

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ.  
ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ  
ПОСТОЯННОГО ТОКА**

Утверждено в качестве учебного пособия  
Учёным советом Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего профессионального образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»

Под общей редакцией кандидата технических наук,  
доцента А. Ф. Сочелева

Комсомольск-на-Амуре  
2015

УДК 621.3.01(07)  
ББК 31.21я7  
Т338

***Рецензенты:***

Кафедра информационной безопасности, информационных систем и физики ФГБОУ ВПО «Амурский гуманитарно-педагогический государственный университет», и.о. зав. кафедрой кандидат педагогических наук, доцент Н. Я. Салангина;  
Р. Ф. Крупский, кандидат технических наук, доцент, начальник научно-производственного отдела филиала ПАО «Компания «Сухой» «КнААЗ им. Ю. А. Гагарина»

**Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи постоянного тока** : учеб. пособие / А. Р. Куделько, В. С. Саяпин, А. Ф. Сочелев, А. Н. Степанов ; под ред. А. Ф. Сочелева. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2013. – 76 с.  
ISBN 978-5-7765-1145-5

Приведены теоретические сведения, задачи и примеры их решения к разделу «Линейные цепи постоянного тока», которые могут быть использованы при чтении курса лекций, проведении практических и лабораторных занятий по курсам «ТОЭ», «Электротехника и электроника». Также материал будет полезен студентам при самостоятельной подготовке.

Пособие предназначено для студентов электротехнических направлений всех форм обучения.

УДК 621.3.01(07)  
ББК 31.21я7

ISBN 978-5-7765-1145-5

© ФГБОУ ВПО «Комсомольский-на-Амуре»  
государственный технический  
университет», 2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ .....	4
2. ИСТОЧНИКИ НАПРЯЖЕНИЯ И ИСТОЧНИКИ ТОКА. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИСТОЧНИКОВ .....	6
3. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НАГРУЗОК .....	8
4. ЗАДАЧИ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА .....	10
5. УРАВНЕНИЯ КИРХГОФА В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ АНАЛИЗА .....	10
6. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ АНАЛИЗА .....	12
7. МОДИФИЦИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ .....	16
7.1. Метод контурных токов .....	16
7.2. Метод наложения как частный случай метода контурных токов .....	18
7.3. Метод узловых потенциалов (напряжений) .....	19
7.4. Метод двух узлов как частный случай метода узловых потенциалов .....	21
7.5. Метод эквивалентного генератора .....	22
7.6. Метод пропорционального пересчёта .....	23
8. БАЛАНС МОЩНОСТЕЙ И ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ДИАГРАММА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ .....	23
9. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ .....	25
10. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ .....	38
10.1. Расчёт простейших электрических цепей по законам Ома и Кирхгофа с помощью эквивалентных преобразований нагрузок и источников .....	38
10.2. Расчёт методом эквивалентного генератора .....	52
10.3. Расчёт цепей методом контурных токов и узловых потенциалов .....	60
10.4. Потенциальная диаграмма в расчётах цепей .....	71
11. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ .....	72
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	73
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	74

## ВВЕДЕНИЕ

Практически все области деятельности современного общества развиваются на базе всё более широкого применения электротехники. Поэтому электротехническая подготовка студентов должна предусматривать достаточно подробное изучение вопросов теории и практики использования различных электроустановок. Умение решать задачи имеет одно из главных значений в изучении названного курса.

Кроме теоретического материала приведён достаточный перечень решённых и предложенных для решения задач, который отражает все темы раздела «Линейные электрические цепи постоянного тока» курса «Теоретические основы электротехники».

### 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

**Нагрузкой** называют преобразователь электрической энергии в другой её вид (механическую, химическую, тепловую и т.д.). Нагрузку на электрических схемах принято обозначать буквой  $R$ . Единица сопротивления (нагрузки) – ом (Ом). На электрических схемах нагрузку изображают в следующем виде (рис. 1).

**Источником** называют преобразователь механической, химической, тепловой и другой энергии в электрическую. Источник, генератор на электрических схемах принято обозначать буквой  $E$ . Единица – вольт (В). На электрических схемах его принято изображать в виде, представленном на рис. 2, а.

Нагрузки и источники называют **элементами** электрических цепей.

Элементы электрических цепей обладают **параметрами** ( $R, E, J$ ).

**Источник электродвижущей силы (ЭДС)** – это такой источник, который вырабатывает постоянную по величине ЭДС ( $E = \text{const}$ ) независимо от нагрузки. Такой источник называют идеальным.

Неидеальный (реальный) источник напряжения – это такой источник, у которого внутреннее сопротивление  $R_{\text{вн}}$  не равно нулю.

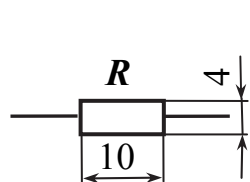


Рис. 1

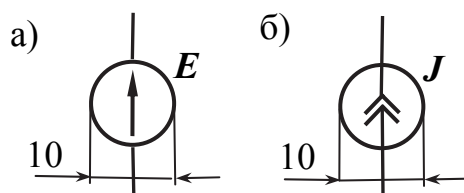


Рис. 2

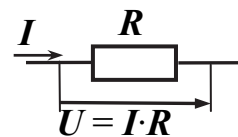


Рис. 3

**Источник тока** – это такой источник, который вырабатывает постоянную по величине силу электрического тока ( $J = \text{const}$ ) независимо от

нагрузки. Такой источник также называют идеальным. На электрических схемах его принято изображать в следующем виде (рис. 2, б).

Неидеальный (реальный) источник тока – это такой источник, у которого внутреннее сопротивление  $R_j$  не равно бесконечности.

**Напряжение**, падение напряжения, разность потенциалов принято на электрических схемах обозначать буквой  $U$ . Единица напряжения – вольт (В).

**Силу электрического тока**, электрический ток, ток обозначают буквой  $I$ . Единица тока – ампер (А).

Если по нагрузке  $R$  пропустить ток  $I$ , то на ней будет падать напряжение:  $U = I \cdot R$ . Это и есть **закон Ома** для ветви (рис. 3). Закон Ома можно записывать в одной из следующих форм:

$$U = I \cdot R; \quad R = \frac{U}{I}; \quad I = \frac{U}{R}.$$

Создадим замкнутую цепь (рис. 4). Ток в этой цепи можно определить по закону Ома:  $I = \frac{E}{R}$ .

**Электрическая цепь** – совокупность соединённых между собой источников и нагрузок, по которым могут протекать электрические токи.

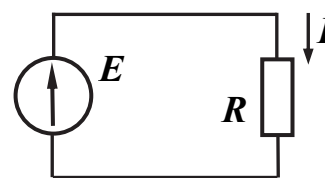


Рис. 4

**Электрическая схема** – графическое изображение электрической цепи на бумаге.

**Ветвь** – участок электрической цепи между двумя узлами, в котором все элементы соединены последовательно.

**Узел** – это точка, место, клемма, где соединяются две или более ветвей. Узел, объединяющий две ветви, называют устранимым, т.к. он находится внутри новой образованной ветви.

**Контур** – это любая замкнутая совокупность ветвей и узлов.

**Элементарный контур** – это такая замкнутая совокупность ветвей и узлов, внутри которой нет ветвей.

**Топология** цепи – это вид связей узлов и ветвей.

Цепь называют **линейной**, если входящие в её состав элементы (источники и нагрузки) обладают неизменными параметрами, т.е. их вольт-амперные характеристики есть прямые линии (рис. 5, 6).

Все характеристики нагрузок проходят через начало координат (см. рис. 5). У источников напряжения (см. рис. 6, а) и источников тока (см. рис. 6, б) характеристики не проходят через начало координат. Идеальные источники  $E$  и  $J$  имеют характеристики, изображённые прерывистыми линиями (см. рис. 6).

Смена направления тока в нагрузках ведёт к смене направления напряжения.

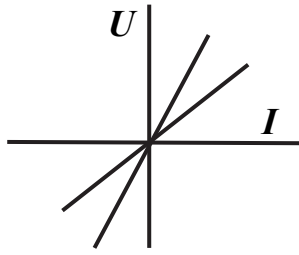


Рис. 5

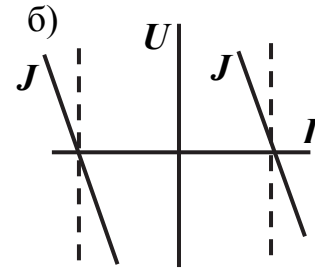
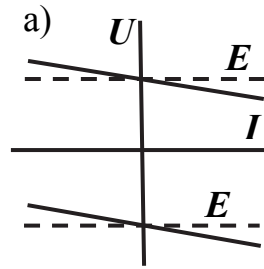


Рис. 6

Реальные источники ЭДС обладают характеристиками, расположенными в первом и втором или третьем и четвёртом квадрантах. Реальные источники тока обладают характеристиками, расположенными в первом и четвёртом или втором и третьем квадрантах. В первом и третьем квадрантах характеристики отражают генераторный режим, а во втором и четвёртом – двигательный.

## 2. ИСТОЧНИКИ НАПРЯЖЕНИЯ И ИСТОЧНИКИ ТОКА. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИСТОЧНИКОВ

В теории линейных электрических цепей в основном используют две разновидности источников. Это источники напряжения и источники тока (рис. 7). Источник напряжения (см. рис. 7, а) представляют совокупностью последовательно соединённых идеального источника ЭДС и внутреннего сопротивления, а источник тока (см. рис. 7, б) – совокупностью параллельно соединённых идеального источника тока и внутреннего сопротивления.

Докажем, что любому источнику с ЭДС  $E$  и внутренним сопротивлением  $R_B$  (см. рис. 7, а) может быть найден источник тока  $J$  с тем же внутренним сопротивлением  $R_B$  (см. рис. 7, б).

Если напряжение  $U$  и ток  $I$  в цепях (см. рис. 7) равны, то обведённые контуром части схем эквивалентны.

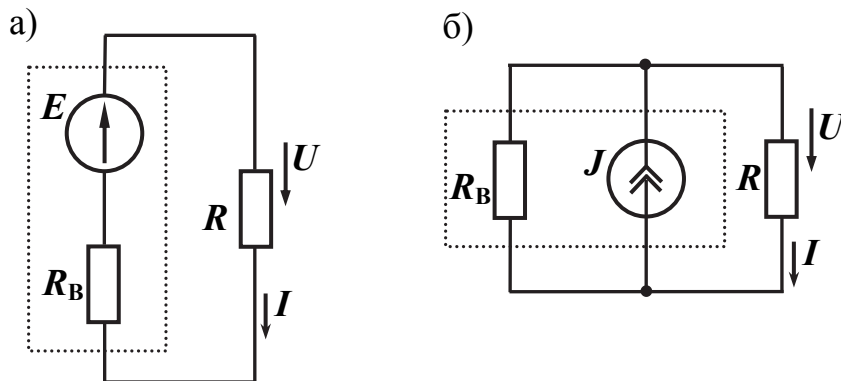


Рис. 7

Пусть сопротивления  $R_B$  в цепях (см. рис. 7) одинаковы. В цепи (см. рис. 7, а) ток можно определить по закону Ома:

$$I = \frac{E}{R + R_B}. \quad (1)$$

В цепи (см. рис. 7, б) ток равен  $I = \frac{U}{R}$ . С другой стороны,  $U = \frac{J \cdot R \cdot R_B}{(R + R_B)}$ , тогда

$$I = \frac{U}{R} = \frac{J \cdot R_B}{(R + R_B)}. \quad (2)$$

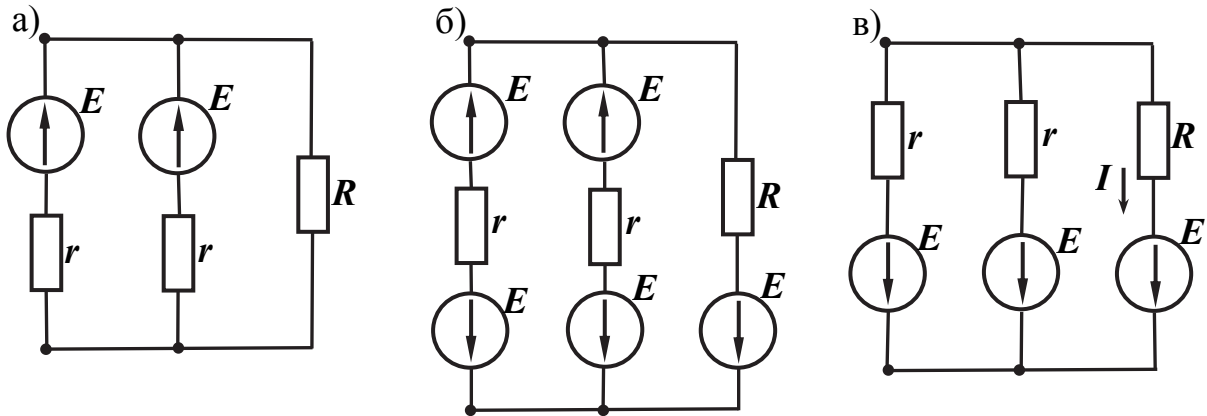


Рис. 8

Сравнивая формулы (1) и (2), можно убедиться, что  $E = J \cdot R_B$ . Это и есть условие эквивалентности источников.

Значит, доказано, что реальному источнику  $E$ ,  $R_B$  всегда можно найти реальный источник тока  $J$ ,  $R_B$ . Но идеальному источнику  $E$  нельзя найти идеальный эквивалентный источник  $J$ , т.к. внутренние сопротивления у них не могут быть одинаковыми ( $R_E = 0$ , а  $R_J = \infty$ ).

Кроме этого, в расчётах часто используют другие эквивалентные преобразования. Например, перенос источника за узел (рис. 8).

Схему (см. рис. 8, а) преобразуем в схему (см. рис. 8, в), для этого введём три одинаковых источника, как показано на рис. 8, б. Получили в двух параллельных ветвях два одинаковых источника противоположно направленных. Их можно исключить (см. рис. 8, в). В результате остался один источник, перенесённый за верхний узел.

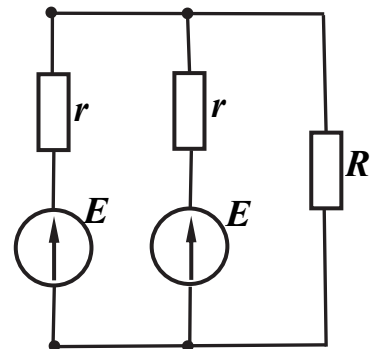


Рис. 9

Аналогично можно источник  $E$  (см. рис. 8, в) перенести за нижний узел и получить схему (рис. 9). Становится очевидным, что сделан обратный перенос. Схемы, представленные на рис. 8, а и рис. 9, одинаковы.

Можно проделать эквивалентные преобразования с левой схемой (рис. 10, а).

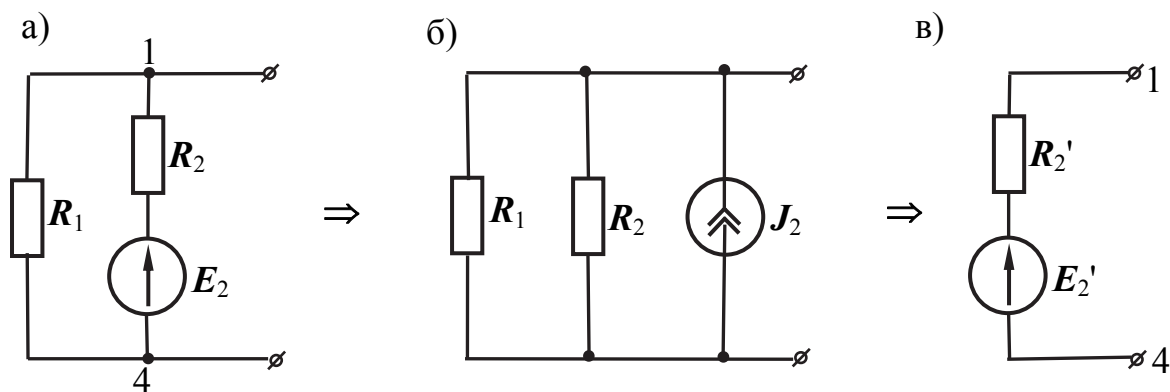


Рис. 10

Первым шагом преобразуем источник  $E_2$ ,  $R_2$  в источник  $J_2$ ,  $R_2$ , где  $J_2 = \frac{E_2}{R_2}$  (рис. 10, б).

Затем параллельные сопротивления заменим одним:  $R_2' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ .

Источник тока заменим источником ЭДС (рис. 10, в):  $E_2' = J_2 \cdot R_2'$ .

### 3. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НАГРУЗОК

В расчётах электрических цепей часто приходится осуществлять преобразования нагрузок, соединённых последовательно (см. рис. 8, а) или параллельно (рис. 11, б). При последовательном соединении двух или более нагрузок, например  $R_1$  и  $R_2$  (рис. 11, а), эквивалентное им сопротивление равно сумме составляющих:

$$R_{\text{эКВ}} = R_1 + R_2, \quad (3)$$

а при параллельном соединении (см. рис. 11, б) эквивалентная проводимость равна сумме проводимостей нагрузок:

$$\frac{1}{R_{\text{эКВ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad (4)$$

а для сопротивлений формула примет вид



$$R_{\text{экв}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

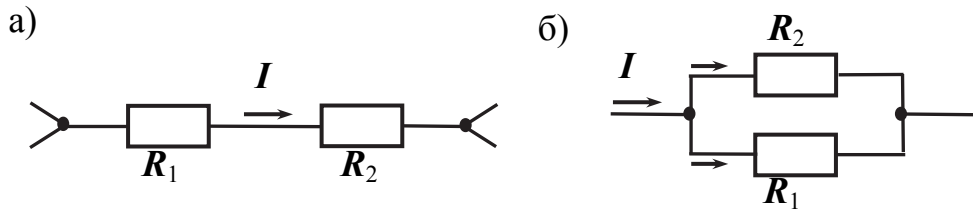


Рис. 11

Если последовательно или параллельно соединяется больше двух сопротивлений, то формулы (3) и (4) соответственно будут содержать в правой части столько слагаемых, сколько их соединяется:

$$R_{\text{экв}} = R_1 + R_2 + \dots + R_k + \dots + R_n,$$

$$\frac{1}{R_{\text{экв}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_k} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

В случае более сложного соединения нагрузок (рис. 12) используют эквивалентные преобразования «треугольника» (см. рис. 12, а) в «звезду» (см. рис. 12, б) или наоборот. Основным условием такой эквивалентной замены является то положение, при котором остальная часть схемы не изменяет своих режимов.

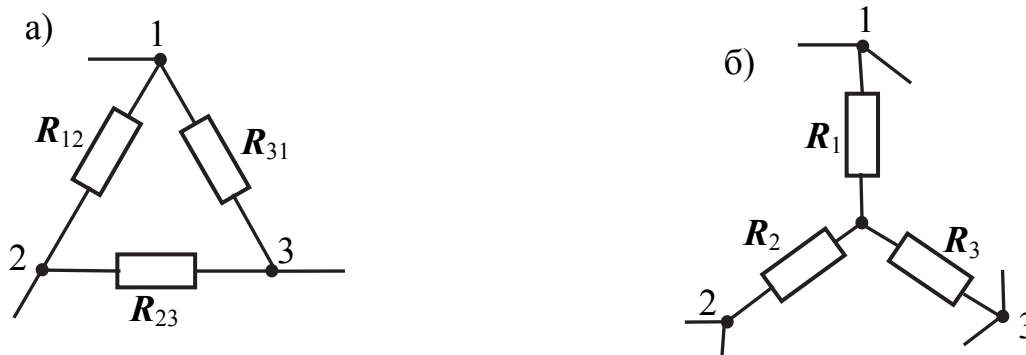


Рис. 12

Приведём здесь без вывода формулы эквивалентных замен «треугольника» в «звезду»:

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}.$$

Аналогично приведём формулы преобразований «звезды» в «треугольник»:

$$G_{12} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3}; \quad G_{23} = \frac{G_2 G_3}{G_1 + G_2 + G_3}; \quad G_{31} = \frac{G_3 G_1}{G_1 + G_2 + G_3}.$$

Для сопротивлений последние формулы примут вид

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}; \quad R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}; \quad R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}.$$

Существует и ещё более сложное соединение нагрузок: « $n$ -лучевые звезды», « $n$ -угольники». Здесь их рассматривать не будем. В случае необходимости их можно найти в [4].

#### 4. ЗАДАЧИ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА

Основной объём курса «Теоретические основы электротехники» посвящён решению **задач анализа**, которое заключается в том, чтобы по заданным топологиям электрических цепей и параметрам их источников и нагрузок определить токи ветвей. Задачи анализа однозначны.

Если заданы все источники  $E_K$  электрической цепи и нагрузки  $R_B$ , то в каждой ветви будет протекать свой ток, обусловленный совокупностью источников и нагрузок.

**Задачи синтеза** обратны задачам анализа: по заданным токам предполагаемых ветвей или каким-то характеристикам (откликам) необходимо восстановить (создать) электрическую цепь. Эта задача неоднозначна и имеет множество решений.

#### 5. УРАВНЕНИЯ КИРХГОФА В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ АНАЛИЗА

Первый закон (правило) Кирхгофа можно сформулировать двояко:

1. алгебраическая сумма токов, сходящихся в любом из узлов схемы, равна нулю:

$$\sum I_k = 0;$$

2. сумма подтекающих к узлу токов равна сумме вытекающих из узла токов:

$$\sum I_{II} = \sum I_B.$$

Второй закон Кирхгофа также можно сформулировать двояко:

1. алгебраическая сумма падений напряжений в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в том же контуре:

$$\sum_k I_k R_k = \sum_n E_n ;$$

2. алгебраическая сумма напряжений вдоль любого замкнутого контура равна нулю:

$$\sum U_k = 0.$$

Для решения задач анализа необходимо составить столько уравнений первого закона Кирхгофа, сколько цепь содержит узлов без одного ( $y - 1$ ), и столько уравнений второго закона Кирхгофа, сколько цепь содержит ветвей без числа уравнений первого закона:  $b - (y - 1)$ , где  $y$  – число узлов электрической цепи, а  $b$  – число ветвей цепи.

При составлении уравнений второго закона Кирхгофа необходимо стремиться выбирать элементарные контуры и помнить о том, чтобы в каждом следующем уравнении появлялась хотя бы одна новая ветвь, не вошедшая ни в одно из предыдущих уравнений.

Общее количество уравнений Кирхгофа должно соответствовать числу ветвей, которое будет соответствовать числу неизвестных токов.

### Расчёт токов ветвей по уравнениям Кирхгофа

Пусть дана схема (рис. 13), в которой заданы источники и нагрузки:  $E_1, E_4, J_2, R_1, R_2, R_3, R_4$ . Поставим задачу, определить:  $I_1, I_2, I_3, I_4$ .

Составим два уравнения первого закона Кирхгофа для узла  $a$  и  $c$  и два уравнения по второму закону Кирхгофа для элементарных контуров I и II. Получим систему уравнений

$$\begin{cases} I_2 - I_3 - I_4 = -J_2, \\ I_1 - I_2 = J_2, \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_1, \\ R_3 I_3 - R_4 I_4 = -E_4. \end{cases} \quad (5)$$

Преобразуем систему уравнений (5), подставив ток  $I_2$  из второго уравнения в первое и третье уравнения:

$$\begin{cases} I_2 - I_3 - I_4 = 0, \\ R_1 I_1 + R_2 (I_2 - J_2) + R_3 I_3 = E_1, \\ R_3 I_3 - R_4 I_4 = -E_4. \end{cases} \quad (6)$$

Известные величины второго уравнения системы (6) перенесём в правую часть:

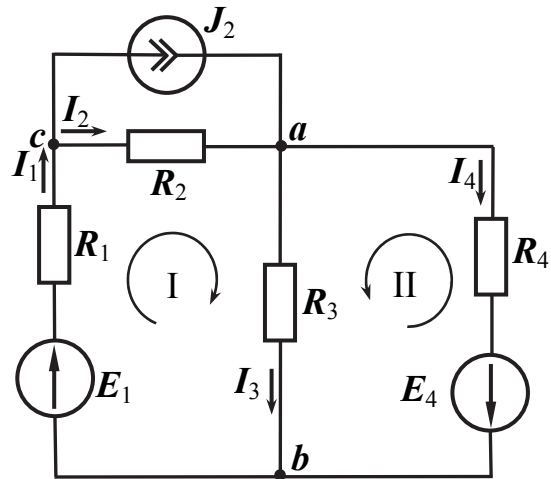


Рис. 13

$$\begin{cases} I_1 - I_3 - I_4 = 0, \\ (R_1 + R_2)I_1 + R_3I_3 + 0I_4 = E_1 + J_2R_2, \\ 0I_1 + R_3I_3 - R_4I_4 = -E_4. \end{cases} \quad (7)$$

Найдём главный определитель системы (7):

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_1 + R_2 & R_3 & 0 \\ 0 & R_3 & -R_4 \end{vmatrix} = -R_3R_4 - R_3(R_1 + R_2) - R_4(R_1 + R_2);$$

первое алгебраическое дополнение получим из главного определителя, заменяя первый столбец столбцом правой части системы (7):

$$\Delta 1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ E_1 + J_2R_2 & R_3 & 0 \\ -E_4 & R_3 & -R_4 \end{vmatrix} = -R_3(E_1 + J_2R_2) - R_3E_4 - R_4(E_1 + J_2R_2).$$

Решение для тока  $I_1$  будет иметь вид  $I_1 = \frac{\Delta 1}{\Delta}$ .

Аналогично, замещая столбцом правой части системы (7) второй столбец главного определителя, а потом третий, получим токи  $I_3$  и  $I_4$ :

$$I_3 = \frac{\Delta 2}{\Delta}; \quad I_4 = \frac{\Delta 3}{\Delta}.$$

Ток  $I_2$  найдём из второго уравнения системы (5):  $I_2 = I_1 - J_2$ . Таким образом, задача анализа для заданной цепи решена.

## 6. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ АНАЛИЗА

Так как уравнения Кирхгофа требуют задания топологии цепи, то появляется возможность формализации составления уравнений. Эта воз-

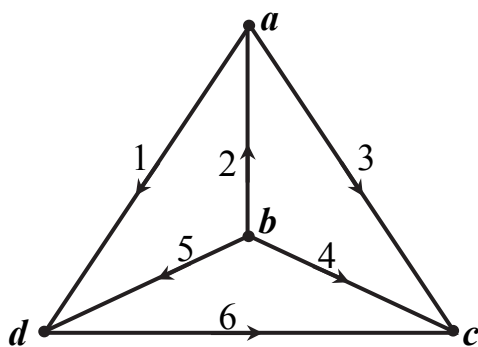


Рис. 14

можность может быть реализована с помощью направленных графов. Электрическую схему, содержащую 4 узла и 6 ветвей, формально представим линиями и точками, как показано на рис. 14. Введём определения из теории графов.

**Граф** – формальное изображение электрической цепи с помощью точек и линий. В теории графов **узел** – это вершина графа, **ветви** называют ребрами графа.

**Дерево графа** – такая совокупность ветвей и всех узлов графа, когда между двумя любыми узлами имеется только один путь. Оставшиеся ветви графа называют **ветвями связи**. Таких деревьев в графе несколько, например, для графа на рис. 14 показаны возможные деревья (на рис. 15 – утолщённые линии).

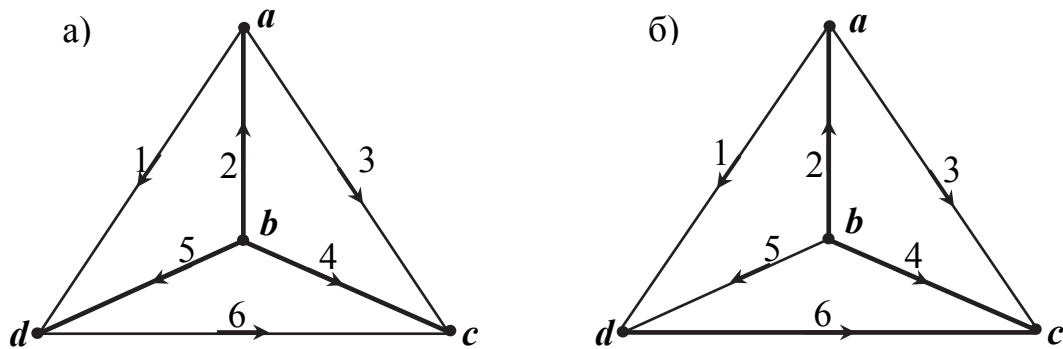


Рис. 15

**Планарный граф** – такой граф, который может быть изображён на плоскости.

Для получения формальной записи первого закона Кирхгофа воспользуемся матрицей инциденций (соединений). Составим эту матрицу.

Пусть задан граф (см. рис. 14), который содержит 6 ветвей и 4 узла. Матрицу соединений назовём матрицей  $\underline{A}$ . В этой матрице число строк равно числу узлов, а число столбцов равно числу ветвей:

$$\underline{A} = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline a & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ c & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ d & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}$$

Сформулируем правила заполнения этой матрицы. В месте пересечения строки и столбца ставится +1, если ветвь принадлежит узлу и ток входит в узел. Если ток выходит из узла, то ставится -1. Если ветвь не принадлежит узлу, то ставится 0.

Как следует из законов Кирхгофа, четвёртая строка матрицы  $\underline{A}$  новой информации не несёт, поэтому её можно исключить. В результате получим редуцированную матрицу  $\underline{A}_r$  (с вычеркнутой строкой).

$$\underline{A}_r = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline a & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ c & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}.$$

Введём матрицу-столбец искомых токов ветвей:

$$\underline{I} = (I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4 \ I_5 \ I_6)^T.$$

Если ввести нуль-матрицу размером, равным числу узлов без одного  $\underline{Q} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , то первый закон Кирхгофа может быть записан в матричной форме:

$$\underline{A}_r \cdot \underline{I} = \underline{Q}. \quad (8)$$

После выполнения действий с матрицей (8)

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

получим уравнения, которые соответствуют классическому представлению первого закона Кирхгофа:

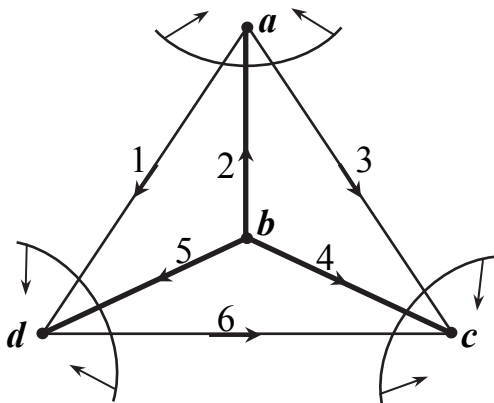


Рис. 16

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ -I_2 - I_4 - I_5 = 0, \\ I_3 + I_4 + I_6 = 0, \end{cases}$$

откуда видно, что формула (8) составлена правильно.

Выберем дерево графа (рис. 16, утолщённые линии). Для дерева удобно использовать внутренние ветви 2, 4, 5.

Составим матрицу главных сечений  $\underline{B}$ :

$$\underline{B} = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 2 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}.$$

Сечение графа называют **главным**, если оно пересекает только одну ветвь дерева. Тогда число главных сечений равно числу ветвей дерева. Направление сечений должно совпадать с направлением ветвей дерева. Эта матрица содержит число столбцов, равное числу ветвей графа, а число строк, равное числу ветвей дерева. Номера сечений совпадают с номерами ветвей дерева. Правила заполнения матрицы  $\underline{B}$  такие же, как матрицы  $\underline{A}$ , только принадлежность ветвей и узлов здесь рассматривается относительно сечений и ветвей.

Тогда первый закон Кирхгофа может быть записан в следующем виде:

$$\underline{B} \cdot \underline{I} = \underline{O}^I,$$

где  $\underline{O}^I$  – ноль-матрица-столбец размерностью, равной числу ветвей дерева графа;  $\underline{I}$  – матрица-столбец токов ветвей графа.

Составим матрицу главных контуров  $\underline{C}$  по дереву графа и ветвям связи (рис. 17):

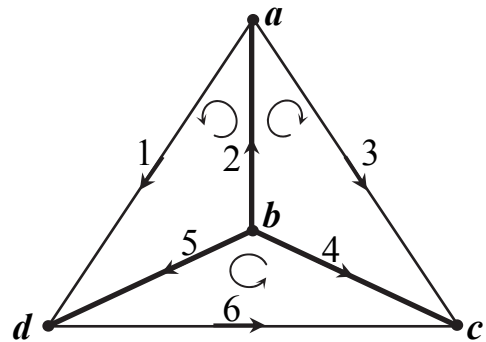


Рис. 17

$$\underline{C} = \begin{array}{c|cccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{array},$$

в ней число строк равно числу ветвей связи, а номера столбцов соответствуют номерам ветвей.

Контур называют **главным**, если он содержит только одну ветвь связи, а все остальные ветви должны быть ветвями дерева. Направления главных контуров совпадают с направлениями ветвей связи. Правила заполнения матрицы  $\underline{C}$  такие же, как и у матриц  $\underline{A}$  и  $\underline{B}$ , только они относятся к главным контурам и ветвям.

Введём матрицу-столбец напряжений ветвей графа:

$$\underline{U} = (U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \ U_5 \ U_6)^T.$$

Если ввести ноль-матрицу-столбец  $\underline{Q}^U$  размерностью, равной количеству ветвей связи, то второй закон Кирхгофа в матричной форме может быть записан в виде

$$\underline{C} \cdot \underline{U} = \underline{Q}^U.$$

## 7. МОДИФИЦИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

### 7.1. Метод контурных токов

Метод контурных токов предполагает составление и решение только уравнений второго закона Кирхгофа.

Пусть задана схема (рис. 18, а).

При расчёте цепей методом контурных токов источники тока преобразуют в эквивалентные источники ЭДС:  $E_2 = J_2 R_2$  (рис. 18, б).

При этом составим уравнения второго закона Кирхгофа:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2)I_1 + R_3I_3 = E_1 + E_2, \\ -R_3I_3 + R_4I_4 = E_4. \end{cases} \quad (9)$$

Введём понятие контурного тока  $I_{11}$  и  $I_{22}$ .

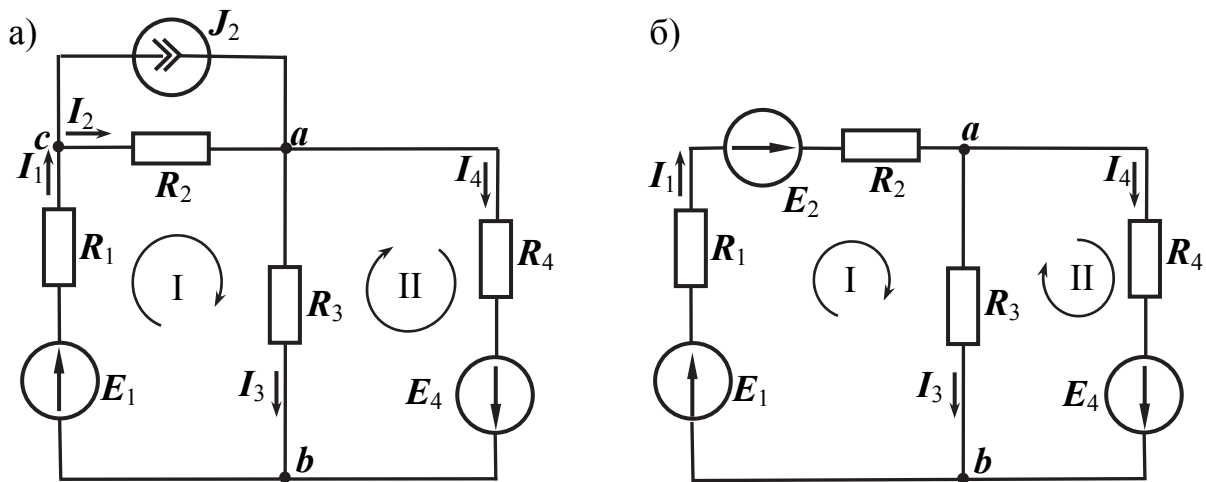


Рис. 18

**Контурным током** будем называть ток контура, численно равный току ветви, принадлежащей только данному контуру.

Проделаем вывод уравнений контурных токов. Учтём, что  $I_{11} = I_1$ , т.к. первая ветвь принадлежит только первому контуру, а  $I_{22} = I_4$ , тогда  $I_3 = I_{11} - I_{22}$ . С учётом введённых понятий система уравнений (9) примет вид



$$\begin{cases} (R_1 + R_2)I_{11} + R_3(I_{11} - I_{22}) = E_1 + E_2, \\ -R_3(I_{11} - I_{22}) + R_4I_{22} = E_4. \end{cases}$$

После преобразований система уравнений примет вид

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3)I_{11} - R_3I_{22} = E_1 + E_2, \\ -R_2I_{11} + (R_3 + R_4)I_{22} = E_4. \end{cases} \quad (10)$$

Введём понятия: контурное и межконтурное сопротивления, контурная ЭДС. Сумму всех сопротивлений, принадлежащих контуру, назовём **контурным сопротивлением**:  $R_{11} = R_1 + R_2 + R_3$ ;  $R_{22} = R_3 + R_4$ , а сопротивление, одновременно принадлежащее двум контурам, назовём **межконтурным сопротивлением**:  $R_{12} = R_{21} = -R_3$ . Причём если контуры ориентированы одинаково по отношению к часовой стрелке, то межконтурное сопротивление имеет знак минус. **Контурной ЭДС** назовём алгебраическую сумму всех ЭДС, принадлежащих контуру. Контурная ЭДС первого контура  $E_{11} = E_1 + E_2$ . Контурная ЭДС второго контура:  $E_{22} = E_4$ .

Система уравнений (10) примет вид

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} = E_{11}, \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} = E_{22}. \end{cases} \quad (11)$$

Главный определитель системы (11) имеет вид

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}.$$

Алгебраические дополнения

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_{11} & R_{12} \\ E_{22} & R_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} R_{11} & E_{11} \\ R_{21} & E_{22} \end{vmatrix}.$$

Контурные токи равны

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta}. \quad (12)$$

Уравнения (11) можно записать в матричной форме:

$\underline{R}_k \cdot \underline{I}_k = \underline{E}_k$ , где  $\underline{R}_k = \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{C}^T$  – матрица контурных сопротивлений, здесь  $\underline{C}$  – матрица главных контуров рассматриваемой схемы,

$$\underline{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

если за дерево графа принять ветвь с током  $I_3$ ,  $\underline{C}^T$  – транспонированная матрица  $\underline{C}$ :

$$\underline{C}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а диагональная матрица сопротивлений ветвей  $\underline{R}$  равна

$$\underline{R} = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 & 0 & 0 \\ 0 & R_3 & 0 \\ 0 & 0 & R_4 \end{pmatrix};$$

$\underline{I}_k$  – матрица-столбец контурных токов;  $\underline{E}_k$  – матрица-столбец контурных ЭДС.

В случае, когда схема содержит  $n$  контурных токов, уравнения (11) примут вид

$$R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + \dots + R_{1k}I_{kk} + \dots + R_{1n}I_{nn} = E_{11},$$

$$R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + \dots + R_{2k}I_{kk} + \dots + R_{2n}I_{nn} = E_{22},$$

.....

$$R_{k1}I_{11} + R_{k2}I_{22} + \dots + R_{kk}I_{kk} + \dots + R_{kn}I_{nn} = E_{kk},$$

.....

$$R_{n1}I_{11} + R_{n2}I_{22} + \dots + R_{nk}I_{kk} + \dots + R_{nn}I_{nn} = E_{nn}.$$

## 7.2. Метод наложения как частный случай метода контурных токов

Воспользуемся решением (12) для первого контурного тока:

$$I_{11} = \frac{\begin{vmatrix} E_{11} & R_{12} \\ E_{22} & R_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}} = \frac{E_{11}R_{22} - E_{22}R_{12}}{R_{11}R_{22} - R_{21}R_{12}}.$$

После преобразований имеем

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{E_{11}R_{22}}{R_{11}R_{22} - R_{21}R_{12}} - \frac{E_{22}R_{12}}{R_{11}R_{22} - R_{21}R_{12}} = I_1' + I_1''.$$

Частичные контурные токи  $I_1'$  и  $I_1''$ , т.е. токи, созданные  $E_{11}$  и  $E_{22}$ , в сумме составляют контурный ток  $I_{11}$ .

Это положение определяет принцип наложения, т.е. каждый источник в электрической цепи в каждой ветви создаёт свою составляющую электрического тока. В этом случае, например, заданную схему (рис. 19)

можно представить двумя подсхемами. Эти подсхемы рассчитываются, определяются составляющие токов и в конце расчётов эти составляющие суммируются. Здесь решение не приводим, а оставляем читателям для самостоятельного получения ответов.

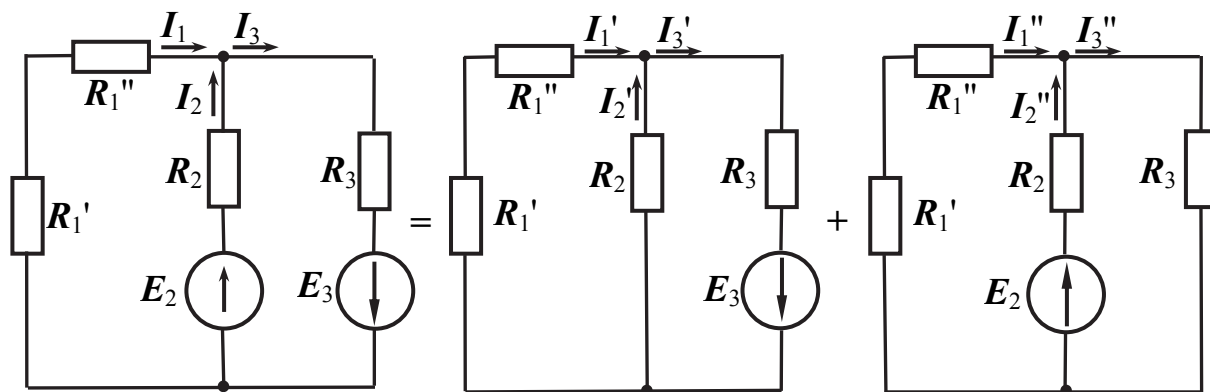


Рис. 19

Следует запомнить несколько главных положений:

- Каждый источник электрической цепи в каждой ветви создаёт свою составляющую электрического тока. Таким образом, в каждой ветви ток можно определить суммой подтоков, обусловленных всеми источниками цепи.
- Принцип независимости действия источников в цепи лежит в основе самого метода.
- Этот метод применим при малом количестве источников.

### 7.3. Метод узловых потенциалов (напряжений)

Методом узловых потенциалов составляются и решаются только уравнения первого закона Кирхгофа. В расчётах рекомендуется источники ЭДС преобразовать в эквивалентные источники тока. Метод эффективно используется тогда, когда мало узлов, но много ветвей. Если число уравнений первого закона Кирхгофа меньше числа уравнений второго закона Кирхгофа, то этот метод эффективен.

Найдём токи ветвей схемы (рис. 20), считая известными потенциалы узлов и проводимости ветвей. Предварительно преобразуем источник ЭДС

$E_5$  в эквивалентный ему источник тока  $J_5$  (рис. 21):  $J_5 = \frac{E_5}{R_5}$ .

$$I_1 = \frac{\varphi_1}{R_1} = \varphi_1 \cdot G_1,$$

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_2} = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot G_2,$$

$$I_3 = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot G_3,$$

$$I_4 = -\varphi_2 \cdot G_4,$$

$$I_5 = -\varphi_2 \cdot G_5.$$

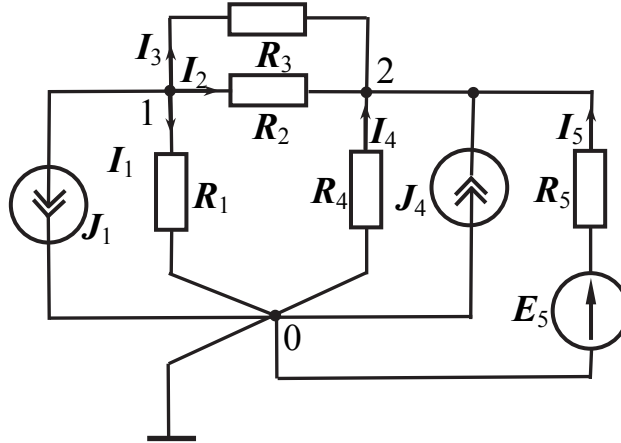


Рис. 20

Составим уравнения первого закона Кирхгофа для узлов  $1$  и  $2$ :

$$\begin{cases} I_1 + J_1 + I_2 + I_3 = 0, \\ -I_2 - I_3 - I_4 - J_4 - I_5 - J_5 = 0. \end{cases}$$

В полученные уравнения подставим заранее найденные токи:

$$\begin{cases} \varphi_1 G_1 + (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot G_2 + (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot G_3 = -J_1, \\ -(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot G_2 - (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot G_3 + \varphi_2 \cdot G_4 + \varphi_2 \cdot G_5 = J_4 + J_5. \end{cases} \quad (13)$$

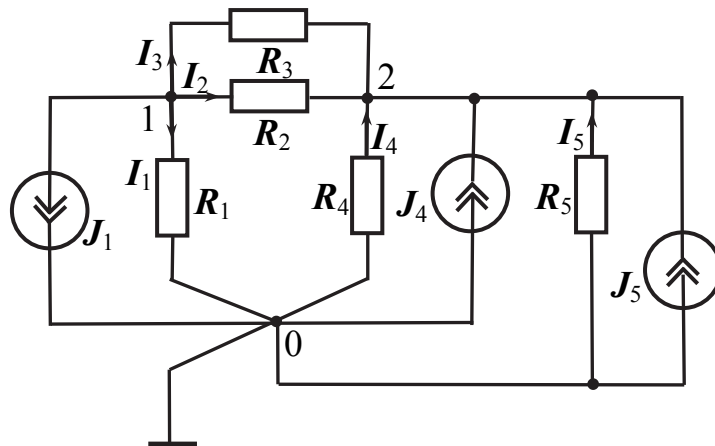


Рис. 21



## 7.5. Метод эквивалентного генератора

Если в электрической цепи необходимо определить ток только в одной из ветвей, то используют метод эквивалентного генератора. Метод основан на теореме о двухполюснике, в соответствии с которой любой активный двухполюсник  $A$  (рис. 22, а) можно представить реальным источником ЭДС  $E_{\Gamma}$  с внутренним сопротивлением  $R_{\Gamma}$  (рис. 22, б).

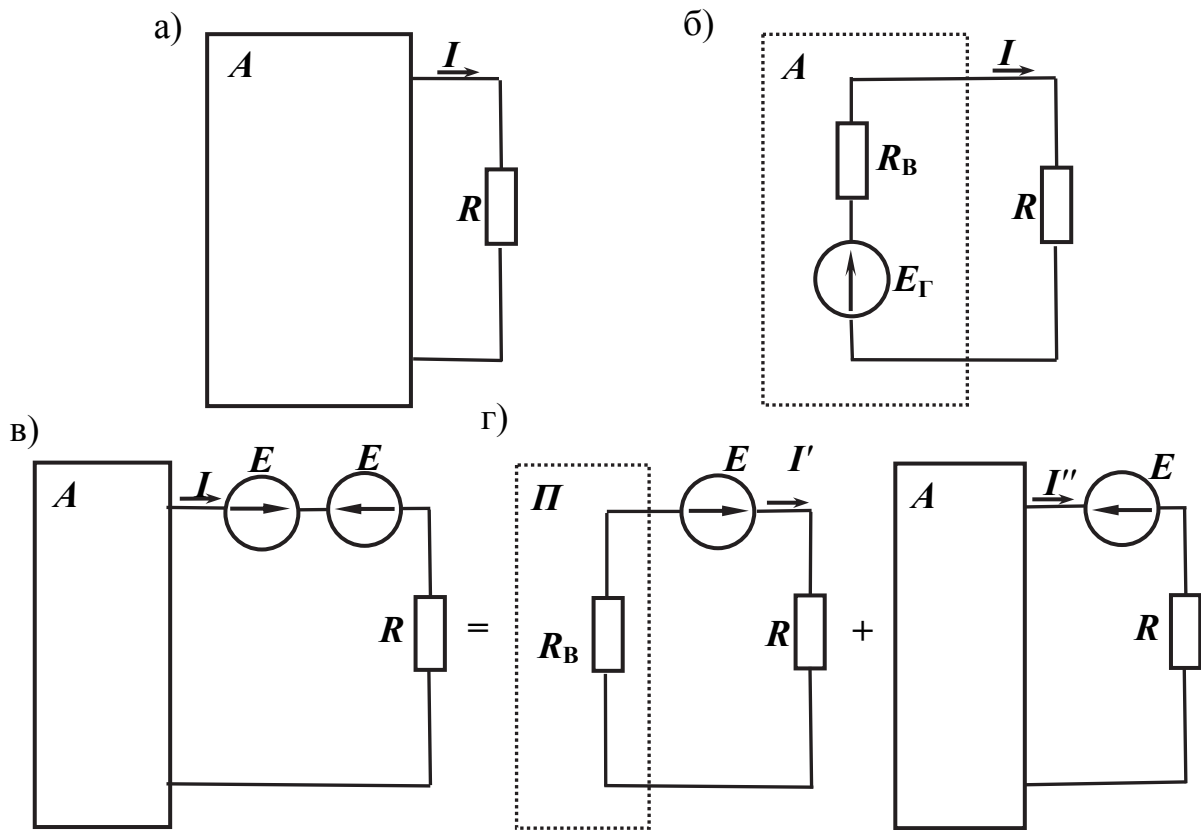


Рис. 22

Если в любой электрической цепи выделить ветвь с нагрузкой  $R$  и током  $I$  (см. рис. 22, а), а оставшуюся часть схемы назвать активным двухполюсником, то в соответствии с теоремой схема примет вид, изображённый на рис. 22, б. Найти этот ток не представляет труда.

Докажем теорему об активном двухполюснике. Для этого в выделенную ветвь введём два последовательно включённых источника  $E$  (рис. 22, в). При этом в схеме ничего не изменится, т.к. эти одинаковые источники включены встречно.

Далее применим метод наложения и представим схему двумя схемами (рис. 22, з). В схеме (см. рис. 22, з) выбрана величина ЭДС  $E$  такой, что  $I'' = 0$ , а это возможно только в том случае, если  $E = E_{\Gamma}$ , тогда в соответ-

ствии с принципом наложения  $I = I' + I''$ , т.е. истинный ток будет равен  $I = I'$  или после вычислений  $I = \frac{E_{\Gamma}}{R_B + R}$ .

Таким образом, любой активный двухполюсник можно заменить последовательно соединёнными  $R_B$  и  $E_{\Gamma}$ .

Для того чтобы определить  $E_{\Gamma}$  и  $R_B$ , достаточно проделать опыт холостого хода и короткого замыкания.

Опыт холостого хода позволяет определить ЭДС эквивалентного генератора:  $E_{\Gamma} = U_{xx}$ . Режим короткого замыкания позволяет вычислить внутреннее сопротивление:  $R_B = \frac{U_{xx}}{I_{кз}}$ .

## 7.6. Метод пропорционального пересчёта

Метод основан на принципе наложения и используется в том случае, если схема содержит один источник. В этом методе произвольно задаётся ток самой дальней ветви от источника. По закону Ома и законам Кирхгофа определяют расчётные значения ЭДС источника. Вычисляя отношение расчётного значения ЭДС к заданному значению, получают коэффициент пропорциональности:  $k = \frac{E_{\Gamma}}{E_u}$  и, умножая рассчитанные токи ветвей на этот коэффициент, получают их истинные значения.

## 8. БАЛАНС МОЩНОСТЕЙ И ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ДИАГРАММА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Все расчёты в электрических цепях проверяют балансом мощностей.

Баланс основан на законе сохранения и превращения энергии: **количество энергии, выработанной источниками, должно быть равно количеству энергии, потреблённой нагрузками.** Вместо энергии в балансе можно использовать мощность. Выработанная мощность всеми источниками должна быть равна суммарной мощности, расходуемой в нагрузках.

Баланс мощностей можно сформулировать так: алгебраическая сумма мощностей источников, должна быть равна арифметической сумме мощностей нагрузок. Если направление ЭДС и направление тока ветви не совпадают, то мощность этого источника в балансе мощностей берётся со знаком минус. В качестве примера составим баланс для схемы (рис. 23):

$$E_1 I_1 - E_4 I_4 + J_2 U_{ac} = U_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4.$$

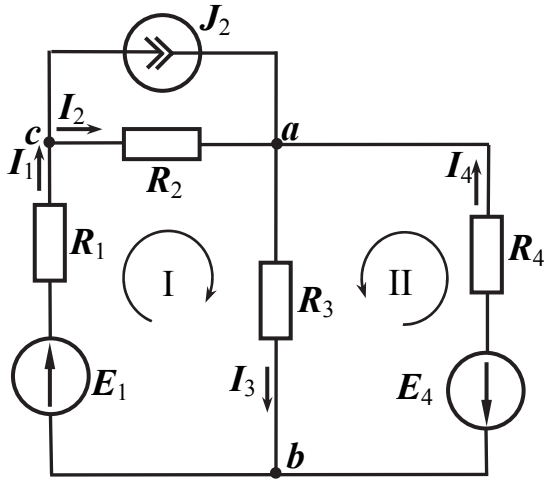


Рис. 23

Потенциальная диаграмма составляется для контуров схемы, а т.к. алгебраическая сумма падений напряжений контура равна нулю, то и в потенциальной диаграмме первый потенциал должен быть равен последнему потенциалу.

По потенциальной диаграмме можно определить невидимые потенциалы, находящиеся внутри нагрузок, и если этот потенциал важен, то его можно сделать внешним, разделив в нужной пропорции нагрузку. Пример возможной потенциальной диаграммы для внешнего контура схемы (рис. 24) представлен на рис. 25. Исходной информацией для потенциальной диаграммы являются потенциалы выбранных точек контура:

контура схемы (рис. 24) представлен на рис. 25. Исходной информацией для потенциальной диаграммы являются потенциалы выбранных точек контура:

$$\begin{aligned} \varphi_b = 0; \quad \varphi_c = \varphi_b + E_1; \quad \varphi_e = \varphi_c - I_1 R_1; \quad \varphi_f = \varphi_e + E_2; \quad \varphi_a = \varphi_f - I_1 R_2; \\ \varphi_d = \varphi_a - I_4 R_4; \quad \varphi_b = \varphi_d + E_4 = 0. \end{aligned}$$

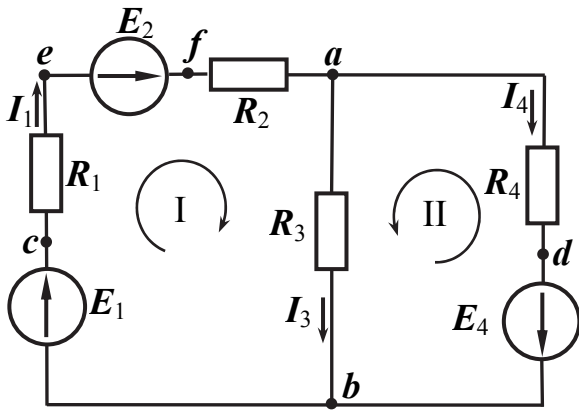


Рис. 24

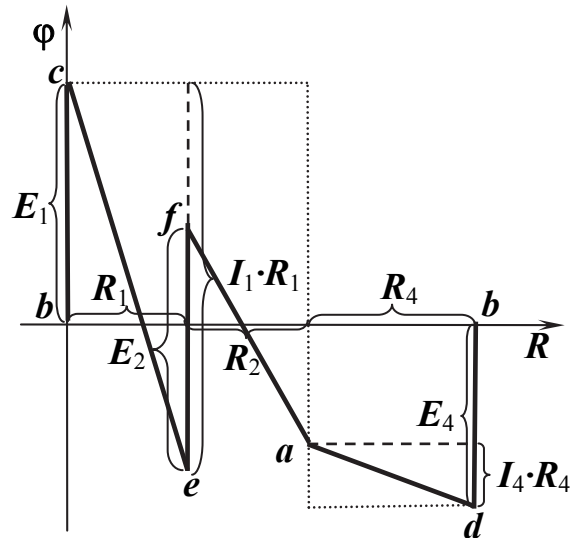


Рис. 25



## 9. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

**Задача 1.** Резисторы  $R_1$  и  $R_2$  ( $R_1 = 100$  Ом;  $R_2 = 120$  Ом) соединены параллельно. Последовательно с ними подключён резистор  $R_3 = 60$  Ом. Найти напряжение на зажимах цепи, если мощность, рассеиваемая на резисторе  $R_2$   $P_2 = 1,2$  Вт.

**Задача 2.** Три одинаковых сопротивления включены последовательно. Общее сопротивление цепи при этом равно 90 Ом. Определить сопротивление цепи при параллельном соединении этих сопротивлений.

**Задача 3.** Источник с  $U_{xx} = 6$  В и  $R_K = 2$  Ом работает с КПД 75 %. Определить напряжение на нагрузке и мощность нагрузки.

**Задача 4.** Источник ЭДС с  $E = 6$  В и  $R_{вн} = 2$  Ом необходимо заменить эквивалентным источником тока. Какими параметрами он должен обладать?

**Задача 5.** Источник постоянного тока с  $U_{xx} = 12$  В и  $R_K = 2$  Ом работает в режиме согласованной нагрузки. Определить мощность нагрузки.

**Задача 6.** В линии передачи постоянного тока  $U_1 = 110$  В,  $U_2 = 100$  В,  $I = 25$  А. При какой величине тока КПД линии составит 80 %?

**Задача 7.** К источнику с  $U_{xx} = 12$  В и  $I_K = 4$  А подключён резистор, который потребляет ток 1 А. С каким КПД работает источник?

**Задача 8.** В линии передачи постоянного тока  $U_1 = 120$  В,  $U_2 = 100$  В,  $P_2 = 10$  кВт. При какой мощности нагрузки ( $P_2 = ?$ ) напряжение  $U_2$  будет равно 110 В?

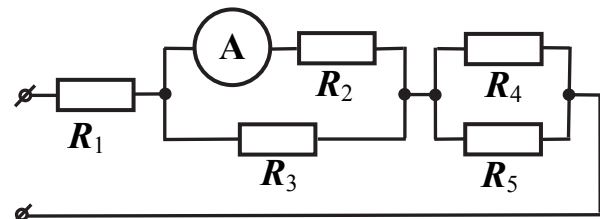


Рис. 26

**Задача 9.** Амперметр в схеме (рис. 26) регистрирует ток  $I_2 = 0,5$  А. Сопротивления резисторов равны  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 20$  Ом,  $R_4 = 40$  Ом,  $R_5 = 40$  Ом. Определить мощность, потребляемую цепью.

**Задача 10.** Определить сопротивление двухполюсника (рис. 27) относительно зажимов 1 и 2. Сопротивление резисторов  $R = 10$  Ом.

**Задача 11.** Определить показания приборов в цепи на рис. 28.

**Задача 12.** С помощью эквивалентных преобразований определить входной ток в цепи на рис. 29, если  $R = 30$  Ом и  $U = 40$  В.

**Задача 13.** Опытным путём был получен участок зависимости тока  $I$  на входе некоторого активного двухполюсника в функции от напряжения  $U$  на его зажимах (рис. 30). Определить напряжение холостого хода и внутреннее сопротивление этого двухполюсника.

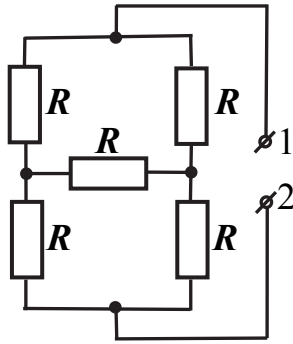


Рис. 27

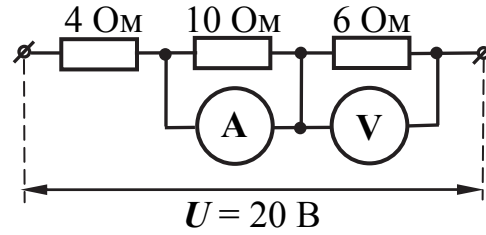


Рис. 28

**Задача 14.** Источник с  $U_{xx} = 8$  В и  $R_K = 2$  Ом работает с КПД  $\eta = 75\%$ . Определить мощность нагрузки.

**Задача 15.** Найти показания амперметра в цепи (рис. 31) до и после замыкания ключа, если  $E = 60$  В,  $R = 20$  Ом.

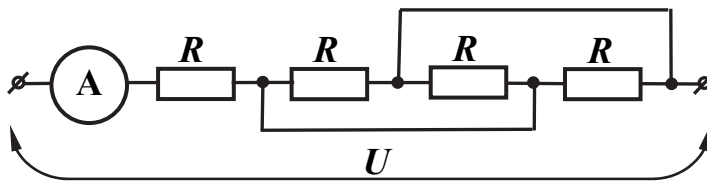


Рис. 29

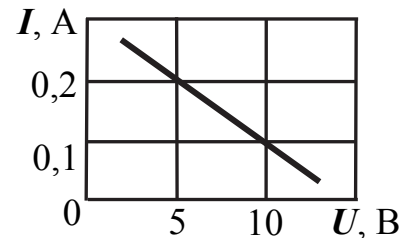


Рис. 30

**Задача 16.** Для цепи (рис. 32) определить ток  $I_0$ , если  $E_0 = 60$  В.

**Задача 17.** Чему будет равен ток  $I$  после замыкания ключа в схеме (рис. 33), если до замыкания ключа он был равен 1 А ( $R = 10$  Ом)?

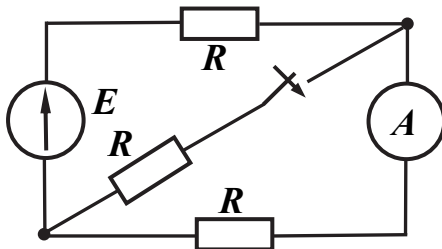


Рис. 31

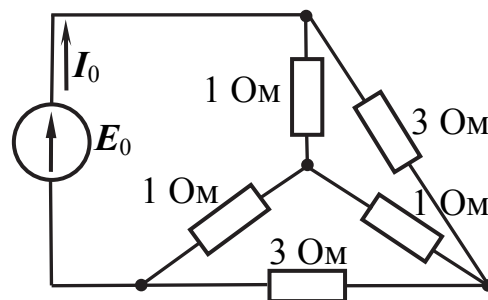


Рис. 32

**Задача 18.** Определить входное сопротивление относительно зажимов  $a$  и  $b$  в цепи на рис. 34, если  $R_1 = 3$  Ом,  $R_2 = 2$  Ом,  $R_3 = 2$  Ом,  $R_4 = 6$  Ом,  $R_5 = 2$  Ом,  $R_6 = 6$  Ом.

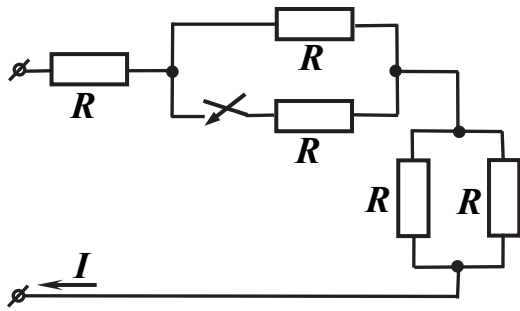


Рис. 33

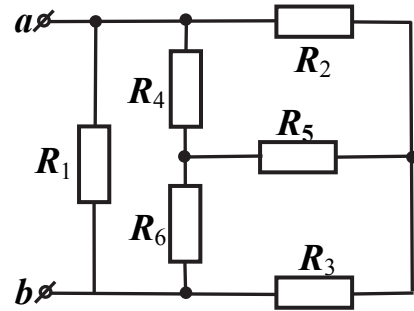


Рис. 34

**Задача 19.** Определить сопротивление цепи (рис. 35) относительно зажимов  $a$  и  $b$ , если сопротивление всех резисторов равно  $R$ , а величина источников ЭДС –  $E$ .

**Задача 20.** Какой ток покажет амперметр в цепи (рис. 36), если до замыкания ключа ток в цепи был равен 2 А?

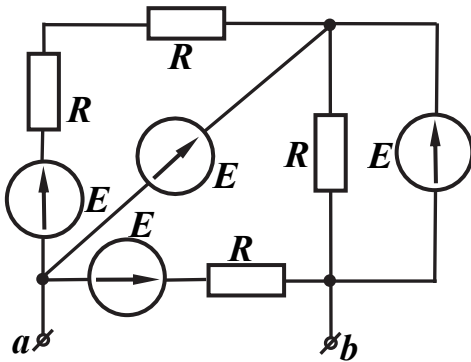


Рис. 35

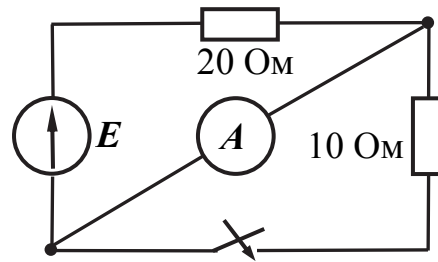


Рис. 36

**Задача 21.** В цепи (рис. 37)  $R_1 = 6$  Ом,  $R_2 = 9$  Ом,  $E = 30$  В. Определить показания приборов.

**Задача 22.** Определить ток  $I_2$  в схеме (рис. 38), если  $E = 2$  В,  $J = 1$  А,  $R_1 = R_2 = 2$  Ом.

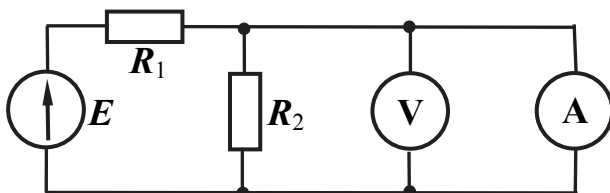


Рис. 37

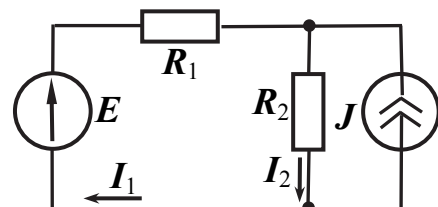


Рис. 38

**Задача 23.** Чему равно внутреннее сопротивление идеального источника ЭДС и идеального источника тока?

**Задача 24.** Определить входное сопротивление  $R_{ab}$  для цепи (рис. 39).

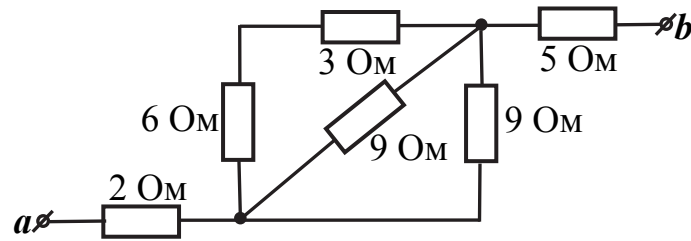


Рис. 39

**Задача 25.** Определить показание вольтметра  $U_V$  в схеме (рис. 40).

**Задача 26.** Определить мощность нагрузки линии передачи постоянного тока, если напряжение на входе и выходе линии  $U_1 = 230$  В,  $U_2 = 220$  В, а сопротивление проводов составляет 2 Ом. Чем отличается режим согласованной нагрузки от режима максимальной мощности?

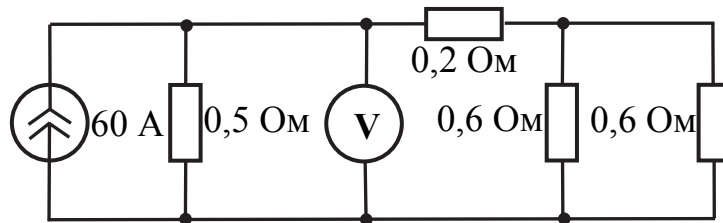


Рис. 40

**Задача 27.** Определить показания вольтметра в цепи (рис. 41).

**Задача 28.** Определить показания приборов в цепи (рис. 42), если  $U = 6$  В,  $R = 3$  Ом.

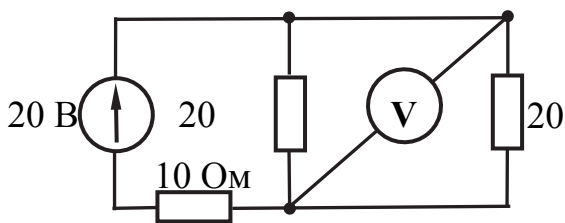


Рис. 41

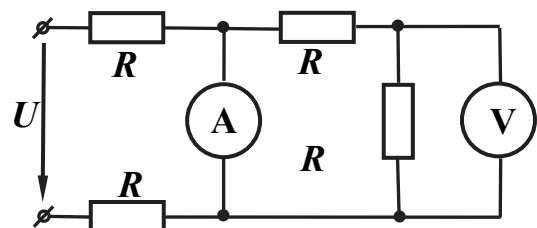


Рис. 42

**Задача 29.** Для цепи (рис. 43) составить граф, выделить дерево графа, записать матрицы главных сечений и контуров и сформировать систему уравнений для расчёта цепи методом контурных токов.

**Задача 30.** Для схемы цепи, изображённой на рис. 43, составить граф, выделить дерево графа, записать матрицы главных сечений и конту-

ров и сформировать систему уравнений для расчёта цепи методом узловых потенциалов.

**Задача 31.** Определить показания приборов в цепи (рис. 44), если  $U = 100$  В,  $R = 25$  Ом,  $R_V = \infty$ .

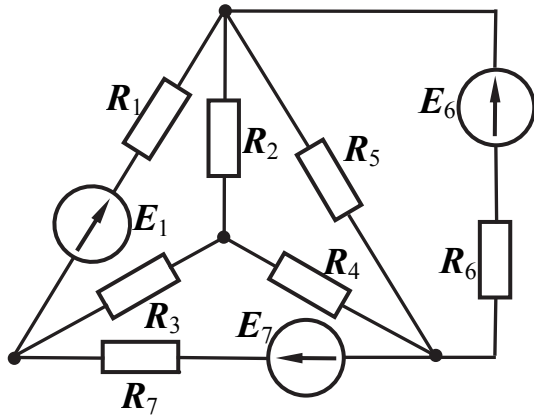


Рис. 43

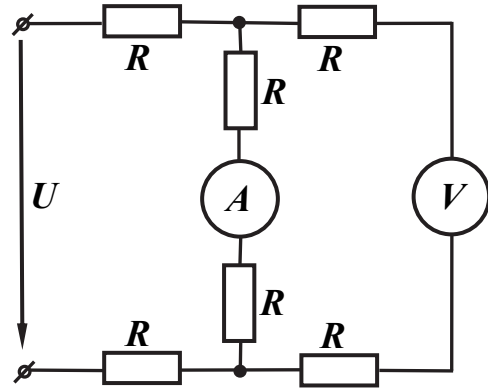


Рис. 44

**Задача 32.** Определить показания приборов в цепи (рис. 45), если ЭДС источника  $E = 30$  В, а сопротивления  $R_1 = 6$  Ом,  $R_2 = 9$  Ом.

**Задача 33.** Дано:  $E_1 = 5$  В;  $E_2 = 7,5$  В;  $R_1 = R_2 = 5$  Ом;  $J_k = 1$  А. Найти все токи в цепи (рис. 46) и рассчитать баланс мощностей.

**Задача 34.** В цепи (см. рис. 46) вместо источника тока подключить сопротивление  $R$ , значение которого неизвестно. Найти, при каком значении  $R$  ток через резистор  $R_2$  будет равен  $0,75$  А.

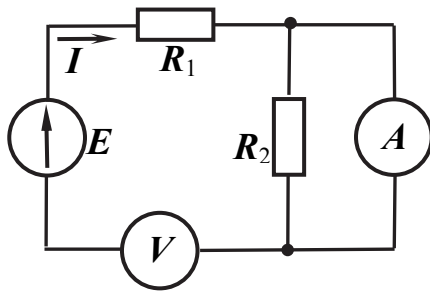


Рис. 45

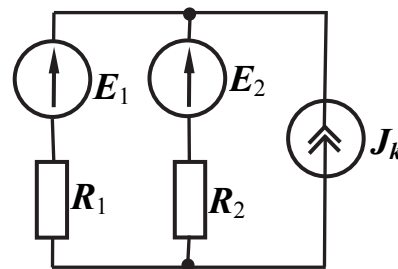


Рис. 46

**Задача 35.** Для цепи, параметры которой указаны на рис. 47, определить  $E$ , если ток  $I = 30$  А.

**Задача 36.** Номинальные данные резисторов (рис. 48):  $R_1 = 10$  Ом;  $R_2 = 20$  Ом;  $R_3 = 24$  Ом;  $R_4 = 36$  Ом;  $R_5 = 48$  Ом;  $R_6 = 60$  Ом;  $P_{1Н} = 2$  Вт;  $P_{2Н} = 1$  Вт;  $P_{3Н} = 1$  Вт;  $P_{4Н} = 0,5$  Вт;  $P_{5Н} = 0,5$  Вт;  $P_{6Н} = 0,25$  Вт.

Проверить тепловой режим работы каждого из резисторов, если напряжение на зажимах цепи составляет  $16$  В. Если мощность рассеяния какого-либо из резисторов превышает допустимую, найти предельное

напряжение на зажимах цепи, при котором будет соблюдаться номинальный тепловой режим этого резистора.

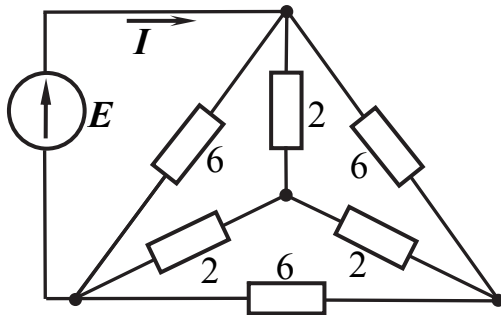


Рис. 47

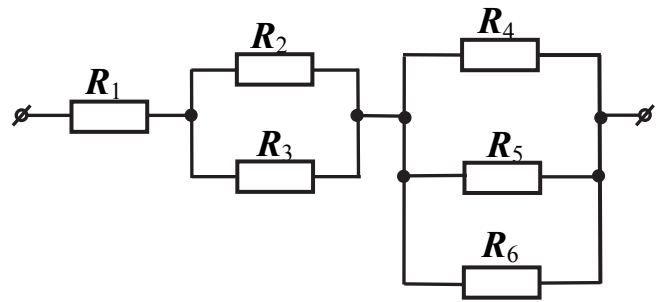


Рис. 48

**Задача 37.** В цепи, схема которой приведена на рис. 49,  $R_1 = 16 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 24 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 36 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 56 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 8 \text{ Ом}$ .

Известно, что мощность рассеяния резистора  $R_3$  составляет  $0,6 \text{ Вт}$ . Определить, на какую мощность должны быть рассчитаны все остальные резисторы цепи (номинальный ряд мощности рассеяния:  $0,125 \text{ Вт}$ ;  $0,25 \text{ Вт}$ ;  $0,5 \text{ Вт}$ ;  $1 \text{ Вт}$ ;  $2 \text{ Вт}$ ).

**Задача 38.** Три одинаковых нагревательных элемента соединены параллельно и потребляют от сети мощность  $P = 900 \text{ Вт}$ . Какую мощность будут потреблять от сети эти элементы, если их соединить последовательно?

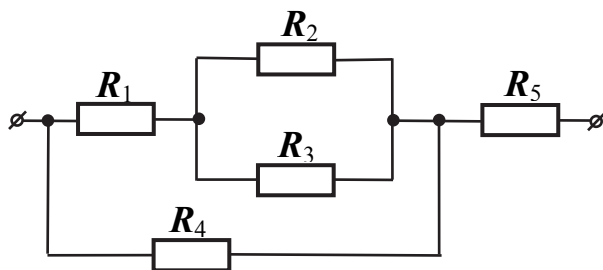


Рис. 49

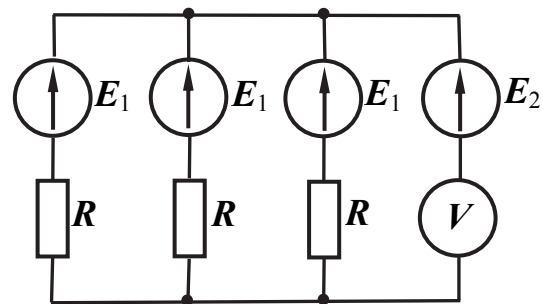


Рис. 50

**Задача 39.** Два резистора  $R_1 = 6 \text{ Ом}$  и  $R_2 = 4 \text{ Ом}$  при последовательном соединении потребляют мощность  $P = 10 \text{ Вт}$ . Какую мощность будут потреблять эти резисторы, если их соединить параллельно?

**Задача 40.** В цепи (рис. 50) вместо вольтметра подключили амперметр. Что он покажет?

**Задача 41.** Источник с напряжением холостого хода  $U_{\text{хх}} = 12 \text{ В}$  и током короткого замыкания  $I_{\text{кз}} = 4 \text{ А}$  работает в режиме максимальной мощности. Определить ток нагрузки и мощность нагрузки.

**Задача 42.** Дано:  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 8 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = R_6 = 10 \text{ Ом}$ . В цепи (рис. 51) амперметр  $A_2$  зарегистрировал ток, равный  $0,8 \text{ А}$ . Определить показания остальных приборов.

**Задача 43.** Дано:  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 8 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = R_6 = 10 \text{ Ом}$ . В цепи (см. рис. 51) амперметр  $A_1$  зарегистрировал ток, равный  $0,8 \text{ А}$ . Определить напряжение на зажимах цепи и показания остальных приборов.

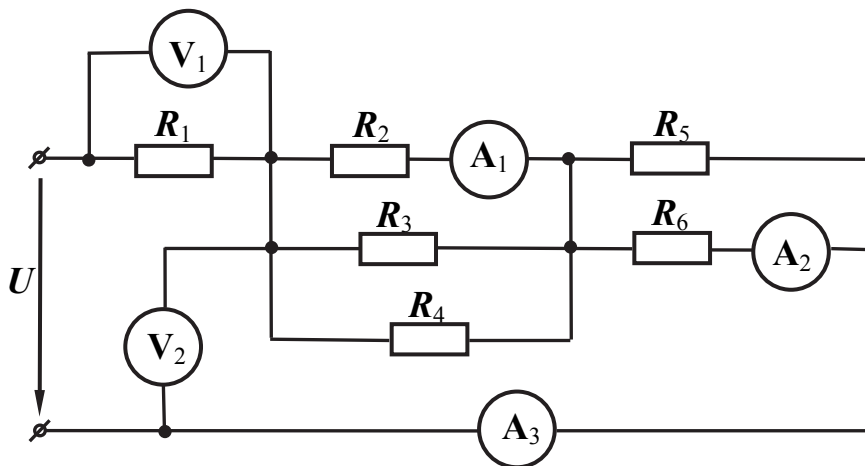


Рис. 51

**Задача 44.** В электрической цепи (рис. 52) рассчитать все токи и определить режимы работы источников (генератор либо потребитель), если  $E_1 = E_2 = 4 \text{ В}$ ;  $J_k = 1 \text{ А}$ ;  $R_1 = R_2 = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ .

**Задача 45.** Дано:  $E = 100 \text{ В}$ ;  $R_1 = 60 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 40 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 30 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 50 \text{ Ом}$ ;  $R_6 = 50 \text{ Ом}$ .

Используя эквивалентные преобразования «треугольника» сопротивлений в «звезду», определить ток источника в цепи (рис. 53).

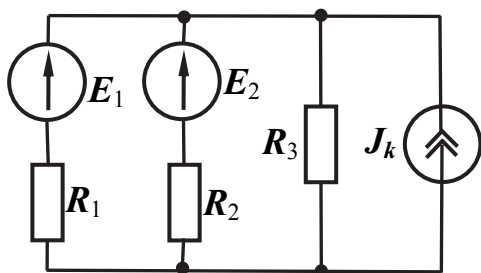


Рис. 52

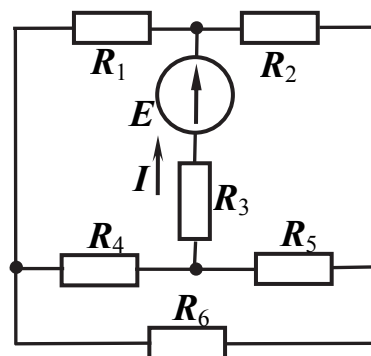


Рис. 53

**Задача 46.** Линия передачи постоянного тока выполнена из медных проводов (удельная проводимость меди  $\gamma = 5,7 \cdot 10^7 \text{ См/м}$ ). При токе нагрузки  $I = 50 \text{ А}$  напряжение на входе и в конце линии соответственно равны  $U_1 = 115 \text{ В}$ ;  $U_2 = 105 \text{ В}$ . Найти напряжение  $U_2$ , если провода заменить алюминиевыми того же сечения (удельная проводимость алюминия  $\gamma = 3,2 \cdot 10^7 \text{ См/м}$ ).

**Задача 47.** В линии передачи постоянного тока при напряжении на входе  $U_1 = 220$  В и токе  $I = 20$  А напряжение на выходе  $U_2 = 200$  В. Чему будет равна мощность, рассеиваемая в проводах линии, в режиме короткого замыкания?

**Задача 48.** Чему равно напряжение холостого хода источника, если при  $U = 12$  В ток  $I = 1$  А, а при  $U = 10$  В ток  $I = 2$  А?

**Задача 49.** Дано:  $E_1 = 6$  В;  $E_3 = 4$  В;  $R_1 = 10$  Ом;  $R_2 = 5$  Ом;  $R_3 = 7$  Ом;  $R_4 = R_5 = 8$  Ом;  $E_5 = 5$  В. Найти все токи в заданной электрической цепи, используя преобразование параллельных ветвей с источниками (рис. 54).

**Задача 50.** Найти ток в  $R_3$  (см. рис. 54), если  $E_1 = 4$  В;  $E_3 = 8$  В;  $E_5 = 6$  В;  $R_1 = 2$  Ом;  $R_2 = 4$  Ом;  $R_3 = 2$  Ом;  $R_4 = 5$  Ом;  $R_5 = 3$  Ом. При каком значении и направлении ЭДС  $E_3$  ток в  $R_3$  будет равен нулю?

**Задача 51.** Найти ток  $I_4$  (рис. 55), если  $E = 30$  В;  $R_1 = 6$  Ом;  $R_2 = 10$  Ом;  $R_3 = 5$  Ом;  $R_4 = 4$  Ом;  $R_5 = 5$  Ом;  $R_6 = 8$  Ом.

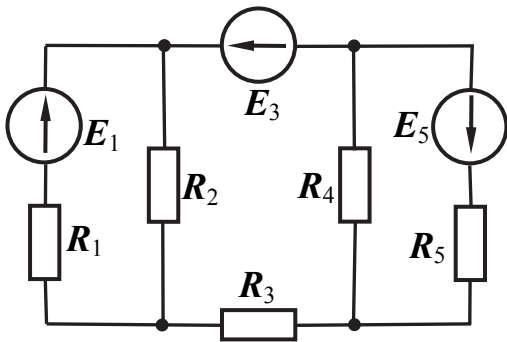


Рис. 54

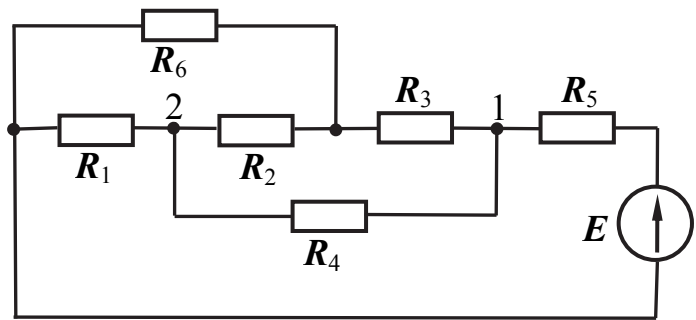


Рис. 55

**Задача 52.** Определить показания вольтметра в цепи (рис. 56), если  $E_1 = 8$  В;  $E_2 = 6$  В;  $R = 4$  Ом.

**Задача 53.** Построить потенциальную диаграмму для контура электрической цепи (рис. 57) для заданных параметров:  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 10$  Ом,  $E_1 = 60$  В,  $E_2 = 30$  В.

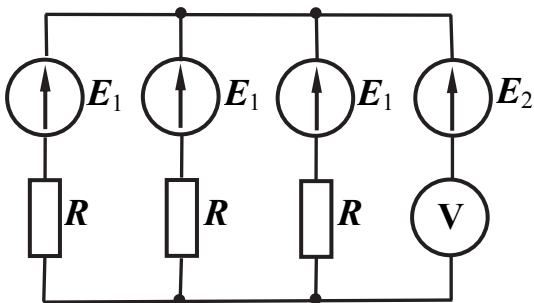


Рис. 56

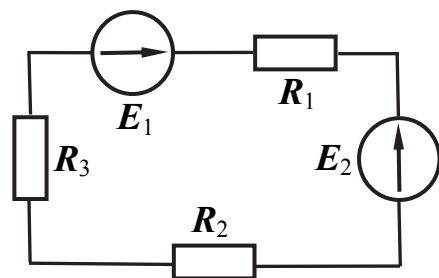


Рис. 57

**Задача 54.** Генератор постоянного тока имеет КПД  $\eta = 0,85$ . При этом напряжение и ток генератора соответственно равны  $U = 220$  В;



$I = 60$  А. При каком токе КПД генератора возрастёт до 0,9? Чему будет при этом равно напряжение на зажимах генератора?

**Задача 55.** В схеме (рис. 58)  $U = 20$  В,  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 15$  Ом,  $R_3 = 16$  Ом,  $R_4 = 4$  Ом. Необходимо определить показание амперметра.

**Задача 56.** Для экспериментального исследования двухполюсника собрана электрическая схема (рис. 59). Требуется найти напряжение холостого хода и внутреннее сопротивление для него по результатам двух измерений:

1.  $U_1 = 20$  В,  $I_1 = 12$  А;
2.  $U_2 = 30$  В,  $I_2 = 14$  А.

**Задача 57.** Для экспериментального исследования двухполюсника собрана электрическая схема (см. рис. 59). Требуется найти напряжение холостого хода и внутреннее сопротивление для него по результатам двух измерений:

1.  $U_1 = 20$  В,  $I_1 = 10$  А;
2.  $U_2 = 40$  В,  $I_2 = 14$  А.

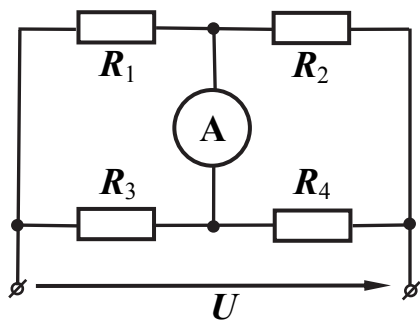


Рис. 58

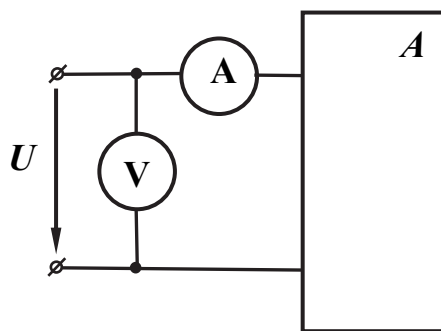


Рис. 59

**Задача 58.** Методом эквивалентного генератора найти ток  $I_3$  в схеме (рис. 60), если  $E_1 = 180$  В,  $E_2 = 210$  В,  $R_1 = 3$  Ом,  $R_2 = 9$  Ом,  $R_3 = 6$  Ом.

**Задача 59.** Считая схему (рис. 61) активным двухполюсником относительно зажимов (a, b), определить для него напряжение холостого хода и внутреннее сопротивление.

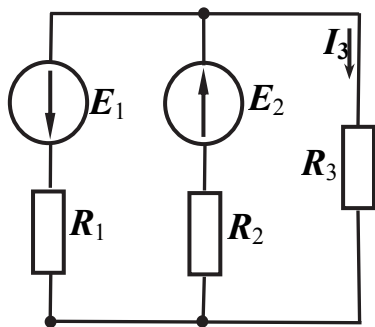


Рис. 60

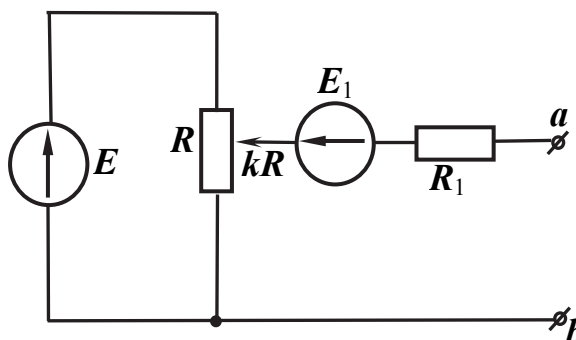


Рис. 61

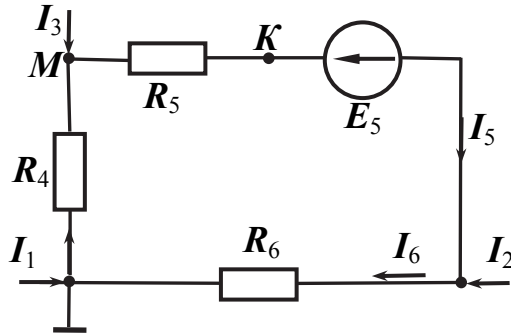


Рис. 62

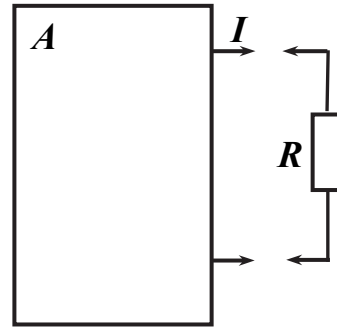


Рис. 63

**Задача 60.** Определить потенциал точки  $K$  в контуре (рис. 62), если  $I_1 = 5$  мА,  $I_3 = -20$  мА,  $R_4 = 5$  кОм,  $R_5 = 3$  кОм,  $R_6 = 2$  кОм,  $E_5 = 20$  В.

**Задача 61.** Определить разность потенциалов в схеме (см. рис. 62) между точками  $K$  и  $M$ , если  $I_1 = 5$  мА,  $I_3 = -20$  мА,  $R_4 = 5$  кОм,  $R_5 = 3$  кОм,  $R_6 = 2$  кОм,  $E_5 = 20$  В.

**Задача 62.** Для активного двухполюсника (рис. 63) задано:  $U_{xx} = 110$  В,  $R = 30$  Ом,  $I = 3$  А. Определить ток короткого замыкания двухполюсника.

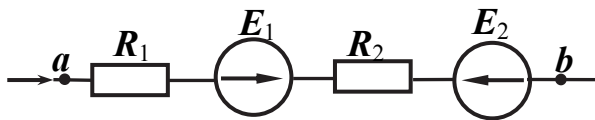


Рис. 64

**Задача 63.** Потенциалы точек  $a$  и  $b$  (рис. 64) равны  $\varphi_a = 5$  В,  $\varphi_b = 40$  В,  $R_1 = 8$  Ом,  $R_2 = 2$  Ом,  $E_1 = 15$  В,  $E_2 = 25$  В. Найти ток в этой ветви.

**Задача 64.** По заданной потенциальной диаграмме (рис. 65) восстановить схему электрического контура  $(0, a, b, c, d, 0)$  (рис. 66) и определить величины и направления токов и ЭДС.

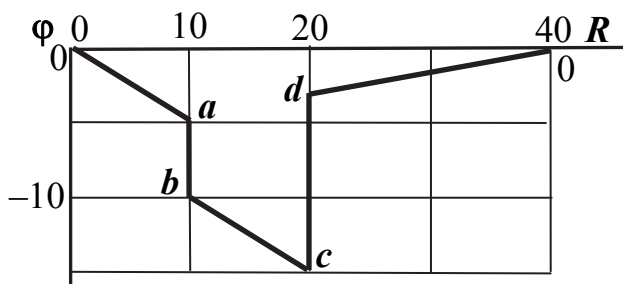


Рис. 65

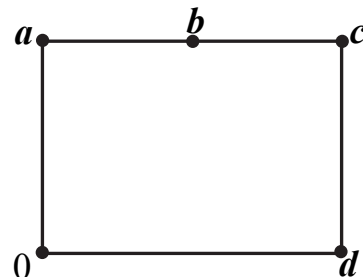


Рис. 66

**Задача 65.** По заданной потенциальной диаграмме (рис. 67) восстановить схему электрического контура  $(0, a, b, c, d, 0)$  и определить величины и направления токов и ЭДС.

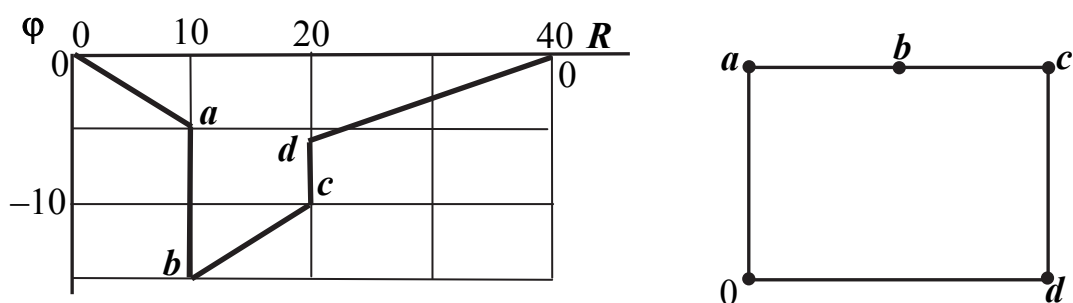


Рис. 67

### Ответы к задачам для самостоятельного решения

**Задача 1.** Напряжение на зажимах цепи равно 25,2 В.

**Задача 2.** 10 Ом.

**Задача 3.** Напряжение на нагрузке равно 4,5 В, а мощность – 3,375 Вт.

**Задача 4.**  $J = 3$  А,  $R_{вн} = 2$  Ом.

**Задача 5.** 18 Вт.

**Задача 6.** При токе, равном 55 А.

**Задача 7.** С КПД, равным 75 %.

**Задача 8.** При мощности нагрузки  $P_2 = 5,5$  кВт.

**Задача 9.** 40 Вт.

**Задача 10.** После преобразований «треугольника» в «звезду» и параллельных сопротивлений получаем  $R$ .

**Задача 11.** Амперметр покажет 2 А, а вольтметр – 12 В.

**Задача 12.** Так как правые три сопротивления соединены параллельно, то  $I = 1$  А.

**Задача 13.** Так как  $U_{xx} = 15$  В,  $I_k = 0,3$  А, то  $R_b = 50$  Ом.

**Задача 14.** После вычисления выходного напряжения и тока находим мощность нагрузки  $P_2 = 6$  Вт.

**Задача 15.** Амперметр покажет 1 А после замыкания ключа и 1,5 А до замыкания.

**Задача 16.** Ток будет равен 40 А.

**Задача 17.** Ток будет равен 1,25 А.

**Задача 18.** После преобразований «звезды»  $R_2, R_3, R_5$  в «треугольник» и параллельных сопротивлений получаем  $R_{ab} = 1,5$  Ом.

**Задача 19.** Учитывая, что два источника подключены непосредственно к зажимам  $ab$ ,  $R_{ab} = 0$ .

**Задача 20.** Показание амперметра не изменится.

**Задача 21.**  $I_A = 5$  А,  $U_V = 0$  В.

**Задача 22.** Если применить метод наложения, то  $I_2 = 0,5 + 0,5 = 1$  А.

**Задача 23.**  $R_{be} = 0$ ,  $R_{bj} = \infty$ .

**Задача 24.**  $R_{ab} = 10 \text{ Ом}$ .

**Задача 25.**  $U_V = 15 \text{ В}$ .

**Задача 26.**  $P_2 = 1100 \text{ Вт}$ .

**Задача 27.**  $U_V = 10 \text{ В}$ .

**Задача 28.**  $I_A = 1 \text{ А}$ ,  $U_V = 0 \text{ В}$ .

**Задача 29.** Эту задачу необходимо решать на основе теоретического материала.

**Задача 30.** Эту задачу необходимо решать на основе теоретического материала.

**Задача 31.**  $I_A = 1 \text{ А}$ ,  $U_V = 50 \text{ В}$ .

**Задача 32.**  $I_A = 0 \text{ А}$ ,  $U_V = 30 \text{ В}$ .

**Задача 33.** Токи в сопротивлениях равны  $I_1 = -0,75 \text{ А}$ ;  $I_2 = -0,25 \text{ А}$ . Мощность нагрузок  $P_H = P_u = 3,125 \text{ Вт}$  равна суммарной мощности источников, причём источники  $E_1$  и  $E_2$  является потребителями, а источник тока – генератором.

**Задача 34.** Неизвестное сопротивление будет равно  $3,75 \text{ Ом}$ .

**Задача 35.**  $E = 60 \text{ В}$ .

**Задача 36.** Расчёт токов в цепи, а затем определение мощности в каждом резисторе по формуле  $P_K = I_K^2 R_K$  даёт следующие результаты:  $P_1 = 1,198 \text{ Вт}$ ;  $P_2 = 0,713 \text{ Вт}$ ;  $P_3 = 0,594 \text{ Вт}$ ;  $P_4 = 0,781 \text{ Вт}$ ;  $P_5 = 0,586 \text{ Вт}$ ;  $P_6 = 0,469 \text{ Вт}$ .

Таким образом, резисторы  $R_4$ ,  $R_5$  и  $R_6$  не проходят по мощности. Наиболее тяжёлый тепловой режим у резистора  $R_6$  (вместо  $0,25 \text{ Вт}$  мощность составляет  $0,468 \text{ Вт}$ ). Ток этого резистора по расчёту составляет  $0,088 \text{ А}$ .

Находим ток, при котором мощность  $P_6$  не будет превышать  $0,25 \text{ Вт}$ :

$$I_{\text{доп}} = \sqrt{\frac{P_{6\text{H}}}{R_6}} = \sqrt{\frac{0,25}{60}} = 0,065 \text{ А}.$$

Так как ток в конечном итоге пропорционален напряжению на зажимах цепи, то допустимое напряжение составит

$$U_{\text{доп}} = U \frac{I_{\text{доп}}}{I_6} = 16 \cdot \frac{0,065}{0,088} = 11,7 \text{ В}.$$

**Задача 37.** Через мощность  $P_3$  можно найти ток  $I_3$ , а затем токи во всех резисторах цепи. Расчёт мощности даёт следующие результаты:  $P_3 = 0,6 \text{ Вт}$ ;  $P_2 = 0,9 \text{ Вт}$ ;  $P_1 = 1,66 \text{ Вт}$ ;  $P_4 = 1,72 \text{ Вт}$ ;  $P_5 = 1,98 \text{ Вт}$ .

Исходя из этих данных, подбирается номинальная мощность резисторов, при этом  $P_{\text{HK}} \geq P_K$ .

**Задача 38.** При последовательном соединении мощность нагревательных элементов составит  $100 \text{ Вт}$ .

**Задача 39.** При параллельном включении потребляемая резисторами мощность будет равна 41,66 Вт.

**Задача 40.** Амперметр покажет ток  $I = 1,5$  А.

**Задача 41.** В режиме максимальной мощности (согласованной нагрузки) ток источника будет равен  $I = 2$  А, а мощность нагрузки  $P_H = 12$  Вт.

**Задача 42.** Показания приборов:  $I_{A3} = 1,6$  А;  $I_{A1} = 0,492$  А;  $U_{V1} = 3,2$  В;  $U_{V2} = 10,854$  В.

**Задача 43.** Показания приборов:  $I_{A2} = 1,3$  А;  $I_{A3} = 2,6$  А;  $U_{V1} = 5,2$  В;  $U_{V2} = 17,8$  В.

**Задача 44.** Токи в цепи:  $I_1 = I_2 = 0,25$  А;  $I_3 = 0,5$  А.  $E_1$  и  $E_2$  работают в режиме генератора, а источник тока является потребителем.

**Задача 45.** Ток источника равен 1,56 А.

**Задача 46.** Сопротивление медных проводов  $R_M = 0,2$  Ом, алюминиевых –  $R_A = 0,356$  Ом. Напряжение  $U_2$  при алюминиевых проводах будет равно 98,321 В.

**Задача 47.** Мощность короткого замыкания линии будет равна  $P_{кз} = 48,4$  кВт.

**Задача 48.** Напряжение холостого хода источника равно 14 В.

**Задача 49.** Токи в ветвях цепи равны  $I_1 = 0,388$  А;  $I_2 = 0,423$  А;  $I_3 = 0,035$  А;  $I_4 = 0,295$  А;  $I_5 = 0,26$  А.

**Задача 50.** Решая методом эквивалентного генератора, получаем на зажимах разомкнутой ветви  $R_3$ :  $U_{xx} = 2$  В;  $R_K = 3,208$  Ом и  $I_3 = 0,384$  А. Ответ на второй вопрос: при  $E_3 = 6$  В, причём направление ЭДС должно остаться прежним, ток  $I_3$  будет равен нулю.

**Задача 51.** Решая методом эквивалентного генератора, получаем напряжение холостого хода  $U_{12} = U_{xx} = 16,304$  В. Ток короткого замыкания  $I_{кз} = 2,586$  А. Ток  $I_4$  равен 1,582 А.

**Задача 52.** Вольтметр регистрирует напряжение  $U_V = 2$  В.

**Задача 53.** Задачу решать на основе теоретического материала (см. раздел 8).

**Задача 54.** ЭДС генератора  $E = 258,8$  В. Сопротивление короткого замыкания  $R_{кз} = 0,647$  Ом. При  $\eta = 0,9$  напряжение на зажимах и ток генератора соответственно равны  $U = 232,9$  В;  $I = 40$  А.

**Задача 55.** См. решение задачи 20 раздела 10.

**Задача 56.** См. решение задачи 24 раздела 10.

**Задача 57.** См. решение задачи 24 раздела 10.

**Задача 58.**  $I_3 = -10$  А.

**Задача 59.** Задача решается в общем виде.

**Задача 60.** Найдём ток  $I_3$  по закону Ома:  $I_3 = -I_1 - I_2$ . Составим три уравнения Кирхгофа:

$$I_3 + I_4 - I_5 = 0; \quad I_2 + I_5 - I_6 = 0; \quad I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 = -E_5.$$

Решив систему этих уравнений, найдём три неизвестных тока  $I_4$ ,  $I_5$ ,  $I_6$ . Затем по известному заземлённому потенциалу найдём потенциал точки  $K$ :  $\varphi_a = 0$ ;  $\varphi_M = \varphi_a - I_4 \cdot R_4$ ;  $\varphi_K = \varphi_M - I_6 \cdot R_5$ .

**Задача 61.** Решать так же, как задачу 60.

**Задача 62.**  $I_{кз} = 16,5$  А.

**Задача 63.**  $I = -4,5$  А.

**Задача 64.** Задачу решать на основе теоретического материала (см. раздел 8).

**Задача 65.** Задачу решать на основе теоретического материала (см. раздел 8).

## 10. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### 10.1. Расчёт простейших электрических цепей по законам Ома и Кирхгофа с помощью эквивалентных преобразований нагрузок и источников

**Задача 1.** Определить показания амперметров в цепи (рис. 68), если  $U_V = 50$  В,  $R = 10$  Ом.

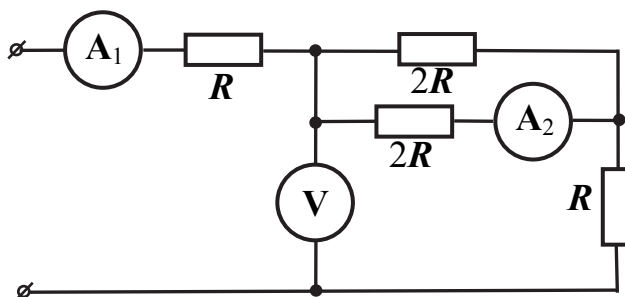


Рис. 68

**Решение:**

Эквивалентное сопротивление цепи, параллельно которой включён вольтметр, равно

$$R_{\text{экв}} = R + \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R};$$

$$R_{\text{экв}} = 10 + \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 20 \text{ Ом.}$$

Ток  $I_1$  находится по закону Ома:

$$I_1 = \frac{U_V}{R_{\text{экв}}} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ А,}$$

а ток  $I_2$  – по первому закону Кирхгофа в случае равных параллельных сопротивлений:

$$I_2 = 0,5 \cdot I_1 = 0,5 \cdot 2,5 = 1,25 \text{ А.}$$

**Задача 2.** Три одинаковых лампы накаливания соединены последовательно (рис. 69). К одной лампе подключён вольтметр. Что он зафиксирует после перегорания этой лампы? (Напряжение источника  $U = 120 \text{ В}$ ).

**Решение:**

В случае перегорания этой лампы ток в цепи становится равным нулю, а вольтметр покажет напряжение источника  $U_V = 120 \text{ В}$ .

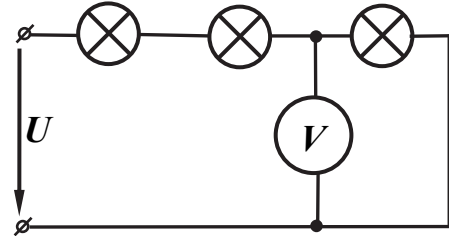


Рис. 69

**Задача 3.** Три одинаковых резистора соединены по смешанной схеме (два в параллель и один последовательно) и потребляют от источника мощность  $P = 100 \text{ Вт}$ .

Определить мощность, которую будут потреблять эти резисторы от того же источника при параллельном и последовательном соединении.

**Решение:**

Если считать сопротивление одного резистора равным  $R$ , то общее сопротивление цепи при смешанном включении будет равно

$$R_{\text{см}} = R + \frac{R \cdot R}{R + R} = R + \frac{R}{2} = 1,5R.$$

При последовательном соединении резисторов сопротивление цепи будет равно

$$R_{\text{пос}} = 3R.$$

При этом если считать напряжение источника неизменным, то общее сопротивление увеличивается в 2 раза.

Мощность пропорциональна квадрату тока и первой степени сопротивления ( $P = I^2 \cdot R$ ). Это означает, что при уменьшении тока в 2 раза и возрастании сопротивления цепи в 2 раза мощность в 2 раза уменьшится и составит 50 Вт.

При параллельном соединении трёх резисторов сопротивление цепи составит

$$R_{\text{парал}} = \frac{R}{3},$$

т.е. будет в 4,5 раза меньше, чем при смешанном соединении. Соответственно, ток возрастет в 4,5 раза, и мощность тоже увеличится в 4,5 раза и составит 450 Вт.

**Задача 4.** Определить сопротивление  $R_a$  (рис. 70) через сопротивления  $R_{ab}$ ,  $R_{bc}$ ,  $R_{ca}$  эквивалентного треугольника.

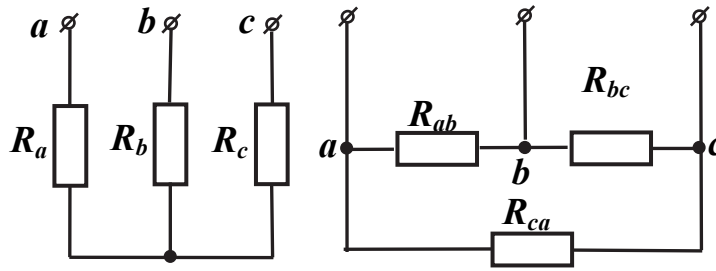


Рис. 70

**Решение:**

$$R_a = \frac{R_{ab}R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}.$$

**Задача 5.** На рис. 71 показано преобразование источника ЭДС в источник тока. При этом  $E = 10$  В,  $R_1 = 1$  Ом,  $R_2 = 4$  Ом,  $J = 1$  А. Определить  $J_{\text{ЭКВ}}$  и  $R_{\text{ЭКВ}}$ .

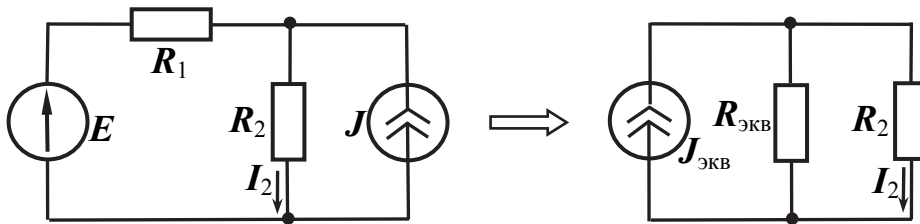


Рис. 71

**Решение:**

Эквивалентный ток источника тока  $J_{\text{ЭКВ}}$  можно найти после преобразования источника ЭДС  $E$  в эквивалентный источник тока  $J_1$  (рис. 72):

$$J_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{10}{1} = 10 \text{ А.}$$

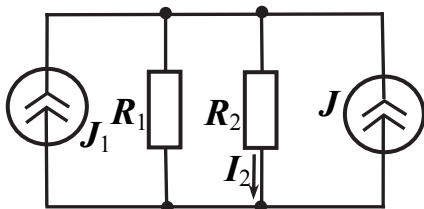


Рис. 72

Тогда  $J_{\text{ЭКВ}} = J_1 + J = 10 + 1 = 11$  А, а  $R_{\text{ЭКВ}} = R_1 = 4$  Ом.

**Задача 6.** Определить входное сопротивление в цепях (рис. 73), если все сопротивления одинаковы и равны 10 Ом.



**Решение:**

Если все сопротивления одинаковы, то правая и левая схемы эквивалентны. Для левой схемы  $R_{\text{вхл}} = \frac{(R_1 + R_3) \cdot (R_2 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_2 + R_4} = 10 \text{ Ом}$ , и для правой

$$R_{\text{вхп}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = 10 \text{ Ом}.$$

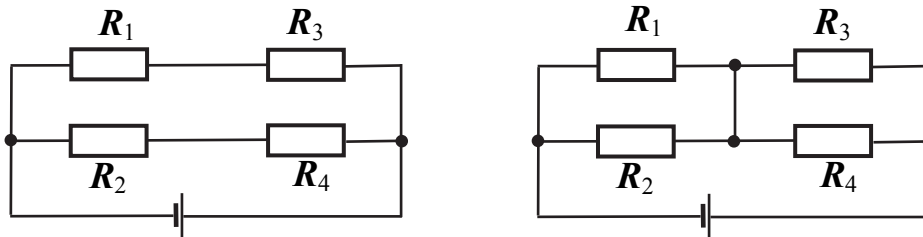


Рис. 73

**Задача 7.** В цепи (рис. 74) найти ток  $I$ , если  $R_1 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 14 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 8 \text{ Ом}$ ,  $E = 10 \text{ В}$ .

**Решение:**

Сопротивления  $R_2$  и  $R_4$  соединены последовательно. Преобразуем их в одно эквивалентное:  $R_{24} = R_2 + R_4 = 6 + 8 = 14 \text{ Ом}$ . Далее это сопротивление параллельно соединено с сопротивлением  $R_3$ . Их эквивалентное сопротивление равно

$$R_{234} = \frac{R_{24} \cdot R_3}{R_{24} + R_3} = \frac{14 \cdot 14}{14 + 14} = 7 \text{ Ом}.$$

Эквивалентное сопротивление всей цепи равно

$$R_{\text{эkv}} = R_{234} + R_1 = 7 + 3 = 10 \text{ Ом},$$

тогда ток в цепи можно найти по закону Ома:

$$I = \frac{E}{R_{\text{эkv}}} = \frac{10}{10} = 1 \text{ А}.$$

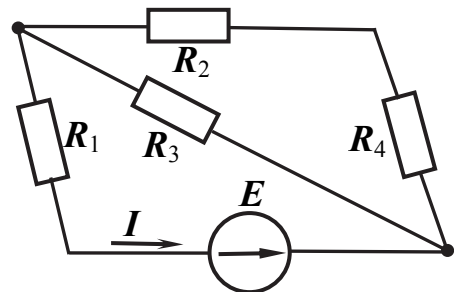


Рис. 74

**Задача 8.** Преобразуйте схему (рис. 75, а) таким образом, чтобы в ней осталось только два контура и два узла.

**Решение:**

Для этого «треугольник» сопротивлений, соединённых с узлами  $abc$ , заменим «звездой» (рис. 75, б)

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad R_{31} = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

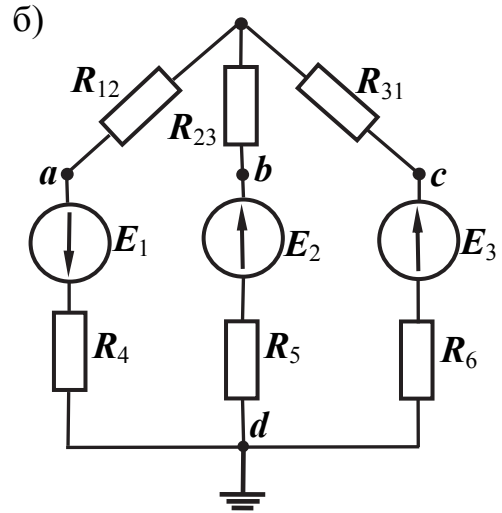
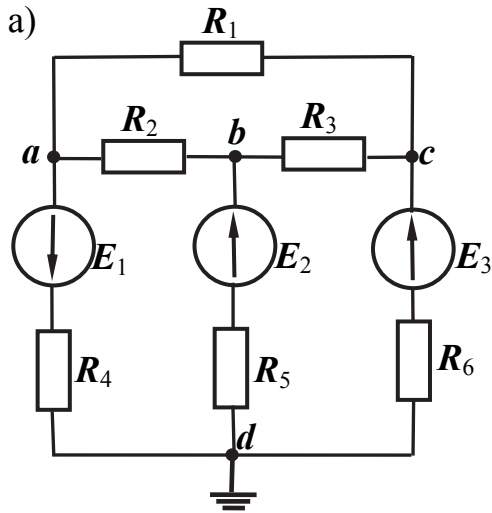


Рис. 75

**Задача 9.** Потенциалы точек  $A$  и  $B$  в схеме (рис. 76) соответственно равны 14 В и 4 В, ЭДС источника  $E = 20$  В, сопротивление резистора  $R = 5$  Ом. Определить ток  $I$  на участке цепи.

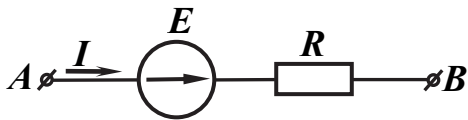


Рис. 76

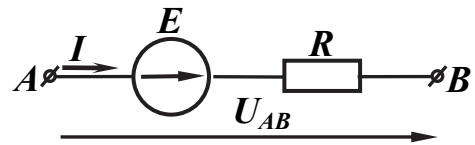


Рис. 77

**Решение:**

Схему (см. рис. 76) с учётом исходной информации представим в виде схемы (рис. 77), где  $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = 14 - 4 = 10$  В.

Составим уравнение второго закона Кирхгофа:

$$E = I \cdot R - U_{AB}.$$

В этом уравнении неизвестен только ток. Найдём этот ток:

$$I = \frac{E + U_{AB}}{R} = \frac{20 + 10}{5} = 6 \text{ А.}$$

**Задача 10.** Показана часть сложной цепи (рис. 78). Задано:  $I_1 = 3$  А,  $I_2 = 2$  А,  $E_1 = 20$  В,  $E_2 = 30$  В,  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 5$  Ом. Найти напряжение  $U_{ab}$ .

**Решение:**

Составим уравнение второго закона Кирхгофа:

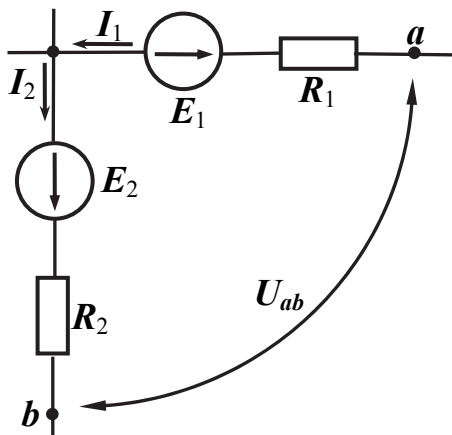


Рис. 78

$$E_1 - E_2 = -I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 - U_{ab}.$$

Из этого уравнения найдём  $U_{ab}$ :

$$\begin{aligned} U_{ab} &= -E_1 + E_2 - I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = \\ &= -20 + 30 - 3 \cdot 10 - 2 \cdot 5 = -20 \text{ В.} \end{aligned}$$

**Задача 11.** Дано: схема (рис. 79)  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 180 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 120 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 60 \text{ Ом}$ ;  $U = 24 \text{ В}$ .

Рассчитать все токи в цепи и определить мощность, рассеиваемую на каждом резисторе.

**Решение:**

Эквивалентное сопротивление цепи с учётом того, что  $R_1$  и  $R_4$  соединены последовательно, а  $R_2$  и  $R_3$  параллельно, равно

$$\begin{aligned} R_{\text{экв}} &= R_1 + R_4 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}; \\ R_{\text{экв}} &= 10 + 6 + \frac{18 \cdot 12}{18 + 12} = 23,2 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

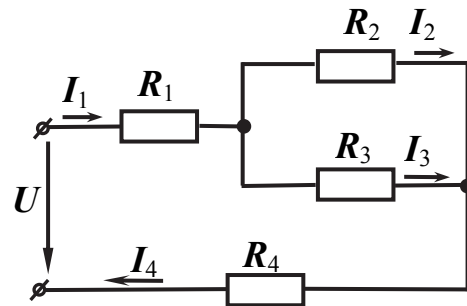


Рис. 79

Токи  $I_1$  и  $I_4$  равны и находятся по закону Ома:

$$I_1 = I_4 = \frac{U}{R_{\text{экв}}} = \frac{24}{23,2} = 1,034 \text{ А.}$$

Напряжение на резисторах  $R_2$  и  $R_3$  будет равно

$$U_{23} = U - I_1(R_1 + R_4) = 24 - 1,034(10 + 6) = 7,45 \text{ В.}$$

Токи  $I_2$  и  $I_3$  находим также по закону Ома:

$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_2} = \frac{7,45}{18} = 0,414 \text{ А}, \quad I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = \frac{7,45}{12} = 0,621 \text{ А.}$$

Мощность, рассеиваемая в резисторах,

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = 10,7 \text{ Вт}; \quad P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 3,09 \text{ Вт};$$

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = 4,63 \text{ Вт}; \quad P_4 = I_4^2 \cdot R_4 = 6,41 \text{ Вт.}$$

Мощность источника

$$P_{\text{ист}} = U \cdot I_1 = 24 \cdot 1,034 = 24,8 \text{ Вт.}$$

Суммарная мощность приёмников оказывается также равна 24,8 Вт. В этом случае говорят, что сходится баланс мощности в цепи. Последнее означает отсутствие ошибок при расчёте токов.

**Задача 12.** Дано:  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 10 \text{ Ом}$ ;  $U = 20 \text{ В}$ . Рассчитать все токи в цепи (рис. 80) методом пропорционального пересчёта.

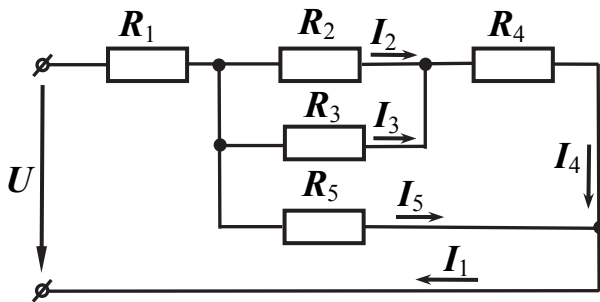


Рис. 80

Ток в  $R_3$

$$I'_3 = \frac{U'_{23}}{R_3} = \frac{10}{10} = 1 \text{ А.}$$

Ток  $I'_4$  может быть найден по первому закону Кирхгофа:

$$I'_4 = I'_2 + I'_3 = 2 \text{ А.}$$

Напряжение на  $R_5$

$$U'_5 = U'_{23} + I'_4 \cdot R_4 = 10 + 2 \cdot 5 = 20 \text{ В,}$$

ТОК

$$I'_5 = \frac{U'_5}{R_5} = \frac{20}{10} = 2 \text{ А.}$$

По 1-му закону Кирхгофа

$$I'_1 = I'_4 + I'_5 = 4 \text{ А.}$$

Напряжение на зажимах цепи

$$U' = U'_5 + I'_1 \cdot R_1 = 20 + 4 \cdot 5 = 40 \text{ В.}$$

Сравнивая полученное значение напряжения с заданным, определяем коэффициент пересчёта:

$$K = \frac{U}{U'} = \frac{20}{40} = 0,5.$$

Теперь определяем действительные значения токов в цепи:

$$I_1 = I'_1 \cdot K = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ А;}$$

$$I_2 = I'_2 \cdot K = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ А и т.д.}$$

**Задача 13.** Три одинаковых источника (рис. 81) с  $E = 6 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $R_b = 3 \text{ Ом}$  включены в параллель и работают на общую нагрузку, сопротивление которой равно  $R$ .

**Решение:**

Задаёмся током в  $R_2$ :

$$I'_2 = 1 \text{ А.}$$

В этом случае напряжение на  $R_2$  и  $R_3$  (они включены параллельно) будет равно

$$U'_{23} = I'_2 \cdot R_2 = 1 \cdot 10 = 10 \text{ В.}$$

При каком сопротивлении нагрузки в нём выделяется максимально возможная мощность?

**Решение:**

В заданной цепи (см. рис. 81) целесообразно произвести перенос источника за узел. Для этого подключают к узлу источника с ЭДС, равной  $E$ , но направленной против ЭДС заданных источников (рис. 82, а).

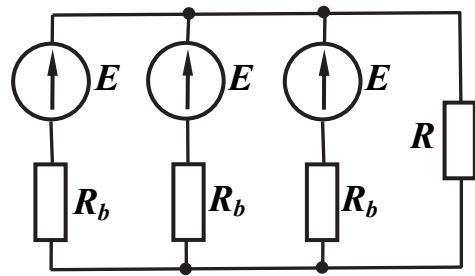


Рис. 81

Максимально возможная мощность выделится в нагрузке, если её сопротивление равно внутреннему сопротивлению источника (режим согласованной нагрузки).

Внутреннее сопротивление источника оказывается равным  $R_b/3$ , откуда  $R = R_b/3 = 1$  Ом.

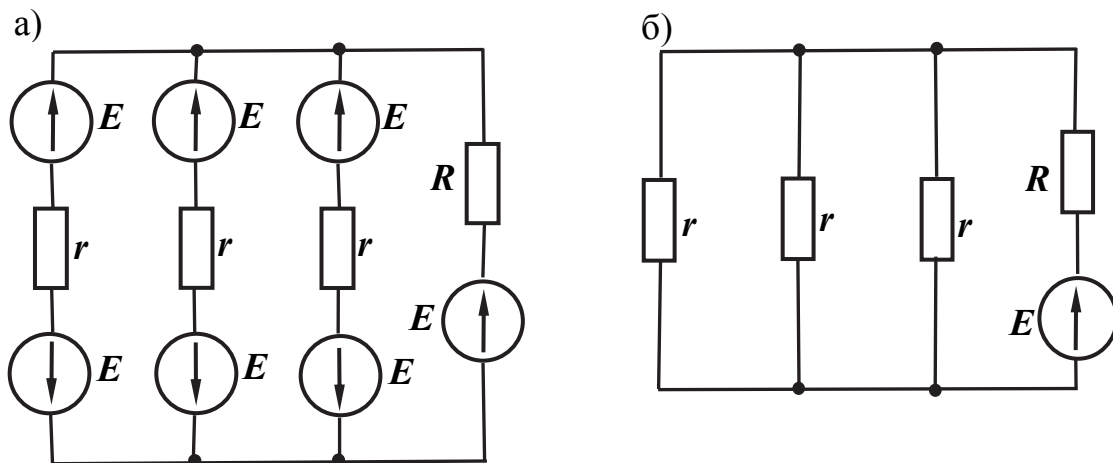


Рис. 82

Мощность в нагрузке  $R$  (рис. 82, б) составит

$$P = I^2 R = \left( \frac{E}{\frac{R_b}{3} + \frac{R_b}{3}} \right)^2 \cdot \frac{R_b}{3} = \left( \frac{6}{2} \right)^2 \cdot 1 = 9 \text{ Вт.}$$

**Задача 14.** Дано:  $E_1 = 6$  В;  $E_2 = 4$  В;  $R_1 = 2$  Ом;  $R_2 = R_3 = 6$  Ом;  $R_4 = 4$  Ом;  $R_5 = 1$  Ом.

Рассчитать токи источников в цепи (рис. 83).

**Решение:**

Схему (см. рис. 83) целесообразно представить в следующем виде (рис. 84), используя преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду.

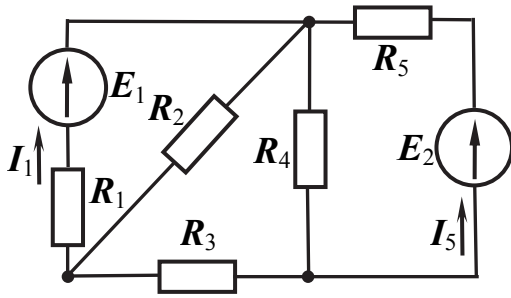


Рис. 83

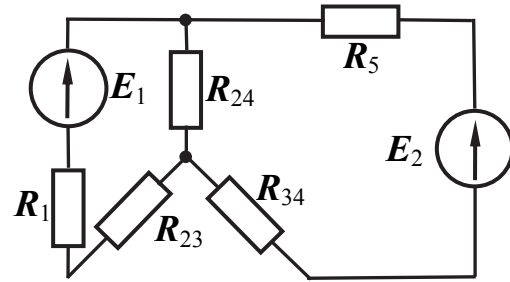


Рис. 84

При этом

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6 + 4} = 2,25 \text{ Ом};$$

$$R_{24} = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{6 \cdot 4}{6 + 6 + 4} = 1,5 \text{ Ом};$$

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{6 \cdot 4}{6 + 6 + 4} = 1,5 \text{ Ом}.$$

Схему (см. рис. 84) можно представить, как это показано на рис. 85, и рассчитывать её методом наложения:

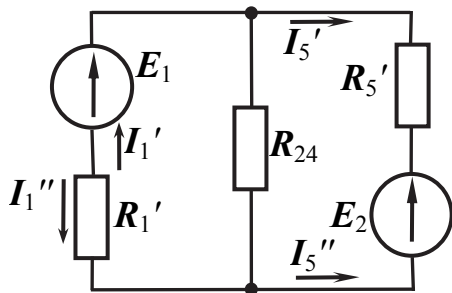


Рис. 85

$$R'_1 = R_1 + R_{23} = 2 + 2,25 = 4,25 \text{ Ом};$$

$$R'_5 = R_{34} + R_5 = 1,5 + 1 = 2,5 \text{ Ом}.$$

Закорачиваем второй источник и находим ток первого источника:

$$I'_1 = \frac{E_1}{R'_1 + \frac{R_{24} R'_5}{R_{24} + R'_5}} = \frac{6}{4,25 + \frac{1,5 \cdot 2,5}{1,5 + 2,5}} = 1,16 \text{ Вт}.$$

Ток в сопротивлении  $R'_5$  при этом будет равен

$$I'_5 = \frac{E_1 - I'_1 R'_1}{R'_5} = \frac{6 - 1,16 \cdot 4,25}{2,5} = 0,43 \text{ А}.$$

Далее закорачиваем первый источник и находим ток второго источника:

$$I''_5 = \frac{E_2}{R'_5 + \frac{R'_1 R_{24}}{R'_1 + R_{24}}} = \frac{4}{2,5 + \frac{4,25 \cdot 1,5}{4,25 + 1,5}} = 1,11 \text{ А}.$$

Ток в сопротивлении  $R'_1$  при действии в цепи только второго источника находим по формуле

$$I''_1 = \frac{E_2 - I'_5 R'_5}{R'_1} = \frac{4 - 1,11 \cdot 2,5}{4,25} = 0,29 \text{ А.}$$

В соответствии с направлениями токов, показанными на рис. 85, находим действительные значения токов источников:

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 1,16 - 0,29 = 0,87 \text{ А;}$$

$$I_5 = I''_5 - I'_5 = 1,11 - 0,43 = 0,68 \text{ А.}$$

**Задача 15.** Дано:  $E_2 = 2 \text{ В}$ ;  $E_4 = 4 \text{ В}$ ;  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 1 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 1,5 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 1 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 1,6 \text{ Ом}$ ;  $R_6 = 1,2 \text{ Ом}$ .

Рассчитать все токи в цепи (рис. 86), составить баланс мощности.

**Решение:**

Схема цепи имеет три контура и четыре узла, поэтому расчёт её с помощью законов Кирхгофа потребует решения шести уравнений. Однако если преобразовать участки цепи (рис. 87), то трудоёмкость расчёта существенно снижается.

ЭДС  $E'_2$  и  $E'_4$ , сопротивления  $R'_2$  и  $R'_4$  можно определить следующим образом:

$$E'_2 = \frac{E_2}{R_1 + R_2} \cdot R_1 = \frac{2 \cdot 2}{2 + 1} = 1,33 \text{ В; } R'_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 1}{2 + 1} = 0,67 \text{ Ом;}$$

$$E'_4 = \frac{E_4}{R_4 + R_5} \cdot R_5 = \frac{4 \cdot 1,6}{1 + 1,6} = 2,46 \text{ В; } R'_4 = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{1 \cdot 1,6}{1 + 1,6} = 0,62 \text{ Ом.}$$

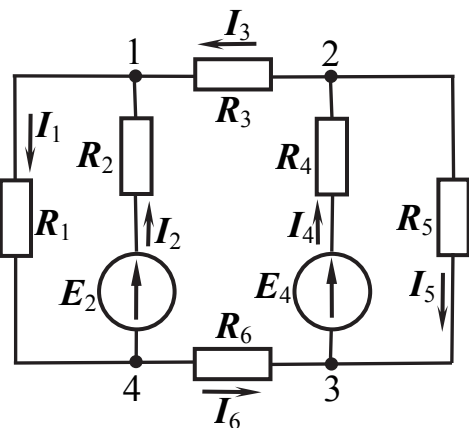


Рис. 86

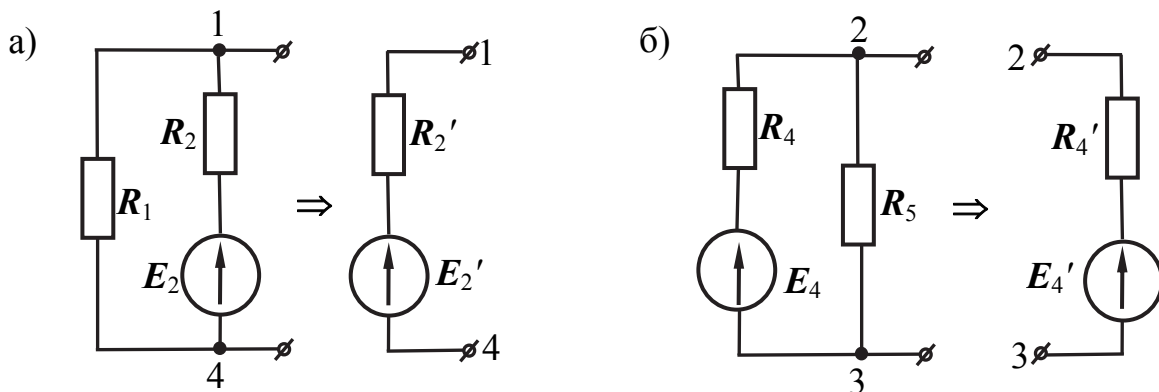


Рис. 87

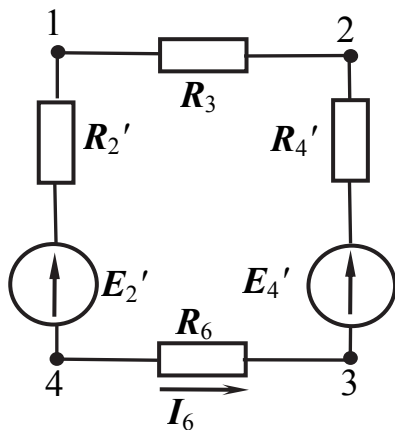


Рис. 88

В результате такого преобразования схема цепи существенно упрощается (рис. 88).

В полученной схеме токи  $I_3$  и  $I_6$  одинаковы и равны

$$I_3 = I_6 = \frac{E'_4 - E'_2}{R'_2 + R_3 + R'_4 + R_6};$$

$$I_3 = I_6 = \frac{2,46 - 1,33}{0,67 + 1,5 + 0,62 + 1,2} = 0,28 \text{ А.}$$

Напряжение между третьим и вторым узлами исходной схемы равно

$$U_{32} = E'_4 - I_6 \cdot R'_4 = 2,46 - 0,28 \cdot 0,62 = 2,29 \text{ В.}$$

Отсюда ток  $I_5$

$$I_5 = \frac{U_{32}}{R_5} = \frac{2,29}{1,6} = 1,43 \text{ А.}$$

Ток  $I_4$  может быть определён по первому закону Кирхгофа:

$$I_4 = I_6 + I_5 = 0,28 + 1,43 = 1,71 \text{ А.}$$

Напряжение между первым и четвёртым узлами будет равно

$$U_{14} = I_3 \cdot R'_2 + E'_2 = 0,28 \cdot 0,67 + 1,33 = 1,53 \text{ В.}$$

Токи  $I_1$  и  $I_2$  соответственно равны

$$I_1 = \frac{U_{14}}{R_1} = \frac{1,53}{2} = 0,77 \text{ А,}$$

$$I_2 = I_1 - I_6 = 0,77 - 0,28 = 0,49 \text{ А.}$$

Составим баланс мощности в цепи.

Мощность, вырабатываемая источниками,

$$P_{\text{ист}} = E_2 \cdot I_2 + E_4 \cdot I_4 = 2 \cdot 0,49 + 4 \cdot 1,71 = 7,82 \text{ Вт.}$$

Мощность, потребляемая приёмниками,

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot (R_3 + R_6) + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5;$$

$$P_{\text{пр}} = 0,77^2 \cdot 2 + 0,49^2 \cdot 1 + 0,28^2 \cdot (1,5 + 1,2) + 1,71^2 \cdot 1 + 1,43^2 \cdot 1,6 = 7,83 \text{ Вт.}$$

Таким образом, баланс мощностей в цепи сошёлся.

**Задача 16.** Пусть дана электрическая схема, приведённая на рис. 89, со следующими исходными данными:  $E_2 = 5 \text{ В}$ ;  $E_{51} = 3 \text{ В}$ ;  $J_5 = 2 \text{ А}$ ;



$R_1 = 3 \text{ Ом}; R_2 = 2 \text{ Ом}; R_3 = 6 \text{ Ом}; R_{41} = 10 \text{ Ом}; R_{42} = 10 \text{ Ом};$   
 $R_{51} = 1,5 \text{ Ом}; R_{52} = 1 \text{ Ом}.$

Требуется найти все токи ветвей.

**Решение:**

Поставленная задача анализа может быть решена методом эквивалентных преобразований.

Преобразуем источник тока в эквивалентный источник ЭДС  $E_{52} = J_5 \cdot R_{51} = 2 \cdot 1,5 = 3 \text{ В}$ , а сопротивления  $R_{41}$ ,  $R_{42}$  и  $R_{51}$ ,  $R_{52}$  заменяем эквивалентными

$$R_4 = \frac{R_{41} \cdot R_{42}}{R_{41} + R_{42}} = 5 \text{ Ом};$$

$$R_5 = R_{51} + R_{52} = 2,5 \text{ Ом}.$$

Получим схему (рис. 90). В данной схеме поменяем местами ветви с  $R_1$  и  $R_2$  (они подключены к одним и тем же узлам) и заменим источники  $E_{51}$  и  $E_{52}$  на эквивалентный источник ЭДС  $E_5$ :

$$E_5 = E_{51} + E_{52} = 6 \text{ В}.$$

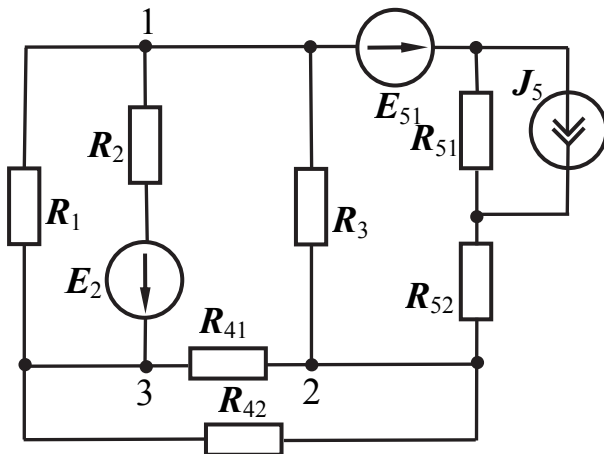


Рис. 89

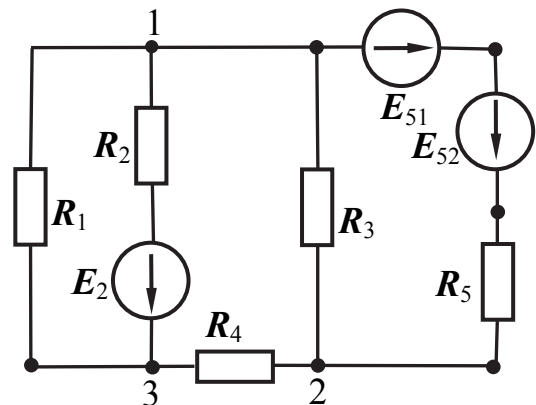


Рис. 90

Преобразованная схема примет вид, показанный на рис. 91.

Треугольник сопротивлений  $R_1$ ,  $R_3$  и  $R_4$  заменим эквивалентной звездой:

$$R_{1y} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6 + 5} = 1,286 \text{ Ом},$$

$$R_{2y} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{6 \cdot 5}{3 + 6 + 5} = 2,143 \text{ Ом},$$

$$R_{3y} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{3 \cdot 5}{3 + 6 + 5} = 1,071 \text{ Ом.}$$

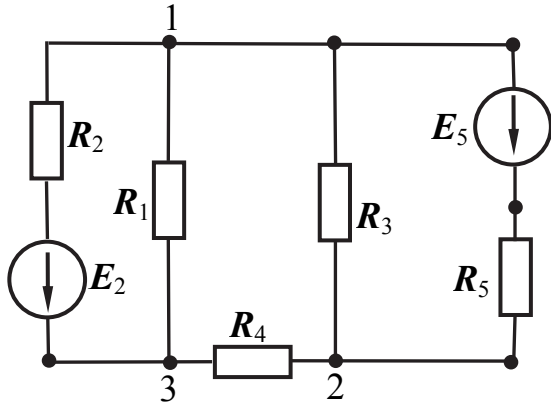


Рис. 91

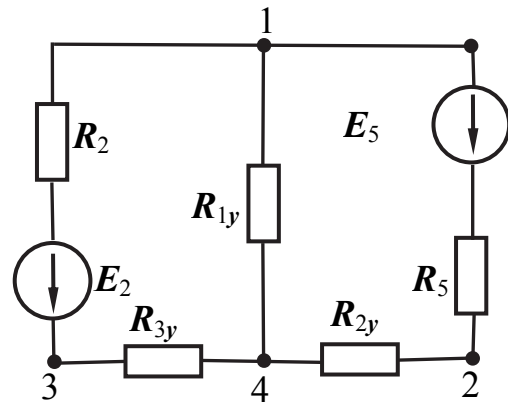


Рис. 92

В результате имеем схему (рис. 92).

Объединяя последовательно включённые сопротивления ветвей, получаем схему (рис. 93).

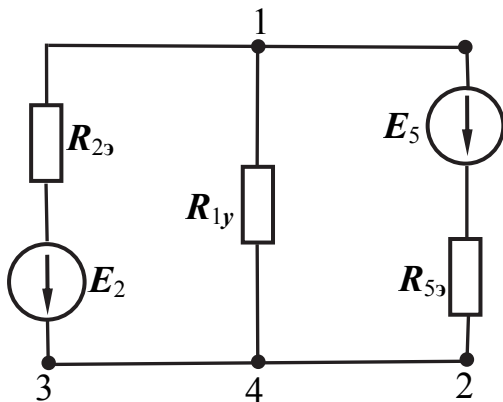


Рис. 93

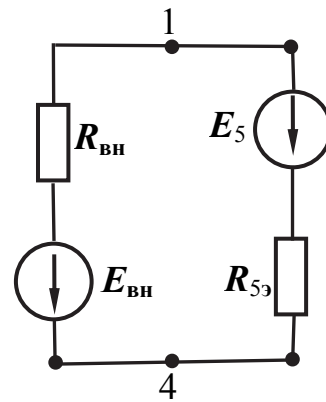


Рис. 94

$$R_{2y} = R_2 + R_{3y} = 2 + 1,071 = 3,071 \text{ Ом;}$$

$$R_{5y} = R_5 + R_{2y} = 2,5 + 2,143 = 4,643 \text{ Ом.}$$

Выделим активный двухполюсник  $E_2$ ,  $R_{2y}$  и  $R_{1y}$  и подсчитаем напряжение холостого хода на его зажимах (1 и 4) и внутреннее сопротивление  $R_{вн}$ :

$$U_{xx} = E_{вн} = \frac{E_2 \cdot R_{1y}}{R_{2y} + R_{1y}} = \frac{5 \cdot 1,286}{3,071 + 1,286} = 1,476 \text{ В;}$$

$$R_{\text{вн}} = \frac{R_{23} \cdot R_{1y}}{R_{23} + R_{1y}} = \frac{3,071 \cdot 1,286}{3,071 + 1,286} = 0,906 \text{ Ом.}$$

В результате получаем схему (рис. 94), в которой только один контур и ток  $I_5$  может быть найден по второму закону Кирхгофа:

$$I_5 = \frac{E_5 - U_{\text{хх}}}{R_{53} + R_{\text{вн}}} = \frac{6 - 1,476}{4,643 + 0,906} = 0,815 \text{ А.}$$

На рис. 94  $E_{\text{вн}}$  равно напряжению холостого хода. Напряжение между точками 1 и 4 будет равно

$$U_{14} = E_5 - I_5 \cdot R_{53} = 6 - 0,815 \cdot 4,643 = 2,216 \text{ В.}$$

Ток  $I_2$  (см. рис. 93) равен

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{14}}{R_{23}} = \frac{5 - 2,216}{3,071} = 0,907 \text{ А.}$$

Ток  $I_3$  (см. рис. 91) определяется следующим образом:

$$I_3 = \frac{E_5 - I_5 \cdot R_5}{R_3} = \frac{6 - 0,815 \cdot 2,5}{6} = 0,660 \text{ А.}$$

Аналогично определяем ток  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{E_2 - I_2 \cdot R_2}{R_1} = \frac{5 - 0,907 \cdot 2}{3} = 1,062 \text{ А.}$$

Ток  $I_4$  можно найти по первому закону Кирхгофа:

$$I_4 = I_5 - I_3 = 0,815 - 0,66 = 0,155 \text{ А.}$$

Для проверки правильности расчёта составим баланс мощностей в цепи. Сумма мощностей источников должна соответствовать рассеиваемой на сопротивлениях мощности:

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{ист}} &= E_2 \cdot I_2 + E_5 \cdot I_5 = 5 \cdot 0,907 + 6 \cdot 0,815 = 9,43 \text{ Вт;} \\ \sum P_{\text{пр}} &= \sum I_k^2 \cdot R_k = 1,062^2 \cdot 3 + 0,907^2 \cdot 2 + 0,66^2 \cdot 6 + 0,155^2 \cdot 5 + 0,815^2 \cdot 2,5 = \\ &= 3,37 + 1,645 + 2,614 + 0,12 + 1,661 = 9,41 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Следует отметить, что метод преобразований используется обычно для анализа сравнительно простых цепей и отличается достаточно большой трудоёмкостью. Чаще всего его применяют при наличии в цепи только одного источника.

## 10.2. Расчёт методом эквивалентного генератора

**Задача 17.** При каком сопротивлении  $R_X$  (рис. 95) амперметр не покажет тока?

**Решение:**

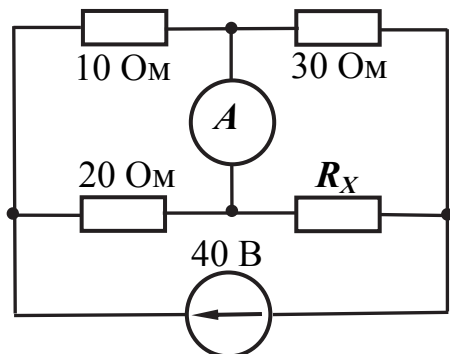


Рис. 95

Применим метод эквивалентного генератора для ветви с амперметром. Найдём напряжение холостого хода. Для этого оборвём ветвь с амперметром и найдём токи в верхней и нижней ветвях:

$$I_B = \frac{40}{10 + 30} = 1 \text{ А}; \quad I_H = \frac{40}{20 + R_X}.$$

Напряжение холостого хода равно

$$U_{xx} = I_B \cdot 10 - I_H \cdot 20 = 10 - \frac{800}{20 + R_X}.$$

Внутреннее сопротивление равно

$$R_{вн} = \frac{10 \cdot 30}{10 + 30} + \frac{20 \cdot R_X}{20 + R_X} = 7,5 + \frac{20 \cdot R_X}{20 + R_X}.$$

Ток короткого замыкания равен

$$I_{кз} = \frac{U_{xx}}{R_{вн}} = \frac{(-600 + 20 \cdot R_X) \cdot (20 + R_X)}{(20 + R_X) \cdot (150 + 27,5 \cdot R_X)} = 0.$$

Это и есть показание амперметра. Из этого условия найдём  $R_X$ :

$$R_X = \frac{600}{10} = 60 \text{ Ом}.$$

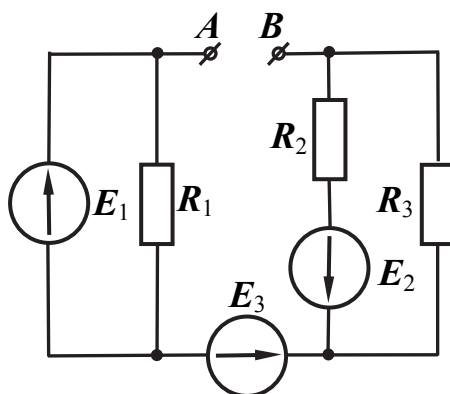


Рис. 96

**Задача 18.** Определить сопротивление эквивалентного генератора  $R_{эГ}$  относительно зажимов  $A - B$  (рис. 96), если заданы сопротивления резисторов:  $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ .

**Решение:**

Для определения сопротивления эквивалентного генератора  $R_{эГ}$  исключим из схемы (см. рис. 96) источники, закоротив места, где они были, при этом сопротивление  $R_1$  закорачивается, а  $R_2$  и  $R_3$  становятся соединёнными параллельно:

$$R_{гр} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 1 \text{ Ом.}$$

**Задача 19.** Какое напряжение покажет вольтметр в схеме, изображённой на рис. 97?

**Решение:**

Аналогично задаче 17 применим метод эквивалентного генератора для ветви с вольтметром. Найдём напряжение холостого хода. Для этого оборвём ветвь с вольтметром и найдём токи в верхней и нижней ветвях:

$$I_B = \frac{120}{10 + 20} = 4 \text{ А}; \quad I_H = \frac{120}{40 + 80} = 1 \text{ А.}$$

Напряжение холостого хода равно

$$U_{xx} = I_B \cdot 10 - I_H \cdot 40 = 4 \cdot 10 - 1 \cdot 40 = 0 \text{ В.}$$

Вольтметр покажет ноль.

**Задача 20.** Определить показание амперметра в цепи (рис. 98).

**Решение:**

Воспользуемся так же, как в задаче 17, методом эквивалентного генератора для ветви с амперметром. Найдём напряжение холостого хода. Для этого оборвём ветвь с амперметром и найдём токи в верхней и нижней ветвях:

$$I_B = \frac{30}{10 + 20} = 1 \text{ А}; \quad I_H = \frac{30}{20 + 10} = 1 \text{ А.}$$

Напряжение холостого хода равно

$$U_{xx} = I_B \cdot 10 - I_H \cdot 20 = 10 - 20 = -10 \text{ В.}$$

Внутреннее сопротивление равно

$$R_{вн} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} + \frac{20 \cdot 10}{20 + 10} = 13,33 \text{ Ом.}$$

Ток короткого замыкания равен

$$I_{кз} = \frac{U_{xx}}{R_{вн}} = \frac{-10}{13,33} = -0,75 \text{ А.}$$

Амперметр покажет 0,75 А.

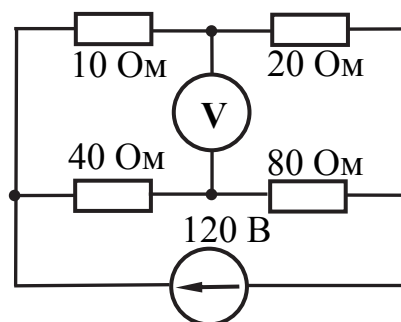


Рис. 97

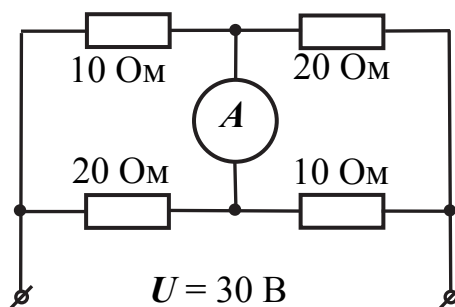


Рис. 98

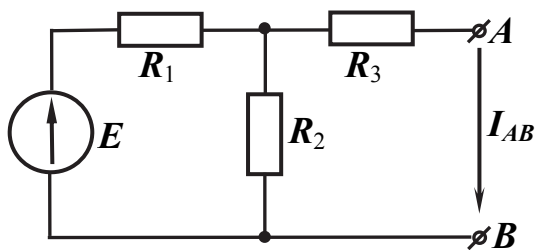


Рис. 99

**Задача 21.** В схеме (рис. 99) к зажимам  $A - B$  необходимо подключить сопротивление, при котором будет иметь место режим согласованной нагрузки. Рассчитать ток в этом сопротивлении, если  $E = 20 \text{ В}$ ,  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ .

**Решение:**

Это сопротивление должно быть равно внутреннему сопротивлению эквивалентного генератора:

$$R_{\text{вн}} = R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 20 + 5 = 25 \text{ Ом.}$$

Напряжение холостого хода равно

$$U_{\text{xx}} = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 10}{20} = 10 \text{ В.}$$

Ток равен

$$I = \frac{U_{\text{xx}}}{2 \cdot R_{\text{вн}}} = \frac{10}{50} = 0,2 \text{ А.}$$

**Задача 22.** Определить параметры эквивалентной схемы (рис. 100), если  $E_1 = 20 \text{ В}$ ,  $E_2 = 5 \text{ В}$ ,  $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 15 \text{ Ом}$ .

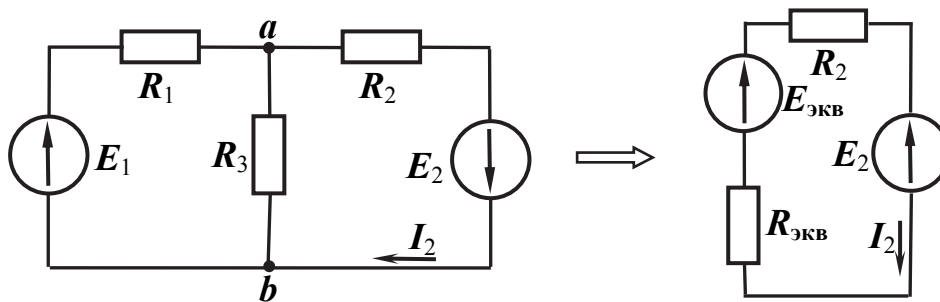


Рис. 100

**Решение:**

Для эквивалентного преобразования левой схемы в правую необходимо источник  $E_1$  сначала преобразовать в источник тока:

$$J_1 = \frac{E_1}{R_1} = \frac{20}{10} = 2 \text{ А.}$$

При этом промежуточная схема примет вид (рис. 101).

Затем, параллельные сопротивления преобразуем в одно эквивалентное:

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6 \text{ Ом.}$$

Теперь вновь источник тока преобразуем в источник ЭДС:

$$E_{\text{ЭКВ}} = J_1 \cdot R_{\text{ЭКВ}} = 2 \cdot 6 = 12 \text{ В.}$$

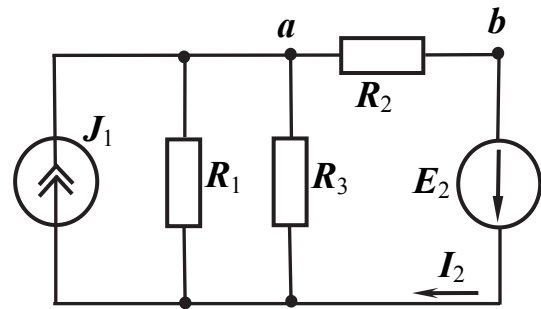


Рис. 101

**Задача 23.** Методом эквивалентного генератора в цепи (рис. 102) рассчитать ток  $I_{ab}$ , если  $E = 20 \text{ В}$ ,  $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 15 \text{ Ом}$ .

**Решение:**

Исключим сопротивление  $R_3$  из схемы (рис. 103).

Найдём напряжение холостого хода:

$$I_1 = \frac{E - E}{R_1 + R_2} = 0 \text{ А, } U_{\text{ХХ}} = E - E = 0 \text{ В.}$$

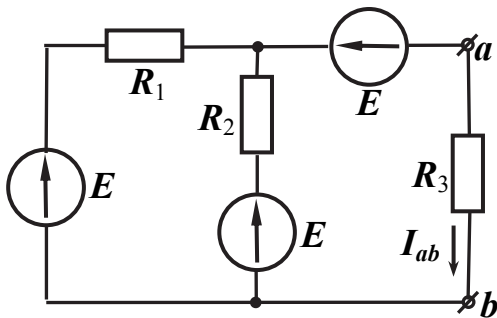


Рис. 102

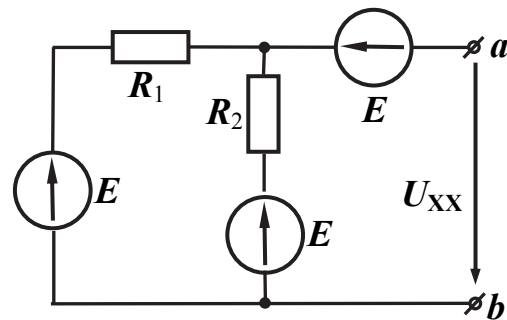


Рис. 103

Внутреннее сопротивление

$$R_{\text{ВН}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 5 \text{ Ом.}$$

Тогда ток  $I_{ab}$  равен

$$I_{ab} = \frac{U_{\text{ХХ}}}{R_{\text{ВН}} + R_3} = \frac{0}{5 + 15} = 0 \text{ А.}$$

**Задача 24.** Заданы две точки внешней характеристики источника постоянного напряжения:

1.  $U_1 = 20 \text{ В}$ ;  $I_1 = 1 \text{ А}$ .
2.  $U_2 = 15 \text{ В}$ ;  $I_2 = 2 \text{ А}$ .

Определить напряжение холостого хода и внутреннее сопротивление источника.

**Решение:**

На рис. 104 показано построение характеристики источника. Пересечение этой характеристики с осями напряжения и тока даёт значения напряжения холостого хода и тока короткого замыкания. Из графика видно:

$$U_{\text{хх}} = 25 \text{ В}, I_{\text{кз}} = 5 \text{ А}.$$

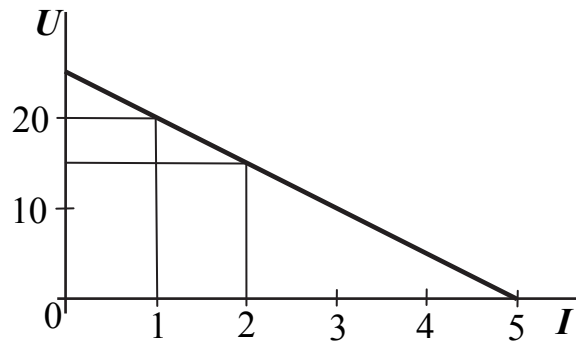


Рис. 104

Тогда внутреннее сопротивление равно

$$R_{\text{вн}} = \frac{U_{\text{хх}}}{I_{\text{кз}}} = \frac{25}{5} = 5 \text{ Ом}.$$

То же решение можно получить, решив систему двух уравнений:

$$U_1 + I_1 \cdot R_{\text{вн}} = E_{\Gamma},$$

$$U_2 + I_2 \cdot R_{\text{вн}} = E_{\Gamma}.$$

Или в числах:

$$20U_1 + 1 \cdot R_{\text{вн}} = E_{\Gamma},$$

$$15 + 2 \cdot R_{\text{вн}} = E_{\Gamma}.$$

Справа и слева из верхнего уравнения вычтем нижнее:

$$5 - 1 \cdot R_{\text{вн}} = 0,$$

тогда

$$R_{\text{вн}} = 5 \text{ Ом}.$$

Найденное сопротивление подставим в верхнее уравнение:

$$20 + 1 \cdot 5 = E_{\Gamma},$$

отсюда

$$25 = E_{\Gamma}.$$

Убеждаемся в совпадении результатов.



**Задача 25.** Определить напряжение холостого хода и внутреннее сопротивление активного двухполюсника в схеме (рис. 105), если  $E = 24$  В,  $R = 12$  Ом.

**Решение:**

Пользуясь решением задачи 23, получаем  $U_{xx} = 0$  В, а внутреннее сопротивление  $R_{вн} = 18$  Ом.

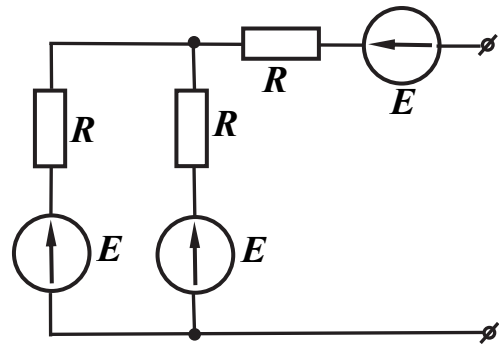


Рис. 105

**Задача 26.** Определить ток  $I_3$  в схеме (рис. 106, а) методом эквивалентного генератора, если  $E_1 = 20$  В;  $J_k = 1$  А;  $R_1 = 10$  Ом;  $R_2 = R_1$ ;  $R_3 = 5$  Ом;  $R_4 = 15$  Ом;  $R_5 = R_6 = 5$  Ом.

**Решение:**

Найдём напряжение холостого хода по схеме (рис. 106, б). Сначала определим ток левого контура и напряжение на  $R_2$ :

$$I_{л1} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{20}{10 + 10} = 1 \text{ А}, \quad U_2 = I_{л1} \cdot R_{вн} = 1 \cdot 10 = 10 \text{ В}.$$

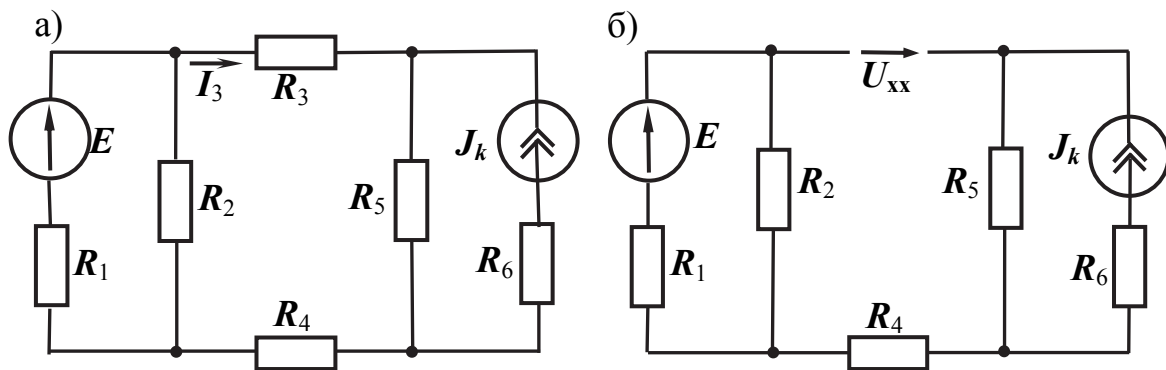


Рис. 106

После этого найдём напряжение на  $R_5$ :

$$U_5 = J_k \cdot R_5 = 1 \cdot 5 = 5 \text{ В}.$$

Тогда, учитывая, что ток в  $R_4$  не протекает, определим напряжение холостого хода:

$$U_{xx} = U_2 - U_5 = 10 - 5 = 5 \text{ В}.$$

Внутреннее сопротивление определим после исключения источников:

$$R_{вн} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_4 + R_5 = 25 \text{ Ом}.$$

Ток  $I_3$  найдём по формуле метода:

$$I_3 = \frac{U_{\text{xx}}}{R_{\text{вн}} + R_3} = \frac{5}{25 + 5} = 0,6667 \text{ A.}$$

**Задача 27.** Найти ток  $I$  в цепи (рис. 107) методом эквивалентного генератора, если  $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $E = 10 \text{ В}$ ,  $J = 5 \text{ А}$ ,  $R = 9 \text{ Ом}$ .

**Решение:**

Источник ЭДС преобразуем в источник тока:

$$J_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{10}{2} = 5 \text{ А.}$$

Схема примет вид (рис. 108). Два источника тока заменим одним эквивалентным:

$$J_{\text{эkv1}} = J_1 + J = 5 + 5 = 10 \text{ А.}$$

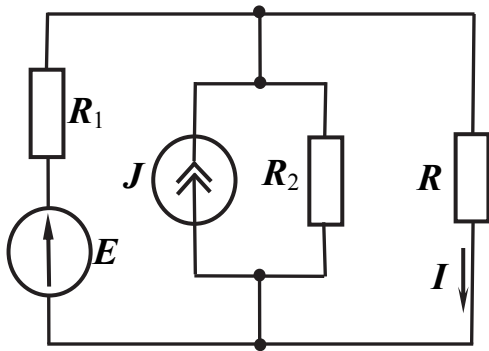


Рис. 107

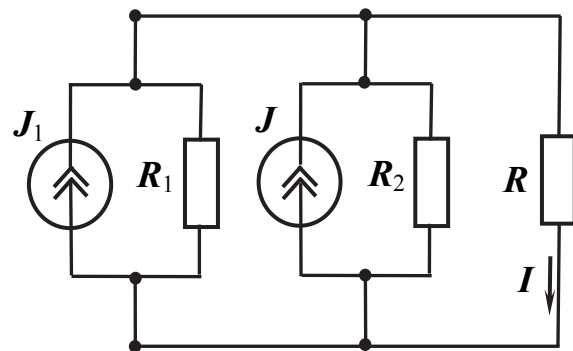


Рис. 108

Параллельно соединённые сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  также преобразуем в одно эквивалентное:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4}{4} = 1 \text{ Ом.}$$

Схема (см. рис. 108) примет следующий вид (рис. 109). Далее источник тока преобразуем в источник ЭДС:

$$E_{12} = J_{\text{эkv}} \cdot R_{12} = 10 \cdot 1 = 10 \text{ В.}$$

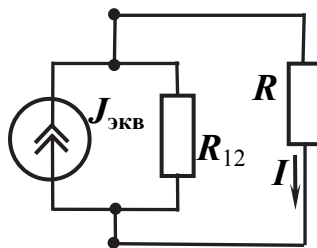


Рис. 109

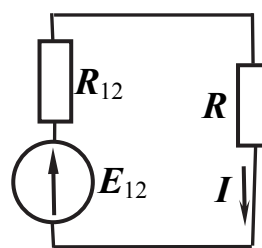


Рис. 110

Ток  $I$  в схеме (рис. 110) определим по формуле

$$I = \frac{E_{12}}{R_{12} + R} = \frac{10}{1 + 9} = 1 \text{ А.}$$

**Задача 28.** Определить показания приборов в цепи (рис. 111, а), если  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 50 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 40 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 20 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 20 \text{ Ом}$ ;  $E = 60 \text{ В}$ .

**Решение:**

Определяем напряжение холостого хода на зажимах  $a - b$  при разомкнутой ветви  $R_5$ . При этом токи  $I_1$  и  $I_2$  не будут зависеть друг от друга и могут быть найдены по закону Ома:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{60}{10 + 50} = 1 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{60}{40 + 20} = 1 \text{ А.}$$

Напряжение холостого хода будет равно

$$U_{xx} = I_2 R_3 - I_1 R_1 = 1 \cdot 40 - 1 \cdot 10 = 30 \text{ В.}$$

Далее находим внутреннее сопротивление активного двухполюсника относительно зажимов  $a - b$  при закороченном источнике  $E$  (рис. 111, б):

$$R_{вн} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 50}{10 + 50} + \frac{40 \cdot 20}{40 + 20} = 21,67 \text{ Ом.}$$

Ток в сопротивлении  $R_5$  (тот, что регистрирует амперметр)

$$I_5 = \frac{U_{xx}}{R_{вн} + R_5} = \frac{30}{21,67 + 20} = 0,72 \text{ А.}$$

Показания вольтметра

$$U_V = U_{R_5} = I_5 R_5 = 0,72 \cdot 20 = 14,4 \text{ В.}$$

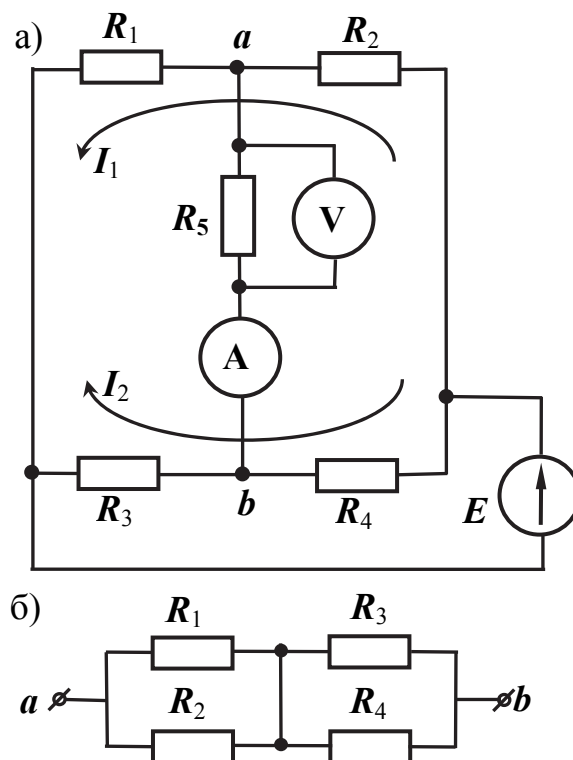


Рис. 111

### 10.3. Расчёт цепей методом контурных токов и узловых потенциалов

**Задача 29.** Записать уравнения схемы (рис. 112) по методу контурных токов.

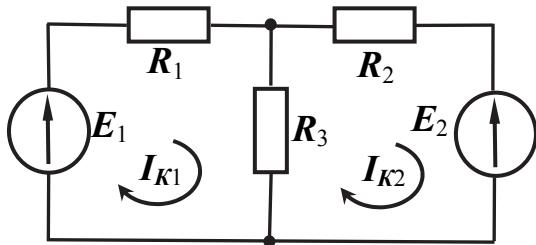


Рис. 112

**Решение:**

В соответствии с уравнениями (11) запишем уравнения контурных токов:

$$R_{11}I_{k1} + R_{12}I_{k2} = E_{11},$$

$$R_{21}I_{k1} + R_{22}I_{k2} = E_{22},$$

где  $R_{11} = R_1 + R_3$ ;  $R_{22} = R_2 + R_3$  – контурные сопротивления;  $R_{12} = R_{21} = -R_3$  – межконтурные сопротивления;  $E_{11} = E_1$ ,  $E_{22} = -E_2$  – контурные ЭДС.

**Задача 30.** Для цепи (рис. 113) записать уравнения контурных токов с учётом их заданных направлений.

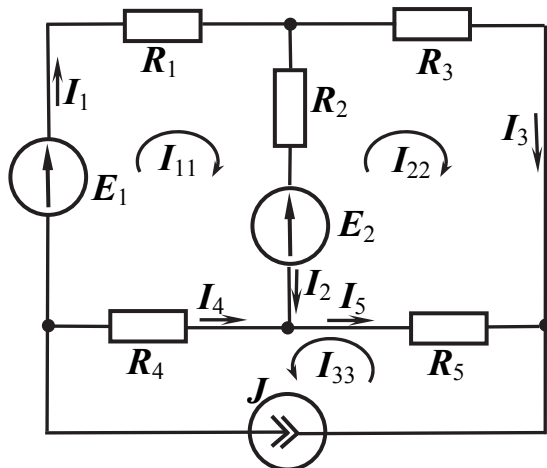


Рис. 113

**Решение:**

Воспользуемся уравнениями контурных токов:

$$R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11},$$

$$R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22},$$

$$R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33}.$$

В этих уравнениях  $I_{33} = J$  является заданной величиной, поэтому число уравнений сокращается до двух:

$$R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} = E_{11} - R_{13}J,$$

$$R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} = E_{22} - R_{23}J,$$

где  $R_{11} = R_1 + R_2 + R_4$ ;  $R_{22} = R_2 + R_3 + R_5$  – контурные сопротивления;  $R_{12} = R_{21} = -R_2$ ,  $R_{13} = R_4$ ,  $R_{23} = R_5$  межконтурные сопротивления;  $E_{11} = E_1 - E_2$ ,  $E_{22} = E_2$  – контурные ЭДС.

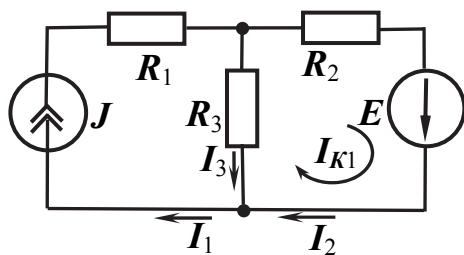


Рис. 114

**Задача 31.** Определить токи в ветвях схемы (рис. 114), если контурный ток  $I_{K1} = 2$  А, а ток источника тока  $J = 1$  А.

**Решение:**

Так как контурный ток  $I_{k1}$  равен току второй ветви, то  $I_2 = 2$  А. Ток  $I_1$  равен току источника тока  $J$ , тогда  $I_1 = 1$  А. Тогда по первому закону Кирхгофа

$$I_3 = I_1 - I_2 = 1 - 2 = -1 \text{ A.}$$

**Задача 32.** В качестве примера использования метода контурных токов рассмотрим расчёт токов в цепи (рис. 115). Пусть даны следующие параметры:  $E_1 = 4 \text{ В}$ ;  $E_5 = 5 \text{ В}$ ;  $E_6 = 3 \text{ В}$ ;  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 1 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 1,5 \text{ Ом}$ ;  $R_6 = 1 \text{ Ом}$ .

Требуется определить токи ветвей в цепи (см. рис. 115) методом контурных токов.

**Решение:**

Система уравнений в общем виде выглядит так:

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{pmatrix}$$

или

$$\underline{R} \cdot \underline{I} = \underline{E}.$$

Применительно к рассматриваемой схеме контурные сопротивления равны

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_3 = 1 + 2 + 3 = 6 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_2 + R_4 + R_5 = 2 + 1 + 1,5 = 4,5 \text{ Ом};$$

$$R_{33} = R_3 + R_5 + R_6 = 3 + 1,5 + 1 = 5,5 \text{ Ом}.$$

Межконтурные сопротивления в случае, если контурные токи направлены в одну сторону, всегда отрицательны:

$$R_{12} = R_{21} = -R_2 = -2 \text{ Ом}; \quad R_{13} = R_{31} = -R_3 = -3 \text{ Ом},$$

$$R_{23} = R_{32} = -R_5 = -1,5 \text{ Ом}.$$

Контурные ЭДС

$$E_{11} = E_1 = 4 \text{ В}; \quad E_{22} = -E_5 = -5 \text{ В}; \quad E_{33} = E_5 - E_6 = 2 \text{ В}.$$

Окончательно система уравнений примет вид

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & -3 \\ -2 & 4,5 & -1,5 \\ -3 & -1,5 & 5,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Решим эту систему, используя модифицированный метод Гаусса. Делим первое уравнение на 6, второе – на 2 и третье – на 3:

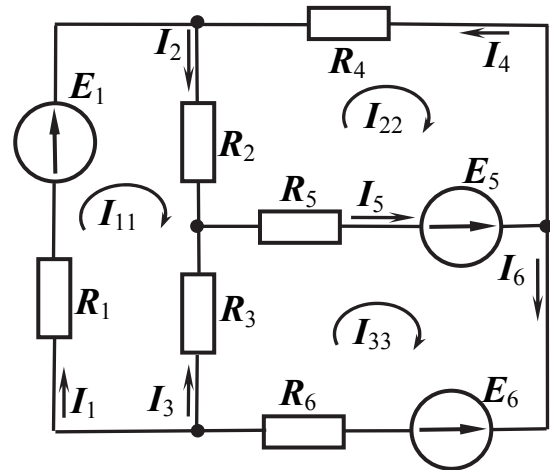


Рис. 115

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,333 & -0,5 \\ -1 & 2,25 & -0,75 \\ -1 & -0,5 & 1,833 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6667 \\ -2,5 \\ 0,6667 \end{pmatrix}.$$

Далее первое уравнение оставляем без изменений, а два других преобразуем следующим образом: складываем сначала первое и второе уравнение, а затем – первое и третье уравнения. Имеем

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,333 & -0,5 \\ 0 & 1,917 & -1,25 \\ 0 & -0,833 & 1,333 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6667 \\ -1,833 \\ 1,333 \end{pmatrix}.$$

Оставляем первое уравнение без изменений, а второе делим на 1,917, третье делим на 0,8333. Получаем

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,333 & -0,5 \\ 0 & 1 & -0,6521 \\ 0 & -1 & 1,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6667 \\ -0,9563 \\ 1,6 \end{pmatrix}.$$

Складываем второе и третье уравнения. Окончательно имеем

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,333 & -0,5 \\ 0 & 1 & -0,6521 \\ 0 & 0 & 0,9479 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6667 \\ -0,9563 \\ 0,6473 \end{pmatrix}.$$

Отсюда следует, что

$$0,9479 \cdot I_{33} = 0,6437; \quad I_{33} = 0,6791 \text{ А.}$$

$$I_{22} - 0,6521 \cdot I_{33} = -0,9563; \quad I_{22} = -0,9563 + 0,6521 \cdot 0,6791 = -0,5135 \text{ А.}$$

$$\begin{aligned} I_{11} &= 0,6667 + 0,3333 \cdot (-0,5135) + 0,5 \cdot 0,6791 = \\ &= 0,6667 - 0,1711 + 0,3396 = 0,8352 \text{ А.} \end{aligned}$$

Токи в ветвях цепи будут равны (направление указано на схеме, см. рис. 115)

$$I_1 = I_{11} = 0,835 \text{ А}; \quad I_2 = I_{11} - I_{22} = 1,349 \text{ А};$$

$$I_3 = I_{11} - I_{33} = 0,156 \text{ А}; \quad I_4 = -I_{22} = 0,514 \text{ А};$$

$$I_5 = I_{33} - I_{22} = 1,19 \text{ А}; \quad I_6 = I_{33} = 0,679 \text{ А.}$$

Численные значения токов округлены до 3 разрядов.

Решим эту же задачу с помощью графа и топологических матриц. Граф схемы (см. рис. 115) приведён на рис. 116.

Выбираем дерево графа, содержащее 2, 3 и 5-ю ветви. Тогда матрица главных контуров примет вид

$$\underline{A}_{gk} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

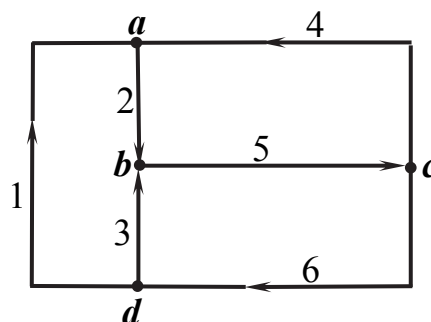


Рис. 116

Матрицу контурных сопротивлений можно получить последовательным умножением  $\underline{A}_{gk}$  на диагональную матрицу сопротивлений:

$$\underline{R}_b = \begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_6 \end{pmatrix} = \text{diag}(R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6),$$

$$\underline{R}_k = \underline{A}_{gk} \cdot \underline{R}_b \cdot \underline{A}_{gk}^T.$$

Матрицу контурных ЭДС можно получить также через матрицу  $\underline{A}_{gk}$ :

$$\underline{E}_k = \underline{A}_{gk} \cdot \underline{E}_b,$$

где  $\underline{E}_b$  – матрица-столбец ЭДС ветвей,

$$\underline{E}_b = (E_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ E_5 \ -E_6)^T.$$

Таким образом, получены такие же матричные уравнения, как и в предыдущем случае. Решение для контурных токов будет иметь вид

$$\underline{I}_k = (\underline{R}_k)^{-1} \cdot \underline{E}_b.$$

Приведём решение в программе Mathcad.

Присваиваем численные значения нагрузкам и источникам:  $R_1 := 1$ ;  $R_2 := 2$ ;  $R_3 := 3$ ;  $R_4 := 1$ ;  $R_5 := 1,5$ ;  $R_6 := 1$ ;  $E_1 := 4$ ;  $E_5 := 5$ ;  $E_6 := 4$ .

По графу и дереву (см. рис. 116) составляем матрицу главных контуров:

$$\underline{A}_{gk} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

По этой матрице и матрице-столбцу  $\underline{E}_b$

$$\underline{E}_b = (E_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ E_5 \ -E_6)^T,$$

вычисляем матрицу контурных ЭДС:

$$\underline{E}_k := \underline{A}_{gk} \cdot \underline{E}_b = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Заполняем диагональную матрицу сопротивлений ветвей:

$$\underline{R}_b := \begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вычисляем матрицу контурных и межконтурных сопротивлений:

$$\underline{R}_k = \underline{A}_{gk} \cdot \underline{R}_b \cdot \underline{A}_{gk}^T = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -3 \\ -2 & 4,5 & -1,5 \\ -3 & -1,5 & 5,5 \end{pmatrix}.$$

Находим решение для контурных токов:

$$\underline{I}_k := (\underline{R}_k)^{-1} \cdot \underline{E}_k = \begin{pmatrix} 0,835 \\ -0,514 \\ 0,679 \end{pmatrix}.$$

Убеждаемся в совпадении результатов. Баланс мощностей в цепи с учётом того, что ток в источнике  $E_6$  направлен против ЭДС,

$$E_1 I_1 + E_5 I_5 - E_6 I_6 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + \dots + I_k^2 R_k;$$

$$4 \cdot 0,835 + 5 \cdot 1,19 - 3 \cdot 0,679 = 0,835^2 \cdot 1 + 1,35^2 \cdot 2 + 0,156^2 \cdot 3 + 0,514^2 \cdot 1 + \\ + 1,19^2 \cdot 1,5 + 0,679^2 \cdot 1;$$

$$\sum P_{\text{ист}} = 7,25 \text{ Вт}, \quad \sum P_{\text{пр}} = 7,26 \text{ Вт}.$$

Таким образом, баланс мощностей сходится.

**Задача 33.** Для цепи на рис. 117 записать уравнения по методу узловых потенциалов.

**Решение:**

Запишем уравнения в общем виде:



$$\begin{cases} G_{11} \cdot \varphi_1 + G_{12} \cdot \varphi_2 = J_{11}, \\ G_{21} \cdot \varphi_1 + G_{22} \cdot \varphi_2 = J_{22}, \end{cases}$$

где  $J_{11} = J - \frac{E_2}{R_2}$ ,  $J_{22} = -J - \frac{E_1}{R_1}$  – узловые

токи источников тока;  $G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ ,  $G_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}$ ,  $G_{12} = G_{21} = -\frac{1}{R_1}$  –

узловые и межузловые проводимости.

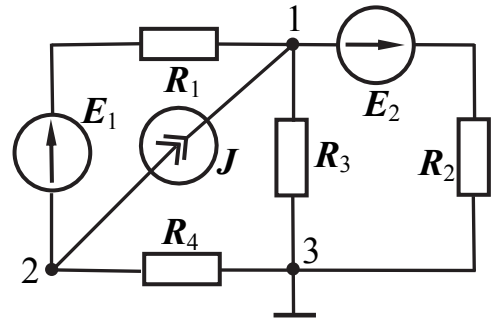


Рис. 117

**Задача 34.** Для узла 3 электрической цепи (рис. 118) написать уравнение узловых потенциалов, приняв за базисный узел 0.

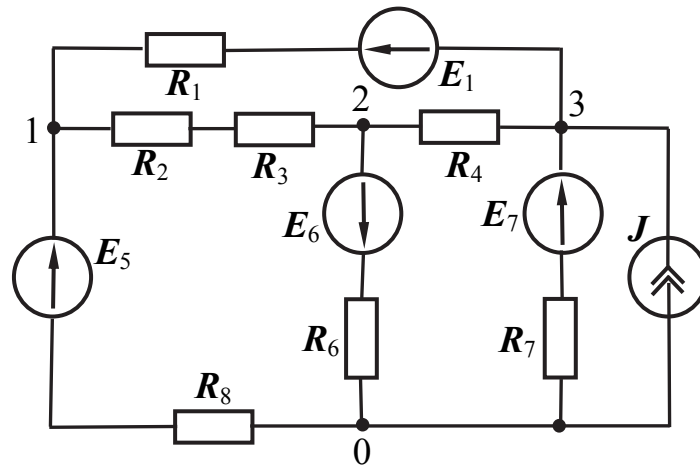


Рис. 118

**Решение:**

Узловой ток источников тока для узла 3, его узловая проводимость и межузловые проводимости равны

$$J_3 = J + \frac{E_7}{R_7} - \frac{E_1}{R_1}, \quad G_{33} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_4},$$

$$G_{31} = -\frac{1}{R_1}, \quad G_{32} = -\frac{1}{R_4}.$$

Тогда уравнение примет вид

$$G_{31} \cdot \varphi_1 + G_{32} \cdot \varphi_2 + G_{33} \cdot \varphi_3 = J_3.$$

**Задача 35.** Задана сложная цепь постоянного тока (рис. 119). Составить уравнение узловых потенциалов для узла *b*, приняв за базисный узел точку 0.

**Решение:**

Уравнение для узла  $b$  имеет вид

$$G_{ba} \cdot \varphi_a + G_b \cdot \varphi_b = J_b,$$

где

$$G_{ba} = \frac{1}{R_6}; \quad G_b = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6};$$

$$J_b = -\frac{E_4}{R_4} + \frac{E_5}{R_5} + \frac{E_6}{R_6}.$$

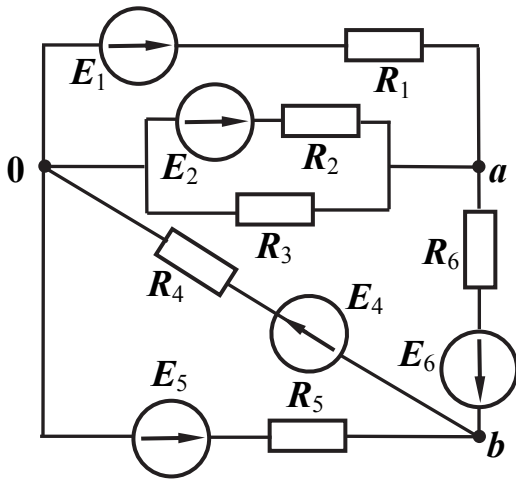


Рис. 119

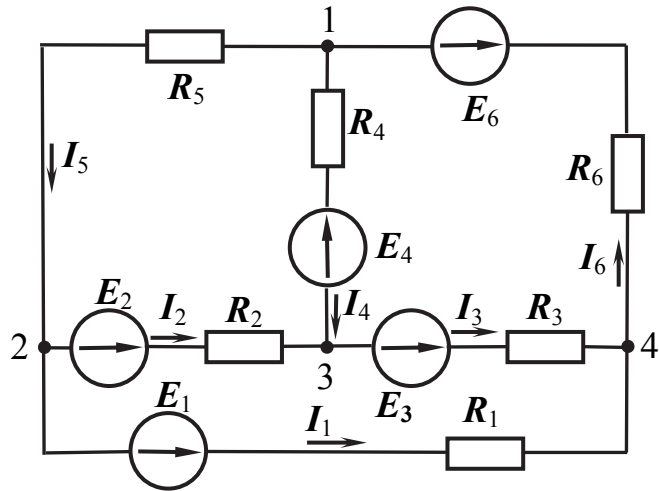


Рис. 120

**Задача 36.** Определить узловой ток источников тока для узла 3 в схеме (рис. 120).

**Решение:**

Узловой ток источников тока для узла 3 равен

$$J_3 = \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3} - \frac{E_4}{R_4}.$$

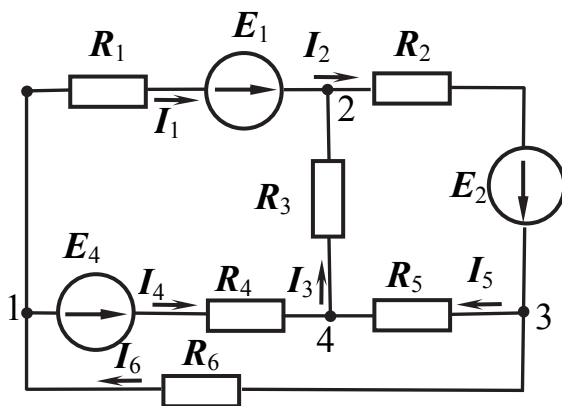


Рис. 121

**Задача 37.** Далее рассмотрим пример расчёта цепи методом узловых потенциалов (узловых напряжений). Пусть дана схема, приведённая на рис. 121, со следующими исходными данными:  $E_1 = 2$  В;  $E_2 = 3$  В;  $E_4 = 1,5$  В;  $R_1 = 0,5$  Ом;  $R_2 = 1$  Ом;  $R_3 = 2$  Ом;  $R_4 = 1$  Ом;  $R_5 = 1,2$  Ом;  $R_6 = 2,4$  Ом. Найти все токи ветвей схемы.

**Решение:**

Система уравнений в общем виде при учёте того, что потенциал четвёртого узла принят равным 0 ( $\varphi_4 = 0$ ), имеет вид

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix},$$

или кратко

$$\underline{g}_y \cdot \underline{\varphi}_y = \underline{J}_y,$$

где  $\underline{g}_y$  – матрица узловых проводимостей,  $\underline{\varphi}_y$  – матрица-столбец потенциалов узлов,  $\underline{J}_y$  – матрица-столбец узловых токов источников.

Узловые проводимости в рассматриваемой схеме равны

$$g_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} = 2 + 1 + 0,4167 = 3,417 \text{ См};$$

$$g_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = 2 + 1 + 0,5 = 3,5 \text{ См};$$

$$g_{33} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = 1 + 0,8333 + 0,4167 = 2,25 \text{ См}.$$

Проводимости между узлами

$$g_{12} = g_{21} = -\frac{1}{R_1} = -2 \text{ См}; \quad g_{13} = g_{31} = -\frac{1}{R_6} = -0,4167 \text{ См};$$

$$g_{23} = g_{32} = -\frac{1}{R_2} = -1 \text{ См}.$$

Узловые токи источников

$$J_1 = -\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_4}{R_4} = -\frac{2}{0,5} - \frac{1,5}{1} = -5,5 \text{ А};$$

$$J_2 = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} = \frac{2}{0,5} - \frac{3}{1} = 1 \text{ А}; \quad J_3 = \frac{E_2}{R_2} = \frac{3}{1} = 3 \text{ А}.$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{pmatrix} 3,417 & -2 & -0,4167 \\ -2 & 3,5 & -1 \\ -0,4167 & -1 & 2,25 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5,5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Решаем систему методом Крамера (с помощью определителей). Этот метод является более предпочтительным при расчёте с помощью средств вычислительной техники – компьютера или программируемого микрокалькулятора.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3,417 & -2 & -0,4167 \\ -2 & 3,5 & -1 \\ -0,4167 & -1 & 2,25 \end{vmatrix} =$$

$$= 26,91 - 0,8334 - 0,8334 - 0,6077 - 9 - 3,417 = 12,22;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -5,5 & -2 & -0,4167 \\ 1 & 3,5 & -1 \\ 3 & -1 & 2,25 \end{vmatrix} =$$

$$= -43,31 + 6 + 0,4167 + 4,3753 + 4,5 + 5,5 = -22,52;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3,417 & -5,5 & -0,4167 \\ -2 & 1 & -1 \\ -0,4167 & 3 & 2,25 \end{vmatrix} =$$

$$= 7,688 - 2,292 + 2,5 - 0,1736 - 24,75 + 10,25 = -6,78;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3,417 & -2 & -5,5 \\ -2 & 3,5 & 1 \\ -0,4167 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 35,88 + 0,8334 - 11 - 8,021 - 12 + 3,417 = 9,109.$$

Потенциалы узлов равны

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-22,52}{12,22} = -1,843 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-6,78}{12,22} = -0,5546 \text{ В};$$

$$\varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{9,109}{12,22} = 0,7454 \text{ В}.$$

Токи в ветвях определяются по закону Ома:

$$I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_4 + E_4}{R_4} = \frac{-1,843 - 0 + 1,5}{1} = -0,343 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{R_5} = \frac{0,7454 - 0}{1,2} = 0,621 \text{ А};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_6} = \frac{0,7454 + 1,843}{2,4} = 1,08 \text{ A};$$

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_1}{R_1} = \frac{-1,84 + 0,5546 + 2}{0,5} = 1,42 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_2}{R_2} = \frac{-0,5546 - 0,7454 + 3}{1} = 1,7 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_4 - \varphi_2}{R_3} = \frac{0 + 0,5546}{2} = 0,277 \text{ A}.$$

Проверить результат можно по первому закону Кирхгофа. Для узлов цепи можно записать

$$I_1 + I_3 = I_2 \Rightarrow 1,42 + 0,277 \approx 1,7;$$

$$I_1 + I_4 = I_6 \Rightarrow 1,42 - 0,343 \approx 1,08;$$

$$I_5 + I_6 = I_2 \Rightarrow 0,621 + 1,08 \approx 1,07.$$

Таким образом, расчёт выполнен верно.

Эту задачу можно решить аналогично с использованием графа и топологической матрицы. Граф имеет вид, показанный на рис. 122.

Выбираем дерево графа, содержащее 3, 4 и 5-ю ветви. Тогда матрица главных сечений примет вид

$$\underline{A}_{gs} = 4 \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Матрицу узловых проводимостей  $\underline{g}_y$  можно получить следующим выражением:

$$\underline{g}_y = \underline{A}_{gs} \cdot \underline{g}_d \cdot \underline{A}_{gs}^T,$$

где  $\underline{g}_d$  – диагональная матрица проводимостей ветвей.

Матрицу  $\underline{J}_y$  можно получить по формуле

$$\underline{J}_y = -\underline{A}_{gs} \cdot \underline{g}_d \cdot \underline{E}_b,$$

тогда решение для потенциалов примет вид

$$\underline{\varphi}_y = (\underline{g}_y)^{-1} \cdot \underline{J}_y.$$

Приведём решение в программе Mathcad.

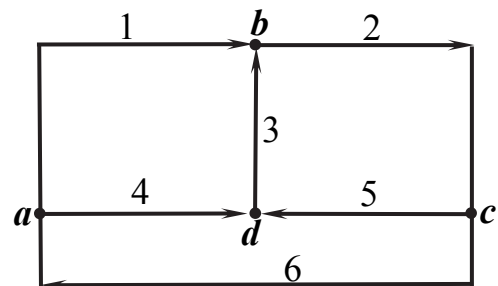


Рис. 122

Присваиваем численные значения нагрузкам и источникам:  $R_1 := 0,5$ ;  $R_2 := 1$ ;  $R_3 := 2$ ;  $R_4 := 1$ ;  $R_5 := 1,2$ ;  $R_6 := 2,4$ ;  $E_1 := 2$ ;  $E_2 := 3$ ;  $E_4 := 1,5$ .

По графу и дереву (см. рис. 122) составляем матрицу главных сечений:

$$\underline{A}_{gs} := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$

Используя матрицу-столбец  $\underline{E}_b = (E_1 \ E_2 \ 0 \ E_4 \ 0 \ 0)^T$  и диагональную матрицу проводимостей ветвей

$$\underline{G}_b := \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,833 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,417 \end{pmatrix},$$

вычисляем матрицы узловых проводимостей и источников тока:

$$\underline{G}_u = \underline{A}_{gs} \underline{G}_b \underline{A}_{gs}^T = \begin{pmatrix} 3,417 & -2 & -0,417 \\ -2 & 3,5 & -1 \\ -0,417 & -1 & 2,25 \end{pmatrix}, \quad \underline{J}_u = \underline{A}_{gs} \underline{G}_b \underline{E}_b = \begin{pmatrix} -1,844 \\ -0,555 \\ 0,745 \end{pmatrix}.$$

По этим матрицам вычисляем потенциалы узлов:

$$\underline{\varphi}_u := \underline{G}_u^{-1} \cdot \underline{J}_u = \begin{pmatrix} -1,844 \\ -0,555 \\ 0,745 \end{pmatrix}.$$

Дальнейшие расчёты ничем не отличаются от приведённых выше.

## 10.4. Потенциальная диаграмма в расчётах цепей

**Задача 38.** В рассмотренной выше схеме (см. рис. 121) выбрать контур, содержащий все источники, и построить для него потенциальную диаграмму.

**Решение:**

Рассчитаем потенциалы точек, обозначенных на схеме (рис. 123), приняв потенциал точки 4 равным 0:

$$\begin{aligned}\varphi_4 &= 0; \\ \varphi_a &= \varphi_4 + I_4 \cdot R_4 = 0 - 0,343 \cdot 1 = -0,343 \text{ В}; \\ \varphi_1 &= \varphi_a - E_4 = -0,343 - 1,5 = -1,843 \text{ В}; \\ \varphi_c &= \varphi_1 - I_1 \cdot R_1 = -1,843 - 1,42 \cdot 0,5 = -2,553 \text{ В}; \\ \varphi_2 &= \varphi_c + E_1 = -2,553 + 2 = -0,553 \text{ В}; \\ \varphi_d &= \varphi_2 - I_2 \cdot R_2 = -0,553 - 1,7 \cdot 1 = -2,253 \text{ В}; \\ \varphi_e &= \varphi_d + E_2 = -2,253 + 3 = 0,747 \text{ В}; \\ \varphi_4 &= \varphi_e - I_5 \cdot R_5 = 0,747 - 0,621 \cdot 1,2 = 0,002 \text{ В} \approx 0.\end{aligned}$$

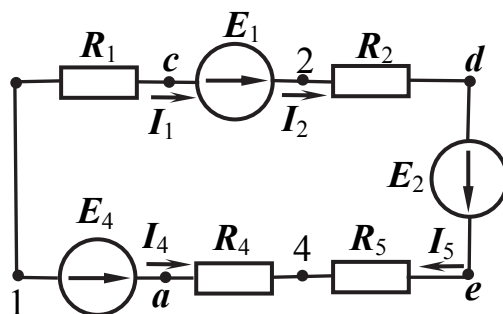


Рис. 123

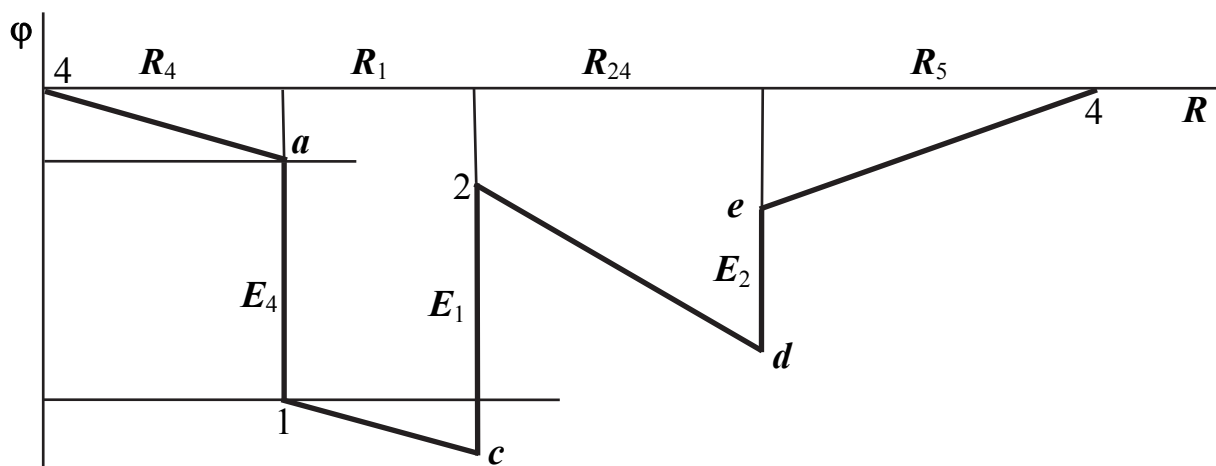


Рис. 124

Построение диаграммы показано на рис. 124.

## 11. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называют электрической цепью?
2. Что такое электрическая схема?
3. Чем отличается электрическая схема от электрической цепи?
4. Что такое узел электрической цепи?
5. Что называют ветвью электрической цепи?
6. Дайте определение контура в электрической цепи.
7. Что называют элементарным контуром?
8. Изобразите вольтамперную характеристику источника ЭДС.
9. Изобразите вольтамперную характеристику источника тока.
10. Сформулируйте задачу анализа.
11. Сформулируйте задачу синтеза.
12. Дайте определение источнику.
13. Дайте определение нагрузке.
14. Что определяет закон Ома, как он формулируется и где используется?
15. Дайте определения законам Кирхгофа.
16. Что такое граф электрической цепи?
17. Что такое дерево электрической цепи?
18. Что такое главное сечение и где оно используется?
19. Что такое главный контур и где он используется?
20. Как записывается первый закон Кирхгофа в матричной форме?
21. Как записывается второй закон Кирхгофа в матричной форме?
22. Что вы можете сказать о методе контурных токов и когда удобно его применять?
23. Что вы можете сказать о методе узловых потенциалов и в каком случае выгодно им пользоваться?
24. При анализе цепей обычно считают, что сопротивление амперметра равно нулю, а у вольтметра – бесконечности. Почему? В каких случаях это недопустимо?
25. В ёлочной гирлянде лампы накаливания соединены последовательно. Как с помощью вольтметра обнаружить сгоревшую лампочку?
26. В электрической цепи неисправен резистор:  $R = 200 \text{ Ом}$ ;  $P = 0,5 \text{ Вт}$ . Как наиболее рационально осуществить замену, если в наличии имеются следующие типы резисторов:  $R = 100 \text{ Ом}$ ;  $P = 0,125 \text{ Вт}$ ;  $R = 400 \text{ Ом}$ ;  $P = 0,25 \text{ Вт}$ ;  $R = 400 \text{ Ом}$ ;  $P = 0,5 \text{ Вт}$ ?
27. Какая из ламп накаливания, по вашему мнению, обладает наибольшим сопротивлением:  $U_{1Н} = 220 \text{ В}$ ;  $P_{1Н} = 100 \text{ Вт}$ ;  $U_{2Н} = 220 \text{ В}$ ;  $P_{2Н} = 60 \text{ Вт}$ ;  $U_{3Н} = 100 \text{ В}$ ;  $P_{3Н} = 40 \text{ Вт}$ ?
28. Объясните, что понимают под идеальным источником ЭДС и идеальным источником тока.



29. Что называют внешней характеристикой источника?
30. Ёмкость химических источников тока измеряют в ампер-часах. Чему будет равна суммарная ёмкость трёх сухих элементов с ёмкостью 0,25 А·ч, если их соединить последовательно?
31. Ёмкость химических источников тока измеряют в ампер-часах. Чему будет равна суммарная ёмкость трёх сухих элементов с ёмкостью 0,25 А ч, если их соединить параллельно?
32. Для сухих гальванических элементов кратковременные короткие замыкания не опасны. Кислотные же аккумуляторы из-за короткого замыкания могут выйти из строя. С чем это связано?
33. Мощность в электрической цепи может быть найдена по формуле  $P = UI$ . Какие ещё формулы для мощности вы знаете?
34. Что такое эквивалентный генератор для двухполюсника?
35. О чём говорит утверждение «баланс электрической цепи сошёлся»?
36. Для чего используются потенциальные диаграммы в электрических цепях? Чему равен КПД источника в режиме передачи максимальной мощности?
37. Как правильно записать формулу для расчёта мощности в сопротивлении электрической схемы?
38. Назовите основные параметры эквивалентного генератора.
39. Как обеспечить режим согласованной нагрузки для источника, если известны его напряжение холостого хода и ток короткого замыкания?
40. Объясните выражение «электрическая нагрузка возросла».

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном пособии рассмотрены основные теоретические положения анализа линейных электрических цепей постоянного тока, приведены решения типовых задач, предложен ряд задач для самостоятельного решения. Сформулированы контрольные вопросы, которые позволяют самим студентам протестировать себя перед аттестацией преподавателем.

Основные понятия и определения в начале каждого раздела знакомят студента с теми величинами и законами, которыми ему надо будет пользоваться в процессе изучения материала.

Анализ цепей построен так, что вначале даётся общий метод расчёта на простом примере. Затем он формализуется в матричную форму, после этого рассматриваются частные случаи.

Подразделы по мере их изложения строятся от простого к сложному, что позволяет обучающимся лучше усваивать материал.

В пособии приведено достаточное количество схем и диаграмм для визуального восприятия тех или иных положений.

Приведённые численные решения типовых задач способствуют лучшему усвоению и пониманию теоретических положений, а также помогают студентам в решении самостоятельных задач.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Атабеков, Г. И. Линейные электрические цепи / Г. И. Атабеков. – М. : Энергия, 1978. – 592 с.
2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М. : Высш. шк., 1987. – 528 с.
3. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. проф. Л. А. Бессонова. – М. : Высш. шк., 1988. – 543 с.
4. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
5. Нейман, Л. Р. Теоретические основы электротехники / Л. Р. Нейман, К. С. Демирчян. – Л. : Энергоиздат, 1981. – Т. 1-2.
6. Теоретические основы электротехники. В 3 т. Т. 2 : учеб. для вузов / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. – 4-е изд. – СПб. : Питер, 2004. – 576 с.
7. Теоретические основы электротехники. В 2 т. Т. 1. Основы теории линейных цепей / под ред. проф. П. А. Ионкина. – М. : Высш. шк., 1976. – 544 с.
8. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. проф. П. А. Ионкина. – М. : Энергоиздат, 1982. – 768 с.
9. Матханов, П. Н. Основы синтеза линейных электрических цепей / П. Н. Матханов. – М. : Высш. шк., 1976. – 208 с.
10. Попов, В. П. Основы теории цепей / В. П. Попов. – М. : Высш. шк., 1985. – 496 с.
11. Каплянский, А. Е. Теоретические основы электротехники / А. Е. Каплянский, А. П. Лысенко, П. А. Полотовский. – М. : Высш. шк., 1972. – 447 с.
12. Демирчян, К. С. Моделирование и машинный расчёт электрических цепей : учеб. пособие / К. С. Демирчян, К. А. Бутырин. – М. : Высш. шк., 1988. – 335 с.
13. Карни, Ш. Теория цепей. Анализ и синтез / Ш. Карни ; пер. с англ. ; под ред. С. Е. Лондона. – М. : Связь, 1973. – 364 с.
14. Лосев, А. К. Теория линейных электрических цепей : учеб. для вузов / А. К. Лосев. – М. : Высш. шк., 1987. – 512 с.
15. Примеры расчёта электрических цепей по курсу «Теоретические основы электротехники» / А. И. Елшин, А. Р. Куделько, В. С. Саяпин, А. Ф. Сочелев. – Хабаровск : Хабаровский политехн. ин-т, 1985. – 92 с.

16. Саяпин, В. С. Расчётно-графические задания по курсу теоретические основы электротехники : учеб. пособие / В. С. Саяпин, А. Ф. Сочелев, А. Н. Степанов. – Комсомольск-на-Амуре : Комсомольский-на-Амуре гос. техн. ун-т, 1998. – 76 с.

17. Примеры расчёта электрических цепей по курсу «Теоретические основы электротехники» : учеб. пособие / Е. В. Лановенко, В. С. Саяпин, А. Ф. Сочелев, А. Н. Степанов. – Комсомольск-на-Амуре : Комсомольский-на-Амуре гос. техн. ун-т, 1999. – 120 с.

18. Сочелев, А. Ф. Теоретические основы электротехники : учеб. пособие / А. Ф. Сочелев. – Комсомольск-на-Амуре : Комсомольский-на-Амуре гос. техн. ун-т, 2002.

19. Сочелев, А. Ф. Теоретические основы электротехники. В 2 ч. Ч. 1 : учеб. пособие / А. Ф. Сочелев. – Комсомольск-на-Амуре : ГОУВПО «КнАГТУ», 2006. – 162 с.

20. Сочелев, А. Ф. Использование электронных учебных пособий при чтении курса ТОЭ / А. Ф. Сочелев // Современные технологии в высшем профессиональном образовании : материалы межрегиональной науч.-методической конф., Хабаровск, 22-26 ноября 2004 г. : в 2 т. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2004.

21. Теоретические основы электротехники. В 3 ч. Ч. 1 : учеб. пособие / Е. В. Лановенко, В. С. Саяпин, А. Ф. Сочелев, А. Н. Степанов ; под ред. А. Ф. Сочелева. – Комсомольск-на-Амуре : ГОУВПО «КнАГТУ», 2005. – 145 с.

22. Курсовая работа по фундаментальной подготовке (методические материалы преподавателям и студентам) : учеб. пособие / А. Р. Куделько, Е. В. Лановенко, А. Ф. Сочелев [и др.] ; под ред. А. Ф. Сочелева. – Комсомольск-на-Амуре : ГОУВПО «КнАГТУ», 2006. – 64 с.

*Учебное издание*

**Куделько** Анатолий Романович  
**Саяпин** Владимир Степанович  
**Сочелев** Анатолий Федорович  
**Степанов** Анатолий Николаевич

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ.  
ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ  
ПОСТОЯННОГО ТОКА**

Учебное пособие

Под общей редакцией А. Ф. Сочелева

Редактор Т. Н. Карпова

Подписано в печать 09.09.2015.

Формат 60 × 84 1/16. Бумага 65 г/м<sup>2</sup>. Ризограф EZ570E.  
Усл. печ. л. 4,65. Уч.-изд. л. 4,41. Тираж 100 экз. Заказ 27309.

Редакционно-издательский отдел  
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего профессионального образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»  
681013, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27.

Полиграфическая лаборатория  
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего профессионального образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет»  
681013, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27.