих модулей. Частные случаи анизотропии. Упругие модули изотропного тела. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами—Митчелла в напряжениях. Граничные условия. Постановка краевых задач математической теории упругости. Основные краевые задачи. Принцип Сен-Венана. Общие теоремы теории упругости. Основные энергетические функционалы линейной теории упругости. Вариационные принципы теории упругости. Общие представления решений уравнений теории упругости. Теория тонких упругих пластин и оболочек. Основные гипотезы. Полная система уравнений теории пластин и оболочек. Граничные условия. Постановка задач теории пластин и оболочек. Уравнения движения в форме Ламе. Динамические, геометрические и кинематические условия совместности на волновом фронте. Свободные волны в неограниченной изотропной упругой	16/2	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ПД1, ФН1, ФН2 ЗПЗ

Наименование разделов	Содержание разделов	Трудоемкость (общая / в форме практической подготовки), Академические часы	Результаты освоения	Виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя
	среде. Общее решение в форме Ламе. Фундаментальное решение динамических уравнений теории упругости для пространства. Плоские гармонические волны.			
3 Теория пластичности, вязкоупругости и ползучести	<p>Экспериментальные и физические факты развития неупругих деформаций в металлах и твердых сплавах.</p> <p>Основные теоретические соотношения между напряжениями и деформациями за пределами упругости.</p> <p>Математические теории пластичности, вязкоупругости, ползучести и длительной прочности. Анизотропные и сложные среды. Методы экспериментального определения механических характеристик материала. Анализ неустойчивости процессов деформирования. Методы решения задач пластичности и ползучести. Особенности применения метода конечных элементов и метода граничных элементов в задачах с физической нелинейностью.</p> <p>Энергетические теоремы и экстремальные принципы. Теория и методы расчета предельного состояния различных элементов машиностроительных конструкций.</p> <p>Динамические задачи для жесткопластического тела. Циклическое деформирование и приспособляемость.</p> <p>Теория накопления рассеянного разрушения. Методы расчета времени разрушения при ползучести элементов конструкций в условиях нестационарного силового и теплового воздействий.</p>	16/2	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ПД1, ФН1, ФН2 ЗПЗ
4 Механика	Поля напряжений и перемещений у вершины трещины. Коэффициенты интенсивности напряжений (КИН).	8	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2);	ПД1, ФН1, ФН2 ЗПЗ

Наименование разделов	Содержание разделов	Трудоемкость (общая / в форме практической подготовки), Академические часы	Результаты освоения	Виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя
разрушения	<p>Модели зон пластических деформаций. Аналитические методы определения параметров механики разрушения. Расчёты параметров механики разрушения в трещинах в элементах конструкций на основе МКЭ. Специальные задачи механики трещин (усталостное, динамическое разрушения, ползучесть, влияние коррозионной среды). Безопасность и живучесть технических систем. Экспериментальная механика разрушения (методы испытаний материалов, методы оценки дефектности, регистрации процессов накопления повреждения и разрушения)</p>		З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	
5 Численные методы решения задач механики и деформируемого твердого тела	<p>Метод конечных разностей. Типичные разностные схемы для параболических, эллиптических и гиперболических уравнений. Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений теории упругости. Вариационный принцип минимума полной потенциальной энергии упругого тела. Методы Релея – Ритца, Бубнова – Галеркина и градиентного спуска в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии. Метод конечных элементов в теории упругости. Пределы применимости метода конечных элементов. Формула Сомильяны и метод граничных интегральных уравнений (метод граничных элементов). Метод характеристик в двумерных задачах теории пластичности. Область определенности и область зависимости решения гиперболической краевой задачи.</p>	16/4	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ПД1, ФН1, ФН2 ЗПЗ
6 Экспери	<p>Экспериментальные исследования в механике. Методы анализа уравнений и</p>	6/2	З(ПК2), У(ПК2),	ПД1, ФН1, ФН2

Наименование разделов	Содержание разделов	Трудоемкость (общая / в форме практической подготовки), Академические часы	Результаты освоения	Виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя
ментальная механика	анализа размерностей. Виды соответствия. Методы определения масштабов моделирования. Планирование экспериментальных исследований. Обработка экспериментальных результатов. Определение упругих свойств материалов. Экспериментальное определение диаграмм пластичности. Ползучесть и релаксация.		В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ЗПЗ
Трудоемкость дисциплины		72/10		
Промежуточная аттестация – кандидатский экзамен по механике деформируемо твердого тела		36		

## 2.1 Программа аудиторных занятий

Программа аудиторных занятий представлена в таблице 4.

Таблица 4 – Программа аудиторных занятий

Тематика аудиторных занятий	Трудоемкость (общая/в форме практической подготовки), академические часы		Результаты освоения	Виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя
	Лекции	Практики		
Основы тензорного анализа. Градиенты деформаций, меры деформаций, тензоры искажений. Семейство тензоров деформаций Хилла	6	-	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ПД1, ФН1,ФН2 ЗПЗ
Дифференцирование тензоров, объективность тензоров	2	-	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ПД1, ФН1,ФН2 ЗПЗ

Тематика аудиторных занятий	Трудоемкость (общая/в форме практической подготовки), академические часы		Результаты освоения	Виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя
	Лекции	Практики		
Тензоры условных напряжений, механический смысл компонент тензоров напряжений, скорости изменения тензоров напряжений	4	-	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ПД1, ФН1,ФН2 ЗПЗ
Упругий материал в случае малых и больших деформаций. Упругопластический материал. Термоупругопластический материал, для которого учитываются деформации ползучести	3/1	-	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ПД1, ФН1,ФН2 ЗПЗ
Слабые формы уравнений движения. Вариационные формулировки уравнений движения. Метод конечных элементов.	3/1	-	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ПД1, ФН1,ФН2 ЗПЗ
<b>Итого в четвертом полугодии</b>	<b>18/2</b>	<b>0</b>	<b>-</b>	<b>-</b>

## 2.2 Программа самостоятельной работы

Предусмотрены следующие виды самостоятельной работы аспирантов:

– самостоятельное изучение разделов дисциплины (перечень тем для самостоятельного изучения представлен в **приложении Б**);

– выполнение индивидуальных заданий (методические указания по выполнению индивидуальных заданий представлены в **приложении В**).

Программа самостоятельной работы представлена в таблице 5.

Таблица 5 – Программа самостоятельной работы

Вид самостоятельной работы/оценочное средство	Трудоемкость (общая/в форме практической подготовки), академические часы	Знания, умения, навыки, компетенции	Виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя
Самостоятельное изучение разделов дисциплины/ основная и дополнительная программа КЭ	19	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ПД1, ФН1 ФН2 ЗПЗ
Выполнение индивидуального задания / отчет	35/8	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ	ПД1, ФН1 ФН2 ЗПЗ
<b>Итого в четвертом полугодии</b>	<b>54/8</b>	–	-

### 2.3 Индивидуальное задание

Индивидуальное задание выполняется в рамках выполнения самостоятельной работы – выполнении ряда практических работ, подготовки отчета с заданным содержанием и (подробнее – в методических рекомендациях, приложение В.

### **3 Технологии и методическое обеспечение контроля результатов учебной деятельности аспирантов**

#### **3.1 Технологии и методическое обеспечение текущего контроля успеваемости аспирантов**

Текущий контроль успеваемости аспирантов ведется по результатам выполнения индивидуального задания и собеседования на консультациях с преподавателем.

#### **3.2 Технологии и методическое обеспечение контроля промежуточной успеваемости**

Контроль промежуточной успеваемости аспирантов осуществляется в форме кандидатского экзамена.

На оценку кандидатского экзамена влияет оценка за выполненные в процессе изучения дисциплины оценочные средства:

- индивидуальное задание.

Система формирования оценки кандидатского экзамена представлена в таблице 6.

Кандидатский экзамен проходит в форме устного ответа на вопросы:

– два вопроса основной программы;

– один вопрос дополнительной программы.

Список вопросов к кандидатскому экзамену по основной программе представлен в **приложении Г**. Вопросы дополнительной программы формируются и утверждаются перед кандидатским экзаменом на кафедре прикрепления аспиранта. Вопросы согласуются с темой диссертации аспиранта и отраслью защиты.

Таблица 6 – Система формирования оценки кандидатского экзамена

<b>Оценочное средство</b>	<b>Результаты освоения, виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя</b>	<b>Оценка результата</b>	<b>Процедура оценивания результата освоения с помощью оценочного средства*</b>
Индивидуальное задание	З(ПК2), У(ПК2), В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ ПД1, ФН1 ФН2 ЗПЗ	0	Не собран материал для отчета, не проведена обработка научной информации, не выполнены задания
		2	Теоретическая база темы приведена в недостаточном объеме. Текст не соответствует требованиям оформления. Аспирант при выполнении практических заданий продемонстрировал недостаточный уровень умений.
		3	Степень выполнения 50%. Раскрыта актуальность темы. Проблема исследования требует корректировки. Текст не полностью отражает теоретическую базу, ссылки на работы

Оценочное средство	Результаты освоения, виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя	Оценка результата	Процедура оценивания результата освоения с помощью оценочного средства*
			<p>российских и зарубежных авторов в небольшом количестве. Не проведена связь теоретических аспектов темы с практикой. Присутствуют замечания к оформлению текста и средств визуализации информации (иллюстрации, таблицы, схемы, графики и т. д.). Аспирант выполнил практические задания с существенными неточностями. В рамках собеседования аспирант показал достаточные знания материала, смог ответить не на все дополнительные вопросы.</p>
		4	<p>Степень выполнения 70%. Раскрыта актуальность темы. Сформулирована проблема исследования. Присутствует небольшое количество замечаний к оформлению текста и средств визуализации информации (иллюстрации, таблицы, схемы, графики и т. д.). Аспирант выполнил практические задания с небольшими неточностями. В рамках собеседования по теме реферата аспирант показал хорошие знания материала, смог ответить на дополнительные вопросы с небольшими неточностями, которые устранил при указании на них.</p>
		5	<p>Степень выполнения не менее 90%. Раскрыта актуальность темы. Самостоятельно сформулирована проблема исследования. Текст отражает теоретическую базу и есть ссылки на работы российских и зарубежных авторов. Показана взаимосвязь теоретических аспектов темы с российской (международной) практикой. Оформление без замечаний. Аспирант правильно выполнил практические задания. В рамках собеседования аспирант показал отличные знания материала, смог точно ответить на дополнительные вопросы.</p>
Вопросы к	З(ПК2), У(ПК2),	1	Нет ответов на поставленные вопросы,

Оценочное средство	Результаты освоения, виды профессиональной деятельности, трудовые функции и знания преподавателя	Оценка результата	Процедура оценивания результата освоения с помощью оценочного средства*
кандидатскому экзамену	В(ПК2); З(ПК3), У(ПК3), В(ПК3); КЭЗ ПД1, ФН1 ФН2 ЗПЗ		кандидатский экзамен не сдан
		2	Нет ответов на поставленные вопросы, кандидатский экзамен не сдан
		3	Нет ответов на вопросы, но есть отдельные фрагментарные знания по теме вопросов, кандидатский экзамен сдан
		4	Ответы на вопросы не полные, но раскрывающие основную их суть, кандидатский экзамен сдан
		5	Даны исчерпывающие ответы на вопрос, кандидатский экзамен сдан
<p>* 5 – результаты освоения достигнуты в полном объеме  4 – результаты освоения достигнуты в достаточном объеме  3 – результаты освоения достигнуты частично  1 и 2 – результаты освоения не достигнуты</p> <p>Оценка кандидатского экзамена = <math>(0,33 \cdot \text{оценка за первый вопрос основной программы} + 0,33 \cdot \text{оценка за второй вопрос основной программы} + 0,33 \cdot \text{оценка за вопрос дополнительной программы}) \cdot 1</math> (если среднеарифметическая оценочных средств более или равна 3), *0 (если среднеарифметическая оценочных средств менее 3). Дробное значение округляется до целого по правилам математики.</p>			

## 4 Ресурсное обеспечение дисциплины

### 4.1 Список основной учебной, учебно-методической, нормативной и другой литературы и документации

#### Основная литература:

- 1 Астафьев В. И., Радаев Ю. Н., Степанова Л. В. Нелинейная механика разрушения. Самара: Изд-во «Самарский университет», 2001
- 2 Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. Владивосток: Дальнаука, 1998
- 3 Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977
- 4 Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978
- 5 Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976
- 6 Горшков А. Г., Старовойтов Э. И., Тарлаковский Д. В. Теория упругости и пластичности. М.: Физматлит, 2002
- 7 Ивлев Д. Д. Механика пластических сред: Т. 1 Теория идеальной пластичности. М.: Физматлит, 2001

- 8 Ивлев Д.Д. Механика пластических сред:Т.2 Общие вопросы. Жесткопластическое и упругопластическое состояние тел. Упрочнение. Деформационные теории. Сложные среды. М.: Физматлит, 2002
- 9 Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д. Математическая теория пластичности. М.:Физматлит, 2001
- 10 Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974
- 11 Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975
- 12 Партон В. З., Морозов Е. М. Механика упругопластического разрушения. М.:Наука, 1985
- 13 Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979
- 14 Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения. М.: Наука, 1987
- 15 Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. М.: Наука, 1997
- 16 Седов Л. И. Механика сплошной среды. В 2-х томах. Санкт-Петербург: Изд-во «Лань», 2004
- 17 Селиванов В. В. Прикладная механика сплошных сред. В 3 томах. Том 2: Механика разрушения деформируемого тела. Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006

#### **4.2 Список дополнительной учебной, учебно-методической, научной и другой литературы и документации**

- 1 Амензаде Ю.А. Теория упругости. Учебник для университетов. Издую3-е, доп. М.:Высшая школа, 1974
- 2 Бреббия К., Уокер С. Применение метода граничных элементов в технике. М.: Мир, 1982
- 3 Бураго Н. Г. Вычислительная механика. М.: Изд-во МГТУ им Н. Э. Баумана, 2007
- 4 Годунов С. К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979
- 5 Горшков А. Г., Медведский А. Л., Рабинский Л. Н., Тарлаковский Д. В. Волны в сплошных средах. М.: Физматлит, 2004
- 6 Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989
- 7 Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990
- 8 Ключников В. Д. Математическая теория пластичности. М.: Изд-во МГУ, 1979
- 9 Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир, 1974
- 10 Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001
- 11 Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980
- 12 Мосолов П. П., Мясников В. П. Механика жесткопластических сред. М.: Наука, 1981
- 13 Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966
- 14 Новацкий В. К. Волновые задачи теории пластичности. М.: Мир, 1978
- 15 Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966
- 16 Садовский В. М. Разрывные решения в задачах динамики упругопластических сред. М.: Физматлит, 1997
- 17 Садовский В. М. Методы решения вариационных задач механики. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1998
- 18 Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989
- 19 Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979
- 20 Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1965

21 Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975

22 Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974

#### **4.3 Перечень программных продуктов, используемых при изучении дисциплины**

MS Office (Word, Excel, Power Point), MSC.Patran, Nastran, Marc.

#### **4.4 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: электронно-библиотечные системы, перечень профессиональных баз данных, перечень информационно-справочных систем**

1 Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM - <http://www.znanium.com/>

2 Электронные информационные ресурсы издательства Springer *Springer Journals*  
<https://link.springer.com>

3 Политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая база данных Web of Science (<http://apps.webofknowledge.com>)

4 Информационно-справочная система «Консультант плюс»

#### **4.5 Другие информационные ресурсы**

1 <http://en.edu.ru> - Естественнонаучный образовательный портал.

2 <http://www.school.edu.ru> - Российский общеобразовательный портал.

3 <http://uisrussia.msu.ru/is4/main.jsp> - Университетская информационная система России. База электронных ресурсов для исследований и образования в области экономики, социологии, политологии, международных отношений и других гуманитарных наук.

4 Nano Database (<https://nano.nature.com>) – база статических и динамических справочных изданий по наноматериалам и наноустройствам.

## 4.6 Материальное обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины представлено в таблице 8.

Таблица 8 – Материально-техническое обеспечение дисциплины

№ п/п	Наименование компонента программы аспирантуры	Наименование помещений	Оснащенность помещений	Местоположение помещений
<b>Специальные помещения и оборудование для реализации образовательного компонента программы аспирантуры, в том числе для проведения проведения учебных занятий по дисциплинам (модулям) в формах, устанавливаемых организацией; прохождения аспирантами практики. Специальные помещения и оборудование для проведение контроля качества освоения образовательного компонента посредством текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации</b>				
1	2.1.5 Механика деформируемого твердого тела	Компьютерный класс	Экран, мультимедиа проектор, персональные компьютеры	225 корпус 3

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

## (обязательное)

### Вопросы к вступительному испытанию

#### Программа вступительных испытаний в аспирантуру по направленности «Механика деформируемого твердого тела» (1.1.8)

##### 1 Механика и термодинамика сплошных сред

1.1. Понятие сплошной среды. Кинематика сплошной среды в переменных Эйлера и Лагранжа. Переход от координат Эйлера к координатам Лагранжа и обратно.

1.2. Деформация сплошной среды. Тензоры деформации Коши-Грина и Альманси, геометрический смысл компонент этих тензоров. Малые деформации и малые вращения среды. Условия совместности деформаций, формулы Чезаро.

1.3. Типы сил в механике сплошной среды: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы. Теория напряженного состояния, тензоры напряжений Коши и Пиолы-Кирхгофа. Геометрическая интерпретация напряженного состояния: круги Мора. Простейшие виды напряженных состояний.

1.4. Интегральная и дифференциальная форма законов сохранения массы, импульса, момента импульса и энергии.

1.5. Термодинамика сплошной среды. Работа, количество тепла, внутренняя энергия, температура и энтропия термодинамической системы. Первый и второй законы термодинамики.

##### 2 Теория упругости

2.1. Упругая деформация твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Закон Гука для изотропного и анизотропного твердого тела. Тензор упругих модулей. Упругие модули изотропного тела, их механический смысл.

2.2. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами-Митчелла в напряжениях. Постановка краевых задач математической теории упругости. Теорема существования и единственности решения. Принцип Сен-Венана.

2.3. Общие теоремы теории упругости и вариационные принципы. Теорема Клапейрона. Теорема Бетти. Теорема о минимуме потенциальной энергии деформаций (вариационный принцип Лагранжа). Теорема о минимуме дополнительной энергии (вариационный принцип Кастильяно).

2.4. Методы решения пространственных задач эластостатики. Действие сосредоточенной силы в неограниченной упругой среде. Тензор фундаментальных решений Грина. Задача Буссинеска.

2.5. Двумерные задачи эластостатики. Плоская деформация. Обобщенное плоское напряженное состояние. Функции напряжений Эри, краевая задача для функции напряжений. Метод комплексных потенциалов Колосова-Мусхелишвили. Примеры решений.

2.6. Теория тонких упругих пластин и оболочек. Основные гипотезы. Деформация срединной поверхности. Внутренние усилия и моменты. Граничные условия. Постановка задач теории пластин и оболочек. Безмоментная теория.

2.7. Температурные задачи теории упругости. Закон Дюамеля-Неймана. Система основных уравнений термоупругости. Методы решения задач термоупругости.

2.8. Динамические задачи теории упругости. Уравнения движения в форме Ламе. Типы упругих волн в неограниченной изотропной среде. Плоские гармонические волны.

### **3 Теория пластичности**

3.1. Пластическое деформирование твердых тел. Предел текучести. Остаточные деформации. Идеальная пластичность. Физические механизмы пластичности. Дислокации. Локализация пластических деформаций. Линии Людерса-Чернова.

3.2. Модели идеального упругопластического и жесткопластического тела. Критерий текучести и поверхность текучести в пространстве напряжений. Критерий Треска, критерий Мизеса. Геометрическая интерпретация условий текучести в пространстве главных напряжений.

3.3. Модели упрочняющегося упругопластического и жесткопластического тела. Параметр упрочнения и поверхность нагружения.

3.4. Теория пластического течения. Принцип Мизеса, постулат Друккера. Ассоциированный закон течения. Краевые задачи теории течения.

3.5. Теория предельного равновесия. Статическая и кинематическая теоремы теории предельного равновесия. Верхние и нижние оценки. Примеры.

3.6. Кручение призматического тела за пределом упругости. Предельное состояние при кручении. Поверхность напряжений как поверхность естественного ската. Аналогия Прандтля-Надаи.

3.7. Пластическое плоское деформированное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей. Характеристики. Свойства линий скольжения. Задача Прандтля о сдавливании штампа.

3.8. Деформационная теория пластичности Генки-Ильюшина. Метод упругих решений. Задача о толстостенной трубе под действием внутреннего давления.

3.9. Упругопластические волны в стержне. Ударное нагружение. Волна разгрузки. Остаточные деформации.

### **4 Теория вязкоупругости и ползучести**

4.1. Понятие о ползучести и релаксации. Кривые ползучести и релаксации. Простейшие модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Кельвина-Фойхта. Время релаксации.

4.2. Определяющие соотношения теории вязкоупругости. Ядра ползучести и релаксации.

4.3. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Методы решения краевых задач теории вязкоупругости: принцип соответствия Вольтерра, применение интегрального преобразования Лапласа.

4.4. Теории старения, течения, упрочнения и наследственности. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Определяющие соотношения.

### **5 Механика разрушения**

5.1. Понятие о разрушении и прочности тел. Общие закономерности и основные типы разрушения. Концентраторы напряжений. Критерии разрушения. Критерии длительной и усталостной прочности. Коэффициент запаса.

5.2. Скорость высвобождения энергии при продвижении трещины в упругом теле. Энергетический подход Гриффитса. Силовой подход в механике разрушения. Эквивалентность подходов в случае хрупкого разрушения. Формула Ирвина.

5.3. Двумерные задачи о трещинах в упругом теле. Коэффициенты интенсивности напряжений, методы их вычисления и оценки.

5.4. J-интеграл Эшелби-Черепанова-Райса и его инвариантность. Вычисление потока энергии в вершину трещины.

5.5. Локализованное пластическое течение у вершины трещины. Модель трещины Леонова-Панасюка-Дагдейла с узкой зоной локализации пластических деформаций.

### **6 Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела**

6.1. Метод конечных разностей. Типичные разностные схемы для параболических, эллиптических и гиперболических уравнений. Метод конечных разностей дифференциальных уравнений теории упругости.

6.2. Вариационный принцип минимума полной потенциальной энергии упругого тела. Методы Рэлея-Ритца и Бубнова-Галеркина в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии.

6.3. Метод конечных элементов в теории упругости. Пределы применимости метода конечных элементов.

6.4. Формула Соммильяны и метод граничных интегральных уравнений (метод граничных элементов).

6.5. Метод характеристик в двумерных задачах теории пластичности. Область влияния и область зависимости решения гиперболической краевой задачи.

6.6. Понятие о вычислительном эксперименте. Использование вычислительного эксперимента для решения задач механики деформируемого твердого тела.

### **Список литературы для подготовки к вступительному экзамену**

#### **Основная литература:**

1 Астафьев В. И., Радаев Ю. Н., Степанова Л. В. Нелинейная механика разрушения. Самара: Изд-во «Самарский университет», 2001

2 Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. Владивосток: Дальнаука, 1998

3 Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977

4 Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978

5 Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П.

Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976

6 Горшков А. Г., Старовойтов Э. И., Тарлаковский Д. В. Теория упругости и пластичности. М.: Физматлит, 2002

7 Ивлев Д. Д. Механика пластических сред: Т. 1 Теория идеальной пластичности.

М.: Физматлит, 2001

8 Ивлев Д. Д. Механика пластических сред: Т. 2 Общие вопросы. Жесткопластическое и упругопластическое состояние тел. Упрочнение. Деформационные теории. Сложные среды. М.: Физматлит, 2002

9 Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д. Математическая теория пластичности. М.: Физматлит, 2001

10 Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974

11 Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975

12 Партон В. З., Морозов Е. М. Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1985

13 Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979

14 Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения. М.: Наука, 1987

15 Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. М.: Наука, 1997

16 Седов Л. И. Механика сплошной среды. В 2-х томах. Санкт-Петербург: Изд-во «Лань», 2004

17 Селиванов В. В. Прикладная механика сплошных сред. В 3 томах. Том 2: Механика разрушения деформируемого тела. Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006

#### **Дополнительная литература**

1 Амензаде Ю. А. Теория упругости. Учебник для университетов. Изд-во 3-е, доп. М.: Высшая школа, 1974

- 2 Бреббия К., Уокер С. Применение метода граничных элементов в технике. М.: Мир, 1982
- 3 Бураго Н. Г. Вычислительная механика. М.: Изд-во МГТУ им Н. Э. Баумана, 2007
- 4 Годунов С. К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979
- 5 Горшков А. Г., Медведский А. Л., Рабинский Л. Н., Тарлаковский Д. В. Волны в сплошных средах. М.: Физматлит, 2004
- 6 Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989
- 7 Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990
- 8 Ключников В. Д. Математическая теория пластичности. М.: Изд-во МГУ, 1979
- 9 Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир, 1974
- 10 Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001
- 11 Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980
- 12 Мосолов П. П., Мясников В. П. Механика жесткопластических сред. М.: Наука, 1981
- 13 Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966
- 14 Новацкий В. К. Волновые задачи теории пластичности. М.: Мир, 1978
- 15 Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966
- 16 Садовский В. М. Разрывные решения в задачах динамики упругопластических сред. М.: Физматлит, 1997
- 17 Садовский В. М. Методы решения вариационных задач механики. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1998
- 18 Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989
- 19 Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979
- 20 Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1965
- 21 Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975
- 22 Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974

## **ПРИЛОЖЕНИЕ Б** **(обязательное)**

### **Перечень тем для самостоятельного изучения**

#### **Для отрасли – Физико-математические науки**

##### **Механика и термодинамика сплошных сред**

Понятие сплошного тела. Гипотеза сплошности. Физически и геометрически малый элемент. Деформация элемента сплошной среды. Два способа описания деформации сплошного тела. Координаты Эйлера и координаты Лагранжа. Переход от Эйлера к Лагранжу и обратно. Тензор деформации Коши-Грина. Геометрический смысл компонент тензора деформации Грина. Тензор деформации Альманси. Геометрический смысл компонент тензора деформации Альманси. Условия совместности деформаций. Формулировка условий совместности деформаций в цилиндрической и сферической системе координат. Вычисление тензора малых деформаций по заданному полю перемещений. Формулы Чезаро. Классификация сил в механике сплошных сред: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы. Тензоры напряжений Коши, Пиолы и Кирхгофа. Законы сохранения механики сплошных сред: уравнения баланса массы, импульса, момента импульса, кинетической, потенциальной и полной энергии. Термодинамические процессы и циклы. Термодинамические параметры состояния. Понятия о работе, теплоте, внутренней энергии, температуре и энтропии. Первый и второй законы термодинамики. Термодинамические потенциалы состояния. Общие формы определяющих соотношений механики сплошных сред. Физическая размерность. Анализ размерностей и П-теорема. Автомодельные решения. Примеры.

##### **Теория упругости**

Упругое деформирование твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Тензор упругих модулей. Частные случаи анизотропии: трансверсально изотропное и ортотропное упругое тело. Упругие модули изотропного тела. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами—Митчелла в напряжениях. Граничные условия. Постановка краевых задач математической теории упругости. Основные краевые задачи. Принцип Сен-Венана. Общие теоремы теории упругости: теорема Клапейрона, тождество взаимности, теорема единственности. Основные энергетические функционалы линейной теории упругости. Вариационные принципы теории упругости: принцип минимума полной потенциальной энергии, принцип минимума дополнительной энергии, принцип Рейснера. Теоремы Кастильяно. Теорема Бетти. Примеры. Действие сосредоточенной силы в неограниченной упругой среде. Тензор Грина. Граничные интегральные представления напряжений и перемещений. Формула Соммильяны. Общие представления решений уравнений теории упругости: представление Кельвина, представление Галеркина и представление Папковича—Нейбера. Нормальная нагрузка на границе полупространства (задача Буссинеска). Касательная нагрузка на границе полупространства (задача Черрути). Плоское напряженное и плоское деформированное состояние. Плоская задача теории упругости. Метод комплексных потенциалов Колосова—Мусхелишвили. Комплексное представление напряжений и перемещений. Уравнения плоской задачи теории упругости в полярных координатах. Смешанная задача для полуплоскости. Задача Гриффитса. Антиплоская деформация. Трещина антиплоского сдвига в упругом теле. Кручение и изгиб призматического тела (задача Сен-Венана). Теоремы о циркуляции касательного напряжения при кручении и изгибе. Центр изгиба. Задача о действии штампа с плоским основанием на полуплоскость. Контактная задача Герца. Теория тонких упругих пластин

и оболочек. Основные гипотезы. Полная система уравнений теории пластин и оболочек. Граничные условия. Постановка задач теории пластин и оболочек. Безмоментная теория. Краевые эффекты. Задача о круглой симметрично нагруженной пластине. Динамические задачи теории упругости. Уравнения движения в форме Ламе. Динамические, геометрические и кинематические условия совместности на волновом фронте. Свободные волны в неограниченной изотропной упругой среде. Общее решение в форме Ламе. Фундаментальное решение динамических уравнений теории упругости для пространства. Плоские гармонические волны. Коэффициенты отражения, прохождения и трансформации. Полное отражение. Поверхностные волны Релея. Волны Лява. Установившиеся колебания упругих тел. Частоты и формы собственных колебаний. Вариационный принцип Релея. Температурные задачи теории упругости. Уравнения термоупругости.

### **Теория пластичности**

Пластическое деформирование твердых тел. Предел текучести. Упрочнение. Остаточные деформации. Идеальная пластичность. Физические механизмы пластического течения. Понятие о дислокациях. Локализация пластических деформаций. Линии Людерса—Чернова. Идеальное упругопластическое тело. Идеальное жесткопластическое тело. Пространство напряжений. Критерий текучести и поверхность текучести. Критерии Треска и Мизеса. Пространство главных напряжений. Геометрическая интерпретация условий текучести. Условие полной пластичности. Влияние среднего напряжения. Упрочняющееся упругопластическое тело. Упрочняющееся жесткопластическое тело. Функция нагружения, поверхность нагружения. Параметры упрочнения. Законы связи между напряженным и деформированным состояниями в теории течения. Принцип Мизеса. Постулат Друккера. Ассоциированный закон пластического течения. Теория скольжения. Краевые задачи теории течения. Теоремы единственности. Вариационные принципы теории течения. Теория предельного равновесия. Статическая и кинематическая теоремы теории предельного равновесия. Верхние и нижние оценки. Примеры. Кручение призматического тела за пределом упругости. Предельное равновесие при кручении. Характеристики. Поверхность напряжений как поверхность постоянного ската. Песчаная аналогия. Разрывы напряжений. Песчано-мембранная аналогия Прандтля—Надаи для кручения идеально упругопластических тел. Пластическое плоское деформированное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей. Статически определяемые и неопределяемые задачи. Характеристики. Свойства линий скольжения. Методы решения основных краевых задач теории плоской пластической деформации. Задача Прандтля о вдавливании штампа. Пластическое плоское напряженное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей при условии пластичности Мизеса. Характеристики. Плоские упругопластические задачи теории идеальной пластичности. Двухосное растяжение толстой и тонкой пластин с круговым отверстием. Деформационные теории пластичности. Теория Генки. Теория малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина. Теорема о разгрузке. Метод упругих решений. Задача о толстостенной трубе из упрочняющегося материала. Упругопластические волны в стержне. Ударное нагружение. Волна разгрузки. Остаточные деформации. Критическая скорость удара.

### **Теория вязкоупругости и ползучести**

Понятие о ползучести и релаксации. Кривые ползучести и релаксации. Простейшие модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Фохта, модель Томсона. Время релаксации. Время запаздывания. Определяющие соотношения теории вязкоупругости. Ядра ползучести и релаксации. Непрерывные ядра и ядра со слабой особенностью. Термо-динамические ограничения на выбор ядер ползучести и релаксации. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Методы решения краевых задач теории вязкоупругости: принцип соответствия Вольтерры, применение интегрального преобразования Лапласа, численные методы. Теорема единственности. Вариационные

принципы в линейной вязкоупругости. Применение вариационного метода к задачам изгиба. Плоская задача о вдавливании жесткого штампа в вязкоупругую полуплоскость. Контакт вязкоупругих тел: аналог задачи Герца. Определяющие соотношения нелинейной теории вязкоупругости. Разложение Вольтерры—Фреше. Упрощенные одномерные модели. Теории старения, течения, упрочнения и наследственности. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Определяющие соотношения. Установившаяся ползучесть. Уравнения состояния деформируемых тел, находящихся в условиях установившейся ползучести. Постановка краевых задач. Вариационные принципы теории установившейся ползучести: принцип минимума полной мощности, принцип минимума дополнительного рассеяния. Установившаяся ползучесть и длительная прочность стержня. Неустановившаяся ползучесть. Определяющие уравнения теории неустановившейся ползучести. Вариационные принципы теории течения и теории упрочнения. Неустановившаяся ползучесть стержневой решетки. Устойчивость стержней и пластин из реономных материалов.

### **Механика разрушения**

Понятие о разрушении и прочности тел. Общие закономерности и основные типы разрушения. Концентраторы напряжений. Коэффициент концентрации напряжений: растяжение упругой полуплоскости с круговым и эллиптическим отверстиями. Феноменологические теории прочности. Критерии разрушения: деформационный, энергетический, энтропийный. Критерии длительной и усталостной прочности. Расчет прочности по допускаемым напряжениям. Коэффициент запаса прочности. Двумерные задачи о трещинах в упругом теле. Метод разложения по собственным функциям в задаче о построении асимптотик полей напряжений и перемещений у вершины трещины в упругом теле. Коэффициент интенсивности напряжений, методы его вычисления и оценки. Скорость высвобождения энергии при продвижении трещины в упругом теле. Энергетический подход Гриффитса в механике разрушения. Силовой подход в механике разрушения: модели Баренблатта и Ирвина. Эквивалентность подходов в случае хрупкого разрушения. Формула Ирвина.  $J$ -интеграл Эшелби—Черепанова—Райса и его инвариантность. Вычисление потока энергии в вершину трещины.  $JR$ -кривая. Динамическое распространение трещин. Динамический коэффициент интенсивности напряжений. Предельная скорость трещины хрупкого разрушения (теоретическая оценка и экспериментальные данные). Локализованное пластическое течение у вершины трещины. Оценка линейного размера пластической зоны у вершины трещины по Ирвину. Поле скольжения у вершины трещины нормального отрыва в идеально пластическом теле. Модель трещины Леонова—Панасюка—Дагдейла с узкой зоной локализации пластических деформаций. Кинетическая концепция прочности твердых тел. Формула Журкова. Кинетическая теория трещин. Рост трещин в условиях ползучести. Понятие об усталостном разрушении. Малоцикловая и многоцикловая усталость. Основные законы роста усталостных трещин. Понятие о поврежденности. Типы поврежденности. Математическое представление поврежденности. Параметр поврежденности Качанова—Работнова. Кинетические уравнения накопления поврежденности. Принцип линейного суммирования повреждений. Накопление повреждений в условиях ползучести.

### **Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела**

Метод конечных разностей. Типичные разностные схемы для параболических, эллиптических и гиперболических уравнений. Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений теории упругости. Вариационный принцип минимума полной потенциальной энергии упругого тела. Методы Релея—Ритца, Бубнова—Галеркина и градиентного спуска в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии. Метод конечных элементов в теории упругости. Пределы применимости метода конечных элементов. Формула Сомильяны и метод граничных интегральных уравнений (метод граничных элементов). Метод характеристик в двумерных задачах теории пластичности. Область определенности и область зависимости

решения гиперболической краевой задачи. Метод лучевых разложений для решения гиперболических задач теории пластичности и волновой динамики. Понятие о вычислительном эксперименте. Использование вычислительного эксперимента для решения задач механики деформируемого твердого тела.

## **Для отрасли – технические науки**

Краткий исторический обзор развития. Основные проблемы и практические приложения МДТТ в машиностроении, строительстве, судо- и авиационном и других отраслях. Различные свойства твердых, жидких и газообразных сред. Описание структуры реальных тел на макро, мезо и микроуровнях. Феноменологическое описание модели сплошной среды. Понятие о напряжениях, деформациях, перемещениях и их полях. Напряженное и деформированное состояние частицы тела. Лагранж и Эйлеровы способы описания движения и деформирования сплошной среды. Индивидуальная (полная) и местная производные по времени скалярных и векторных функций.

Элементы тензорного и векторного анализа. Индексные (тензорные) обозначения. Ранг тензора. Скаляры, векторы, диадики. Преобразование координат. Контравариантные векторы и тензоры. Метрический или фундаментальный тензор. Декартовы тензоры. Законы преобразования компонент декартовых тензоров. Сложение и умножение тензоров. Матрицы и действия над ними. Матричное представление вектора в трехмерном пространстве. Скалярное произведение вектора на тензор второго ранга и тензора на вектор. Симметрия матриц и тензоров. Главные значения и главные направления симметричных тензоров второго ранга. Характеристическое кубическое уравнение тензора и его инварианты. Тензорные поля и дифференцирование тензоров по скалярному аргументу. Дивергенция тензора. Теорема Остроградского для векторного и тензорного полей.

Многомерные евклидовы векторные пространства в линейной алгебре. Геометрическое представление в них тензоров второго ранга. Основы дифференциальной геометрии кривых линий и поверхностей в трехмерном декартовом пространстве. Формулы Френе и их обобщение для многомерных евклидовых пространств. Естественные уравнения кривых линий. Элементы дифференциальной геометрии поверхностей. Криволинейные координатные линии на поверхности, трехгранник Дарбу. Первая и вторая квадратичные формы поверхности, свойства ее кривизны.

Основные физико-механические свойства реальных сред (упругость, вязкость, пластичность), их влияние на сопротивление материалов деформированию и разрушению. Диаграммы деформирования и их аппроксимация при простых нагружениях. Влияние различных факторов (температуры, скорости деформирования либо нагружения, ползучести и релаксации, радиоактивного облучения, давления, цикличности и других физических воздействий) на параметры диаграмм деформирования.

### **Теория напряженного состояния**

Вектор напряжений на произвольной площадке. Его связь с тремя векторами напряжений на трех взаимно ортогональных площадках (формула Коши). Тензор напряжений как тривектор. Закон парности касательных напряжений и симметрия тензора напряжений. Вычисление компонент тензора напряжений при ортогональном преобразовании координат, общее определение тензора напряжений и его инвариантность. Главные оси и главные нормальные напряжения тензора. Характеристическое уравнение для определения главных напряжений. Инварианты тензора напряжений. Главные касательные напряжения. Геометрическая интерпретация тензора напряжений (эллипсоид напряжений Ламе, круги напряжений Мора, поверхность напряжений Коши). Параметр

вида напряженного состояния Надаи—Лоде. Тензор–девиатор напряжений и шаровой тензор. Их инварианты и модули. Модуль тензора напряжений. Интенсивность напряжений. Решение характеристического уравнения для определения главных напряжений в тригонометрической форме Кардана. Направляющие тензора. Простое и сложное нагружения. Напряжения на октаэдрических площадках. Угол вида напряженного состояния и его связь с параметром Надаи—Лоде. Векторное пространство напряжений Прагера и представление в нем тензора напряжений. Векторное шестимерное и пятимерное пространства напряжений Ильюшина и представление в них процессов нагружения частицы тела. Поле напряжений. Дифференциальные уравнения равновесия и движения частицы тела. Граничные и начальные условия Представления уравнений в криволинейных координатах (цилиндрических, сферических). Модель Коссера, понятие о моментных напряжениях. Тензоры напряжения Коши, Пиолы, Кирхгофа и Кессера.

### **Теория деформированного состояния**

Вектор перемещения. Относительное удлинение материального волокна и угловая деформация сдвига между ортогональными волокнами. Матрица больших конечных деформаций частицы Среды. Фундаментальное уравнение теории деформаций. Тензоры Лагранжа и Эйлера для малых и нелинейных конечных деформаций. Главные оси и главные деформации. Характеристическое уравнение для определения главных деформаций. Главные сдвиги. Модули тензоров. Круги деформаций Мора. Параметр вида деформированного состояния Надаи—Лоде. Процессы сложного и простого деформирования, тензор–девиатор и шаровой тензор малых нелинейных конечных деформаций. Направляющий тензор деформаций. Решение характеристического уравнения для определения главных деформаций в тригонометрической форме Кардана. Октаэдрические сдвиг и удлинение. Угол вида деформированного состояния и его связь с параметром Надаи—Лоде. Тензор малых линейных конечных деформаций Коши. Уравнения совместности линейных деформаций Сен-Венана. Тензор линейного поворота. Варианты теории малых нелинейных деформаций. Тензор скоростей деформаций. Векторное пространство деформаций Прагера и представление в нем тензора деформаций. Векторные шестимерное и пятимерное евклидовы пространства Ильюшина и представления в них процессов деформирования. Представление компонент тензоров деформаций в криволинейных координатах. Тензоры деформаций Грина и Альманси. Тензор дисторсии, понятие о тензоре изгиба-кручения.

### **Физические законы и постановки задач МДТТ**

Векторное уравнение движения сплошной Среды. Дивергенция тензора напряжений в декартовых координатах. Динамические уравнения Эйлера—Коши. Законы сохранения массы и механической энергии. Уравнения движения жидкости.

Процессы деформирования и нагружения в частице тела и их представление в шестимерном и пятимерном векторных пространствах. Основной постулат МДТТ-постулат макроскопической определмости. Законы термодинамики. Замкнутые системы уравнений МДТТ.

Постановка задач МДТТ при конечных и дифференциальных связях между напряжениями и деформациями. Постановка задач для некоторых сред со сложными свойствами.

### **Теория упругости**

Термодинамика упругого деформирования. Упругий потенциал и дополнительная работа. Формулы Грина. Законы Коши—Гука. Связи между напряжениями и деформациями для изотропной и анизотропной сред. Симметрия матрицы упругих постоянных. Частные виды упругой анизотропии. Формула Бетти. Удельные

потенциальная энергия деформации и удельная дополнительная работа линейно-упругого тела. Соотношение между напряжениями и деформациями при изменении температуры для изотропного тела. Основные уравнения теории упругости. Общая постановка задачи. Постановка задачи в напряжениях. Постановка задачи теории упругости в перемещениях. Дифференциальные уравнения равновесия и движения Ламе. Принцип смягчения граничных условий Сен-Венана. Общие решения дифференциальных уравнений Коши, Максвелла и Морера. Пространственные задачи теории упругости. Задача Буссинеска о действии сосредоточенной силы на полупространство. Задача Герца о сжатии упругих тел. Задача о вдавлении осесимметричного штампа. Распространение волн в неограниченной упругой среде. Кручение стержней. Полуобратный метод Сен-Венана. Гармоническое уравнение и краевое условие для функции кручения. Решение задачи о кручении в напряжениях. Уравнение Пуассона и краевое условие для функции напряжений Прандтля. Мембранная аналогия Прандтля. Задачи о кручении стержней эллиптического, треугольного и прямоугольного поперечных сечений: вариационные принципы теории упругости. Функционалы. Возможные перемещения и изменения напряженного состояния. Вариационные принципы Лагранжа минимума потенциальной и дополнительной энергии, обобщенный принцип минимума потенциальной энергии Васидзу, принцип Рейснера. Вариационные методы решения задач теории упругости Рэлея—Ритца, Лагранжа, Бубнова—Галеркина и др. Плоская задача теории упругости. Плоское напряженное состояние и плоская деформация. Основные уравнения в декартовых и полярных координатах. Метод решения плоских задач в напряжениях. Бигармоническое уравнение и граничные условия для функции напряжений. Частные решения плоских задач в декартовых и полярных координатах. Комплексное представление функций напряжений и компонент тензоров напряжений и деформации. Граничные условия. Решение частных задач. Численные методы решения задач теории упругости: метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод граничных интегральных уравнений и других

Упругие пластины. Основные гипотезы. Перемещение, деформации и напряжения в прямоугольных пластинах. Усилия и моменты. Дифференциальные уравнения равновесия прямоугольных пластин. Дифференциальное уравнение изогнутой поверхности пластины при действии поперечных и продольных сил. Граничные условия. Частный случай поперечного изгиба. Осесимметричный изгиб круглых пластин. Решение задач изгиба прямоугольных пластин Навье, Леви, Тимошенко. Гибкие упругие пластины. Применение вариационных и численных методов к расчету задач изгиба стержней и пластины. Потенциальная энергия. Вариационные уравнения и методы их решения. Упругие оболочки. Основные понятия и гипотезы. Элементы дифференциальной геометрии срединной поверхности оболочки. Деформации, напряжения, усилия и моменты в оболочках. Дифференциальные уравнения равновесия Безмоментная теория оболочки вращения. Основы теории пологих оболочек. Гибкие оболочки. Применение вариационных и численных методов к расчету оболочек.

### **Теория пластичности**

Условия пластичности Сен-Венана и Мизеса и их экспериментальная проверка в опытах Тейлора, Квини, А.М Жукова и других исследователей. Опыты Бриджмена по сжимаемости тел в области высоких давлений. Идеализация диаграмм деформирования и нагружения. Установления закона упрочнения материалов при простом (пропорциональном) нагружении Рошем и Эйхингером. Гипотеза квазиизотропии пластического материала. Опыты Ходкинсона, Вертгейна, Герстнера, Баушингера, Надаи—Лоде, Шмидта, Девиса, Ленского, Зубчанинова, Дегтярева, Васина и других по

установлению закономерностей пластического деформирования материалов при простом и сложном нагружении.

*Физические законы сред, обладающих свойством пластического течения.* Теории пластического течения Сен-Венана, Мизеса, Прандтля—Рейсса, Прагера, Прагера—Драккера. Ассоциированный закон пластического течения Мизеса.

*Физические законы пластически упрочняющихся сред.* Законы пластического упрочнения, теория малых упругопластических деформации Ильюшина. Теоремы теории малых упругопластических деформаций (о простом нагружении, о разгрузке, о единственности решения). Метод упругих решений и его разновидности (метод переменных параметров упругости, метод дополнительных деформации). Обобщение Ильюшиным теории пластического течения Сен-Венана—Мизеса на упрочняющиеся среды. Теория пластического упрочнения Прагера. Обобщение Хиллом теории пластического течения Прандтля—Рейсса на упрочняющиеся среды.

*Физические законы общей математической теории пластического течения.* Изображение начальных и мгновенных предельных поверхностей деформирования и нагружения в векторных пространствах. Соотношение общей теории пластического течения Мелана—Прагера. Теория течения с трансляционно-изотропным упрочнением Ишлинского—Кадашевича—Новожилова. Постулаты пластичности Драккера и Ильюшина. Принцип градиентальности.

*Физические законы математической теории процессов упругопластического деформирования и нагружения Ильюшина.* Векторные пространства тензоров и девiatorов напряжений и деформаций. Образы процессов деформирования и нагружения. Постулат макроскопической определенности. Постулат изотропии и принцип запаздывания векторных свойств материалов. Теории пластических процессов для траекторий малой кривизны и двухзвенных ломаных. Гипотеза локальной определенности. Гипотеза компланарности Ильюшина. Соотношения теории пластических процессов для траекторий средней кривизны Малого—Кравчука. Гипотезы малого кручения, ортогональности и обобщенный принцип градиентальности Зубчанинова.

*Физические законы общей математической теории пластичности.* О физических процессах в частице тела. Общие дифференциально-нелинейные определяющие соотношения в векторном пространстве деформаций. Случай плоской задачи. Общие дифференциально-нелинейные определяющие соотношения в векторном пространстве напряжений. Случай плоской задачи. Локальная размерность образа процесса. Постулат физической определенности. Определяющие функции и закономерности процессов пластического деформирования.

### **Теория вязкоупругости и ползучести**

Линейная теория вязкоупругости. Вязко упругое поведения материалов. Простейшие механические модели вязкоупругого поведения. Свойства ползучести и релаксации и их опытное изучение. Теория наследственности Больцмана—Вольтерра. Интегральная форма связи между напряжениями и деформациями. Ядра ползучести и релаксации. Определяющие соотношения в случае сложного напряженного состояния. Деформирование вязкоупругих материалов в температурных полях. Температурно-временная аналогия. Соотношения линейной теории термовязкоупругости. Методы решения квазистатических задач линейной теории вязко упругости: операторный метод, метод преобразования Лапласа, метод аппроксимации Ильюшина. Динамические задачи вязкоупругости. Методы решения задач о деформировании композитов как анизотропных

тел. Соотношения нелинейной теории вязкоупругости. Теория длительной прочности Ильюшина.

Неограниченная ползучесть материалов. Определяющие соотношения одномерной ползучести. Теории старения, течения, упрочнения. Кривые ползучести и изохронные кривые деформирования. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Определяющие соотношения при вязкопластических деформациях для начально-изотропного тела. Использование соотношений типа деформационной теории пластичности и теории пластического течения для определения составляющих деформаций ползучести. Постановка задач теории ползучести. Плоская задача. Вариационные принципы. Численные методы решения краевых задач ползучести и вязкоупругости.

### **Механика разрушения**

Вязкое и хрупкое разрушение. Феноменологическая теория прочности. Предельные поверхности разрушения изотропных и анизотропных сред. Механизмы вязкого и хрупкого разрушений. Линейная механика разрушения. Три независимых типа трещин. Поля и концентрация напряжений и деформаций в окрестности кончика трещины. Коэффициенты интенсивности напряжений. Концепция квазихрупкого разрушения Гриффитса, Ирвина, Орована. Устойчивое и неустойчивое развитие трещин. Критический коэффициент интенсивности. Область применения линейной теории.

Основы нелинейной механики разрушения. Пластическая зона в вершине трещины. Модель Леонова—Панисюка—Дагдейла. Деформационный джи-интеграл и критерий разрушения материала. Применение теории разрушения к задачам усталостного разрушения. Экспериментальные методы.

Определение характеристик трещиностойкости. Микромеханика разрушения.

### **Теория устойчивости**

Концепция устойчивости упругих и вязкопластических систем. Устойчивость упругих и упругопластических сжатых стержней. Решений Эйлера, Энгессера, Кармана. Концепция устойчивости Шенли. Постановка задач об устойчивости стержней за пределом упругости в догружающихся и разгружающихся конструкциях Ильюшина, Зубчанинова. Методы временных поддерживающих систем и упругопластической тренировки для повышения устойчивости конструкций. Выпучивание стержней за пределом упругости при продольном изгибе.

Теория устойчивости оболочек и пластины в пределах и за пределом упругости. Теория устойчивости Ильюшина. Ее обобщение на случай использования частных теорий пластичности при сложном нагружении. Теории устойчивости оболочек и пластины за пределом упругости Зубчанинова при сложном нагружении. Бифуркации оболочек и пластин в условиях ползучести. Выпучивание и устойчивость сжатых элементов конструкций в условиях ползучести.

**Механика композиционных материалов.**

### **Основы мезомеханики**

Механика армированного слоя. Микромеханика монослоя. Микромеханика упругих свойств монослоя. Микромеханика ползучести моно слоя. Микромеханика кратковременной и длительной прочности. Диссипативные свойства монослоя. Термоупругие свойства слоистых композитов. Диссипативные свойства слоистых композитов. Свойства конструкционных композиционных материалов.

Мезомеханика структурно-неоднородных сред. Мезомеханика разрушения. Физическая мезомеханика материалов. Мезомеханика функциональных материалов с

эффектом памяти формы. Структурно-аналитическая теория прочности Лихачева—Малинина. Структурно-аналитическая теория мезомеханики материалов.

### **Экспериментальная механика**

**Методы и средства экспериментальных исследований в механике твердого деформируемого тела.** Метод электротензометрии (виды тензорезисторов, схемы их размещения для одноосных и двухосных НДС, мостовая схема измерения, тензорезисторные преобразователи перемещений, сил, давлений, вибраций). Метод хрупких покрытий для исследования полей главных напряжений (канифольные, оксидные, эмалевые покрытия, область их применения). Метод координатных сеток (прямоугольные, касательные, окружные и комбинированные сетки, область их применения). Метод муаровых полос для измерения линейных и угловых перемещений на поверхности. Метод фотоупругости. Принцип действия прямого полярископа и кругового. Изохромы (полосы) и изоклина. Методы их разделения с помощью "белого" света, синхронного вращения анализатора и поляризатора, введения  $1/4$  волновых пластинок. Методы разделения на разности главных напряжений (метод, использующий измерение поперечных деформаций; метод наклонного просвечивания путем поворота относительно оси одного из главных напряжений, определяемых значением угла изоклины, вариационно-разностный метод решения уравнения равновесия задачи для ПНС (способ разности касательных напряжений). Метод оптически чувствительных покрытий и соответствующие схемы полярископов.

**Теория подобия и моделирования.** Виды соответствий. Методы определения масштабов физического моделирования. Метод анализа известных функциональных связей (уравнений) явления. Полное и приближенное моделирование. Частные случаи моделирования ПНС, действия массовых сил, кинематического и динамического по Определению масштабов моделирования на основе теории размерностей, основанной на л - теореме. Формулировка л-теоремы. Индикаторы и критерии подобия. Основные теоремы подобия.

## ПРИЛОЖЕНИЕ В (обязательное)

### Методические указания к выполнению индивидуального задания

Индивидуальное задание должно соответствовать теме диссертационного исследования. Предусматривается изучение вопросов с использованием теоретической технической литературы и информационно-телекоммуникационной сети Интернет (электронно-библиотечные системы).

Выполненное индивидуальное задание должно быть оформлено в виде пояснительной записки. Пояснительная записка (отчет) должна быть оформлена в соответствии с руководящим нормативным документом университета РД- 0132016 «Текстовые студенческие работы. Правила оформления» с использованием редакторов пакета Microsoft Office.

Отчет должен содержать следующее:

1 введение (обоснование выбора темы, ее актуальность, основные цели и задачи исследования в рамках специальности);

2 исследуемая проблема, оценка существующих в литературе основных теоретических подходов к ее решению, изложение собственного взгляда на проблему и пути ее решения и т.д.;

3 заключение (краткая формулировка основных результатов, полученных в ходе исследования).

4 результаты выполнения практических работ.

**Практическая работа №1** «Исследование объемного напряженного состояния в точке тела».

Напряженное состояние в точке тела задано девятью компонентами (рис. 1). Требуется:

1) определить и главные напряжения и проверить правильность их нахождения;  
2) определить положение одной из главных площадок (вычислить направляющие косинусы нормали к этой площадке);

3) определить положения двух других главных площадок (вычислить направляющие косинусы нормалей к этим площадкам);

4) показать на схеме нормали к главным площадкам. Числовые данные взять из табл. 1

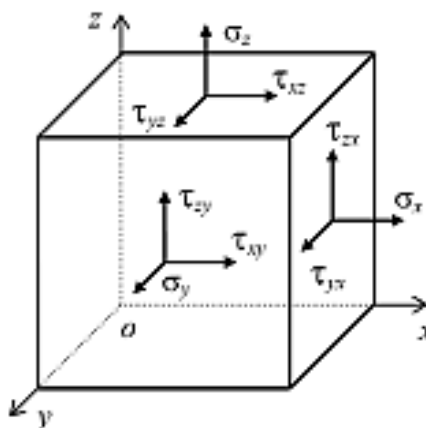


Рисунок 1

Варианты	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\tau_{xy}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$
1	30	-30	30	-30	30	-30
2	40	-40	40	-40	40	-40
3	50	-50	50	-50	50	-50
4	60	-60	60	-60	60	-60
5	70	-70	70	-70	70	-70
6	80	-80	80	-80	80	-80
7	90	-90	90	-90	90	-90
8	100	-100	100	-100	100	-100
9	110	-110	110	-110	110	-110
0	120	-120	120	-120	120	-120

**Практическая работа №2** «Аналитическое и численное решение задачи о равновесии упругих тел».

Реализуется в форме практической подготовки. Привести аналитическое и/или численное решение задачи. Численное решение выполняется, в том числе с помощью САЕ-систем.

Примеры заданий:

1. Одноосное сжатие стержня (3D);
2. Одноосное растяжение стержня под собственным весом (3D);
3. Одноосное сжатие стержня под собственным весом (2D);
4. Чистый изгиб стержня (3D);
5. Кручение стержня (круглое сечение) (3D);
6. Решить задачу Ламе (2D);
7. Чистый изгиб стержня (2D).
8. Изгиб прямоугольной пластины (3D)
9. Изгиб круглых пластинок и т.д

Задача и параметры выдаются преподавателем в соответствии с выбранной темой диссертации.

Отчет по выполнению задания должен содержать:

1. Выбор математической модели твердого тела
2. Граничные условия
3. Схему нагружения
4. Выбор метода(-ов) решения
5. Аналитический и/или численный расчет поставленной задачи.
6. Анализ и интерпретацию полученного решения
7. Последовательность и результат расчета в одном из пакетов программ инженерного анализа.

**Практическая работа №3 «Основные уравнения, методы решения задач и теоремы теории пластичности и ползучести».**

Задание 1. Толстое кольцо (внутренний радиус  $a$ , внешний  $b$ ) испытывает внутреннее равномерное радиальное давление  $p_a$ . Найти то значение  $p_a$  (предел пластического сопротивления кольца), при достижении которого вся труба вовлекается в пластическое состояние.

Задание 2. Найти кривую деформации обратной ползучести для стандартного линейного твердого тела при законе нагружения:  $\sigma_0$  при  $0 \leq t \leq 2t_0$  и при  $t > 2t_0$ .

Задание 3 Решение задачи чистого изгиба стержня в условиях ползучести.

**Практическая работа №4** «Аналитическое и численное решение задач теории пластичности».

Реализуется в форме практической подготовки. Привести аналитическое и/или численное решение задачи. Численное решение выполняется, в том числе с помощью САЕ-систем.

Задача и параметры выдаются преподавателем в соответствие с выбранной темой диссертации.

Примеры заданий:

1. Вдавливание плоского штампа в жесткопластическое полупространство.
2. Сжатие пластического слоя между двумя параллельными жесткими шероховатыми поверхностями (плитами).
3. Задача о нагружении толстостенной трубы внутренним давлением.
4. Тело с цилиндрической полостью, растягиваемое на бесконечности (решение Л.А. Галина).
5. Бесконечная пластинка с круговым отверстием, по контуру которого действует равномерное давление.
6. Растяжение полосы, ослабленной круговыми вырезами.
7. Кручение круглого стержня (вала) переменного диаметра.
8. Упругопластическое деформирование толстостенного цилиндра под действием переменного внутреннего давления и т.д

Отчет по выполнению задания должен содержать:

1. Выбор математической модели твердого тела
2. Граничные условия
3. Схему нагружения
4. Выбор метода(-ов) решения
5. Аналитический и/или численный расчет поставленной задачи.
6. Анализ и интерпретацию полученного решения
7. Последовательность и результат расчета в одном из пакетов программ инженерного анализа.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г (обязательное)

### Вопросы к кандидатскому экзамену (основная программа)

Список литературы для подготовки к кандидатскому экзамену указан в разделе 4 рабочей программы

1. Понятие сплошного тела. Гипотеза сплошности. Физически и геометрически малый элемент. Деформация элемента сплошной среды. Два способа описания деформации сплошного тела. Координаты Эйлера и координаты Лагранжа. Переход от Эйлера описания к Лагранжеву и обратно.

2. Тензор деформации Коши-Грина. Геометрический смысл компонент тензора деформации Грина. Тензор деформации Альманси. Геометрический смысл компонент тензора деформации Альманси. Условия совместности деформаций. Формулировка условий совместности деформаций в цилиндрической и сферической системе координат. Вычисление тензора малых деформаций по заданному полю перемещений. Формулы Чезаро.

3. Классификация сил в механике сплошных сред: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы. Тензоры напряжений Коши, Пиолы и Кирхгофа.

4. Законы сохранения механики сплошных сред: уравнения баланса массы, импульса, момента импульса, кинетической, потенциальной и полной энергии.

5. Термодинамические процессы и циклы. Термодинамические параметры состояния. Понятия о работе, теплоте, внутренней энергии, температуре и энтропии. Первый и второй законы термодинамики. Термодинамические потенциалы состояния. Общие формы определяющих соотношений механики сплошных сред.

6. Физическая размерность. Анализ размерностей и П-теорема. Автомодельные решения. Примеры.

7. Упругое деформирование твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Тензор упругих модулей. Частные случаи анизотропии: трансверсально изотропное и ортотропное упругое тело. Упругие модули изотропного тела.

8. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами—Митчелла в напряжениях. Граничные условия. Постановка краевых задач математической теории упругости. Основные краевые задачи. Принцип Сен-Венана.

9. Общие теоремы теории упругости: теорема Клапейрона, тождество взаимности, теорема единственности. Основные энергетические функционалы линейной теории упругости. Вариационные принципы теории упругости: принцип минимума полной потенциальной энергии, принцип минимума дополнительной энергии, принцип Рейснера. Теоремы Кастильяно. Теорема Бетти. Примеры.

10. Действие сосредоточенной силы в неограниченной упругой среде. Тензор Грина. Граничные интегральные представления напряжений и перемещений. Формула Сомильяны. Общие представления решений уравнений теории упругости: представление Кельвина, представление Галеркина и представление Папковича—Нейбера. Нормальная нагрузка на границе полупространства (задача Буссинеска). Касательная нагрузка на границе полупространства (задача Черрути).

11. Плоское напряженное и плоское деформированное состояние. Плоская задача теории упругости. Метод комплексных потенциалов Колосова—Мусхелишвили. Комплексное представление напряжений и перемещений. Уравнения плоской задачи

теории упругости в полярных координатах. Смешанная задача для полуплоскости. Задача Гриффитса.

12. Антиплоская деформация. Трещина антиплоского сдвига в упругом теле. Кручение и изгиб призматического тела (задача Сен-Венана). Теоремы о циркуляции касательного напряжения при кручении и изгибе. Центр изгиба.

13. Задача о действии штампа с плоским основанием на полуплоскость. Контактная задача Герца.

14. Теория тонких упругих пластин и оболочек. Основные гипотезы. Полная система уравнений теории пластин и оболочек. Граничные условия. Постановка задач теории пластин и оболочек. Безмоментная теория. Краевые эффекты. Задача о круглой симметрично нагруженной пластине.

15. Динамические задачи теории упругости. Уравнения движения в форме Ламе. Динамические, геометрические и кинематические условия совместности на волновом фронте. Свободные волны в неограниченной изотропной упругой среде. Общее решение в форме Ламе. Фундаментальное решение динамических уравнений теории упругости для пространства. Плоские гармонические волны. Коэффициенты отражения, прохождения и трансформации. Полное отражение. Поверхностные волны Релея. Волны Лява. Установившиеся колебания упругих тел. Частоты и формы собственных колебаний. Вариационный принцип Релея.

16. Температурные задачи теории упругости. Уравнения термоупругости

17. Пластическое деформирование твердых тел. Предел текучести. Упрочнение. Остаточные деформации.

18. Идеальная пластичность. Физические механизмы пластического течения. Понятие о дислокациях. Локализация пластических деформаций. Линии Людерса—Чернова.

19. Идеальное упругопластическое тело. Идеальное жесткопластическое тело. Пространство напряжений. Критерий текучести и поверхность текучести. Критерии Треска и Мизеса. Пространство главных напряжений. Геометрическая интерпретация условий текучести. Условие полной пластичности. Влияние среднего напряжения.

20. Упрочняющееся упругопластическое тело. Упрочняющееся жесткопластическое тело. Функция нагружения, поверхность нагружения. Параметры упрочнения.

21. Законы связи между напряженным и деформированным состояниями в теории течения. Принцип Мизеса. Постулат Друккера. Ассоциированный закон пластического течения. Теория скольжения. Краевые задачи теории течения. Теоремы единственности. Вариационные принципы теории течения.

22. Теория предельного равновесия. Статическая и кинематическая теоремы теории предельного равновесия. Верхние и нижние оценки. Примеры.

23. Кручение призматического тела за пределом упругости. Предельное равновесие при кручении. Характеристики. Поверхность напряжений как поверхность постоянного ската. Песчаная аналогия. Разрывы напряжений. Песчано-мембранная аналогия Прандтля—Надаи для кручения идеально упругопластических тел.

24. Пластическое плоское деформированное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей. Статически определимые и неопределимые задачи. Характеристики. Свойства линий скольжения. Методы решения основных краевых задач теории плоской пластической деформации. Задача Прандтля о вдавливании штампа. Пластическое плоское напряженное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей при условии пластичности Мизеса. Характеристики.

25. Плоские упругопластические задачи теории идеальной пластичности. Двухосное растяжение толстой и тонкой пластин с круговым отверстием. Деформационные теории пластичности. Теория Генки. Теория малых упругопластических

деформаций А.А. Ильюшина. Теорема о разгрузке. Метод упругих решений. Задача о толстостенной трубе из упрочняющегося материала.

26. Уругопластические волны в стержне. Ударное нагружение. Волна разгрузки. Остаточные деформации. Критическая скорость удара.

27. Понятие о ползучести и релаксации. Кривые ползучести и релаксации. Простейшие модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Фохта, модель Томсона. Время релаксации. Время запаздывания.

28. Определяющие соотношения теории вязкоупругости. Ядра ползучести и релаксации. Непрерывные ядра и ядра со слабой особенностью. Термо-динамические ограничения на выбор ядер ползучести и релаксации.

29. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Методы решения краевых задач теории вязкоупругости: принцип соответствия Вольтерры, применение интегрального преобразования Лапласа, численные методы. Теорема единственности.

30. Вариационные принципы в линейной вязкоупругости. Применение вариационного метода к задачам изгиба.

31. Плоская задача о вдавливании жесткого штампа в вязкоупругую полуплоскость. Контакт вязкоупругих тел: аналог задачи Герца.

32. Определяющие соотношения нелинейной теории вязкоупругости. Разложение Вольтерры—Фреше. Упрощенные одномерные модели.

33. Теории старения, течения, упрочнения и наследственности. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Определяющие соотношения.

34. Установившаяся ползучесть. Уравнения состояния деформируемых тел, находящихся в условиях установившейся ползучести. Постановка краевых задач. Вариационные принципы теории установившейся ползучести: принцип минимума полной мощности, принцип минимума дополнительного рассеяния. Установившаяся ползучесть и длительная прочность стержня.

35. Неустановившаяся ползучесть. Определяющие уравнения теории неустановившейся ползучести. Вариационные принципы теории течения и теории упрочнения. Неустановившаяся ползучесть стержневой решетки. Устойчивость стержней и пластин из реономных материалов.

36. Понятие о разрушении и прочности тел. Общие закономерности и основные типы разрушения. Концентраторы напряжений. Коэффициент концентрации напряжений: растяжение упругой полуплоскости с круговым и эллиптическим отверстиями.

37. Феноменологические теории прочности. Критерии разрушения: деформационный, энергетический, энтропийный. Критерии длительной и усталостной прочности. Расчет прочности по допускаемым напряжениям. Коэффициент запаса прочности.

38. Двумерные задачи о трещинах в упругом теле. Метод разложения по собственным функциям в задаче о построении асимптотик полей напряжений и перемещений у вершины трещины в упругом теле.

39. Коэффициент интенсивности напряжений, методы его вычисления и оценки.

40. Скорость высвобождения энергии при продвижении трещины в упругом теле. Энергетический подход Гриффитса в механике разрушения. Силовой подход в механике разрушения: модели Баренблатта и Ирвина. Эквивалентность подходов в случае хрупкого разрушения. Формула Ирвина.

41. Динамическое распространение трещин. Динамический коэффициент интенсивности напряжений. Предельная скорость трещины хрупкого разрушения (теоретическая оценка и экспериментальные данные).

42. Локализованное пластическое течение у вершины трещины. Оценка линейного размера пластической зоны у вершины трещины по Ирвину. Поле скольжения у вершины трещины нормального отрыва в идеально пластическом теле. Модель трещины Леонова—Панасюка—Дагдейла с узкой зоной локализации пластических деформаций.

43. Кинетическая концепция прочности твердых тел. Формула Журкова. Кинетическая теория трещин. Рост трещин в условиях ползучести. Понятие об усталостном разрушении. Малоцикловая и многоцикловая усталость. Основные законы роста усталостных трещин.

44. Понятие о поврежденности. Типы поврежденности. Математическое представление поврежденности. Параметр поврежденности Качанова—Работнова.

45. Кинетические уравнения накопления поврежденности. Принцип линейного суммирования повреждений. Накопление повреждений в условиях ползучести

46. Метод конечных разностей. Типичные разностные схемы для параболических, эллиптических и гиперболических уравнений. Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений теории упругости.

47. Вариационный принцип минимума полной потенциальной энергии упругого тела. Методы Релея—Ритца, Бубнова—Галеркина и градиентного спуска в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии.

48. Метод конечных элементов в теории упругости. Пределы применимости метода конечных элементов.

49. Формула Соммильяны и метод граничных интегральных уравнений (метод граничных элементов).

50. Метод характеристик в двумерных задачах теории пластичности. Область определенности и область зависимости решения гиперболической краевой задачи.

51. Метод лучевых разложений для решения гиперболических задач теории пластичности и волновой динамики.

52. Понятие о вычислительном эксперименте. Использование вычислительного эксперимента для решения задач механики деформируемого твердого тела.

